* Representasi PROSES/SISTEM

Dalam Bagan Kotak, SISTEM/PROSES di-representasi-kan dgn KOTAK segi empat

Kotak TIDAK menggambarkan Bentuk Fisik

bujur sangkar

4 persegi panjang

lingkungan sistem

isyarat INPUT masuk-an — SISTEM (internal) — isyarat OUTPUT keluar-an

"disturbance" (gangguan) — eksternal — luaran "noise" (derau)

* NOTASI sistem
* Kata² & kalimat
* Huruf dan angka

$x \to \boxed{K} \to y = Kx$

$K > 1 \to$ Penguat/Amplifier

$0 < K < 1 \to$ Redaman/Attenuator

$K < 0 \to$ Penguat membalik (inverting amplifier)

$x \to \boxed{10} \to y$ Penguat

$x \to \boxed{1/3} \to y$ redaman

$x \to \boxed{-5} \to y$ inverting

* Operasi matematik

$x(t) \to \boxed{\int dt} \to y(t) = \int x(t)\,dt$ integrator

$x(t) \to \boxed{\frac{d}{dt}} \to y(t) = \frac{dx(t)}{dt}$

$x(t) \to \boxed{\log|x(t)|} \to y(t)$ log-amp

* Simbol khusus

$x(t) \to$ [dioda] $\to y(t) = |x(t)|$ Penyearah (Rectifier)

energi listrik → (M) → energi mekanik — Motor Listrik

* Representasi sistem

Dalam kuliah ini, sistem direpresentasikan dengan BAGAN KOTAK (Block Diagram), suatu alat matematik untuk mem-visual-sasi sistem

⇒ Representasi isyarat (signal)

⇒ Representasi proses atau sistem

* Notasi Isyarat
* Berupa kata-kata/kalimat
* Berupa fungsi

$x(t)$ = isyarat x yang berubah dgn t

$y(k)$ = isyarat y yang ~~berubah dgn~~ sekuen $k = 0, 1, 2, 3, \ldots$

$V_i(j\omega) \to j = \sqrt{-1}$

ω, omega Ω

$\omega = 2\pi f$, f frekuensi dalam Hertz, $f = \frac{1}{T}$ T (second) periode, $\pi = \frac{k}{D}$, k keliling, D diameter

* Representasi isyarat (signal).

Dalam Bagan Kotak, isyarat direpresentasi kan dengan "anak panah", yang ada UJUNG dan PANGKAL-nya

pangkal → ujung

→ isyarat tunggal

⇒ isyarat majemuk.

* Percabangan dan Pertemuan ISYARAT

* Percabangan (branching) isyarat

$x(t) \to x(t),\ x(t)$; $y(k) \to y(k), y(k), y(k), y(k), y(k)$; $x(t)$

* Pertemuan (junction) isyarat

$y = x_1 - x_2 + x_3$

$y = x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - x_5$

$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$

energi mekanik → Generator → energi listrik

Analisis Isyarat dan Sistem
I Isyarat
II Sistem
* Pengertian SISTEM
* Representasi SISTEM → Bagan Kotak
* Macam macam SISTEM → 10 macam
* Pemodelan SISTEM → 3 macam

TEST I, TEST II } http://www.unhas.ac.id/rhiza/arsip/kuliah/ Sistem Linier → soal-soal

* Pengertian SISTEM (Oppenheim, et al.)

A system can be viewed as any process that results in the transformation of signals. Thus, a system has an input and an output which is related to the input through the system transformation.

MABA'13 → PPS Elektro UNHAS ⇒ WISUDAWAN 2015, D.O.

gel. radio → Antena Penerima (RX) ⇒ gel. listrik

* ALJABAR BAGAN KOTAK

Block Diagram Algebra

* Hubungan serial (Cascade)

$x \to \boxed{K_1} \xrightarrow{K_1x} \boxed{K_2} \to y = K_2K_1x$

$K = K_1K_2$

$x \to \boxed{K} \to y = Kx$

* Hubungan paralel

$x \to \boxed{K_1} \xrightarrow{K_1x}$, $\boxed{K_2} \xrightarrow{K_2x}$ $\otimes \to y = K_1x + K_2x = (K_1 + K_2)x$

$\boxed{K = K_1 + K_2}$

$x \to \boxed{K} \to y = Kx$

* Hubungan umpan maju (feed forward)

$x \to \boxed{K_1}$, $\boxed{K_2}$ $\to \otimes \to y$

* Hubungan umpan-balik (feedback)

$x \to \otimes \to \boxed{K_1} \to y$, $y \to \boxed{K_2} \to K_2y$

$x - K_2y$

$y = K_1[x - K_2y]$

$= K_1x - K_1K_2y$

$y + K_1K_2y = K_1x$

$[1 + K_1K_2]y = K_1x \to$

$y = \frac{K_1}{1 + K_1K_2}x$

$x \to \boxed{K} \to y = Kx$

$$\boxed{K = \frac{K_1}{1 + K_1K_2}}$$

Contoh-contoh

* Contoh MATEMATIS.

$x \to \otimes \xrightarrow{e} \boxed{2} \xrightarrow{2e} \boxed{3} \xrightarrow{6e} \otimes \to y$; $\boxed{4} \to 4x$; $\boxed{0{,}5}$, $(y - 4x)$, $0{,}5(y-4x)$

$x \to \boxed{K} \to y$ $K = \ldots ?$

Cara I Dengan Aljabar Bagan Kotak

Hubungan serial $K_1 = 2 \times 3 = 6$

Hubungan umpan-balik $K_2 = \frac{6}{1 + (6)(0{,}5)} = 1{,}5$

Hubungan umpan maju $K = K_2 + 4 = 5{,}5$

Cara II Dengan Percabangan & Pertemuan Isyarat

$e = x - (0{,}5(y - 4x))$

$= x - (0{,}5y - 2x)$

$= x - 0{,}5y + 2x = 3x - 0{,}5y$

$6e = y - 4x$

$6(3x - 0{,}5y) = y - 4x$

$18x - 3y = y - 4x$

$4y = 22x$

$y = 5{,}5x$ → $\boxed{K = 5{,}5}$

SAMA!

* Sistem Kausal/Non-Kausal

DEFINISI

Suatu sistem dikatakan non-kausal jika keluaran dan keadaannya pada saat ini bergantung pada masukan, keadaan dan/atau keluarannya pada masa yang akan datang

Contoh MATEMATIS

$x(k) \rightarrow$ SISTEM DIGITAL $\rightarrow y(k)$, $k = 0, 1, 2, 3, \dots$

clock — sekuensial

FF, ... — Processor

SISTEM A	SISTEM B
$y(k) = 10(k+1)\,x(k)$	$y(k) = 10\,k\,x(k+1)$
kausal	non kausal

k	x(k)	y(k)
0	1	10
1	0	0
2	1	30

k	x(k)	y(k)
0		0
1	?	
2	?	

non-realizable

Sistem yang "seolah olah" NON-KAUSAL, padahal sebenarnya KAUSAL

$y(k) = 2x(k+1) + 3y(k+3)$ ← sepertinya NONKAUSAL

Jika mundur 3 langkah

$y(k-3) = 2x(k-2) + 3y(k)$

$3y(k) = -2x(k-2) + y(k-3)$

$y(k) = -\frac{2}{3}x(k-2) + \frac{1}{3}y(k-3)$ ← KAUSAL

* Sistem invertible dan non-invertible

DEFINISI

Suatu sistem dikatakan invertible jika memiliki inverse

$x(t) \rightarrow \boxed{S} \rightarrow y(t)$ $\quad$ $y(t) \rightarrow \boxed{S^{-1}} \rightarrow x(t)$

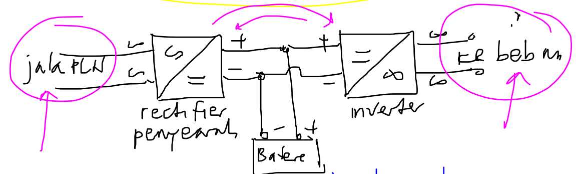
Invertibility penting dalam "signal processing"

Sistem	INVERSE
Recorder	Play back
Mic	SPEAKER
Encoder	Decoder
Pemancar (TX)	Penerima (RX)
Modulator	Demodulator
Encrypt	Decrypt
Scrambler	Descrambler
Multiplexer (MUX)	Demultiplexer (DEMUX)
⋮	⋮

"INVERTER" inverse "RECTIFIER" ???

Bukan, rectifier non-invertible!

UPS: Uninterruptable Power Supply

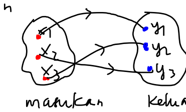


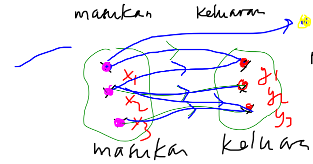
$x(t) \rightarrow \boxed{\text{Rectifier}} \rightarrow y(t) = |x(t)|$

$x(t) = 1 \rightarrow y(t) = 1$

$x(t) = -1 \rightarrow y(t) = 1$ $\rightarrow x(t) = ?$

Umumnya suatu sistem invertible karena terjadi pemetaan SATU-ke-SATU (one-to-one mapping) antara masukan dan keluaran





Bandingkan: $y(t) = [x(t)]^2$ = non-invertible (REAL)

dengan $y(t) = [x(t)]^3$ = invertible

* Pengertian SISTEM
* Representasi SISTEM
* Macam-macam SISTEM

* Sistem dengan/tanpa ingatan

Systems with/without memory

DEFINISI

Suatu sistem dikatakan memiliki ingatan jika keluaran dan keadaannya pada saat ini bergantung pada masukan, keadaan dan/atau keluarannya pada masa yang lalu

Contoh MATEMATIS

$x(t) \rightarrow$ SISTEM $\rightarrow y(t)$

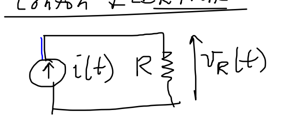
SISTEM A	SISTEM B
$y(t) = (t-10)\,x(t)$	$y(t) = t\,x(t-10)$
tanpa ingatan	dengan ingatan

$t = 13.00$

$y(13) = (13-10)\,x(13) = 3\,x(13)$

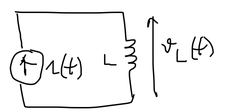
$y(13) = 13\,x(13-10) = 13\,x(3)$

Contoh ELEKTRIK

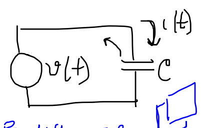


$i(t) \rightarrow \boxed{\text{Resistor } R} \rightarrow v_R(t)$

$v_R(t) = R\,i(t)$ (tanpa ingatan)

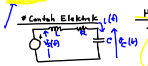


$v_L(t) = L\frac{di(t)}{dt}$ (dengan ingatan)



$i(t) = C\frac{dv(t)}{dt}$ (dengan ingatan)

* Contoh Elektrik



$v_s(t) \rightarrow$ RLC seri $\rightarrow v_C(t)$

Hukum Ohm

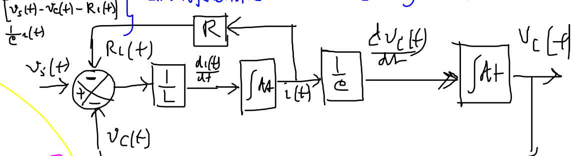
$v_s(t) - v_C(t) = R\,i(t) + L\frac{di(t)}{dt}$

$i(t) = C\frac{dv_C(t)}{dt}$

$\frac{di(t)}{dt} = \frac{1}{L}\left[v_s(t) - v_C(t) - R\,i(t)\right]$

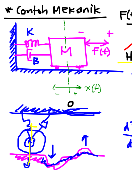
$\frac{dv_C(t)}{dt} = \frac{1}{C}\,i(t)$

Pers Diferensial



* Contoh Mekanik

$F(t) \rightarrow$ Spring Mass Damper $\rightarrow x(t)$



Hukum Newton

$F(t) = M\frac{d^2x(t)}{dt^2} + B\frac{dx(t)}{dt} + K\,x(t)$

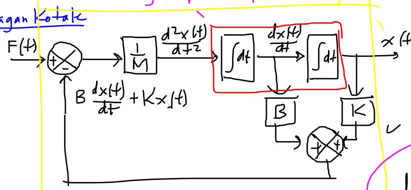
percepatan, kecepatan, posisi

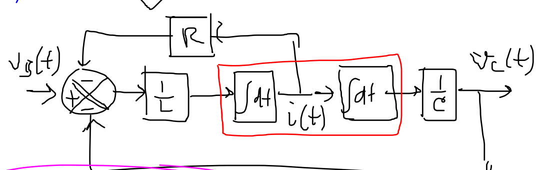
$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = \frac{1}{M}\left[F(t) - \left(B\frac{dx(t)}{dt} + K\,x(t)\right)\right]$

gaya goncangan, sistem suspensi

Pers Diferensial (KALKULUS)

Bagan Kotak





double integrator

next: Macam-macam Sifat

* Sistem LINIER dan TAK LINIER

Suatu sistem dikatakan linier, jika kombinasi linier isyarat masukan SELALU menghasilkan kombinasi linier isyarat keluaran

Jika suatu sistem
- diberikan masukan $x_1(t)$ menghasilkan keluaran $y_1(t)$
- diberikan masukan $x_2(t)$ menghasilkan keluaran $y_2(t)$
- lalu dengan α_1 dan α_2 REAL $\neq 0$, diberikan masukan $x(t) = \alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t)$

maka keluarannya SELALU $y(t) = \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t)$

untuk sembarang $x_1(t), x_2(t), \alpha_1$ dan α_2

Dengan TABEL :

Masukan	→	Keluaran
$x_1(t)$	→	$y_1(t)$
$x_2(t)$	→	$y_2(t)$
sembarang α_1, α_2: $\alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t)$	→	$y(t) = \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t)$

KOMBINASI LINIER MASUKAN — KOMBINASI LINIER KELUARAN

Contoh :

* Buktikan penguat $y(t) = Kx(t)$ adalah penguat linier!

Jawab :

Bukti :

Masukan	→	Keluaran
$x_1(t)$	→	$y_1(t) = Kx_1(t)$
$x_2(t)$	→	$y_2(t) = Kx_2(t)$

α_1, α_2.

$x(t) = \alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t) \longrightarrow y(t) = Kx(t)$

kombinasi linier isyarat masukan

$= K[\alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t)]$

$= K\alpha_1 x_1(t) + K\alpha_2 x_2(t)$

$= \alpha_1(Kx_1(t)) + \alpha_2(Kx_2(t))$

$= \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t)$

KOMBINASI LINIER ISYARAT KELUARAN

LTI

QED (terbukti)

Terbukti bahwa Penguat ini LINIER

* Bagaimana dengan penguat $y(t) = Ke^{-t}x(t)$?

Jawab : Penguat $y(t) = Ke^{-t}x(t)$ adalah sistem linier!

Bukti :

Masukan	→	Keluaran
$x_1(t)$	→	$y_1(t) = Ke^{-t}x_1(t)$
$x_2(t)$	→	$y_2(t) = Ke^{-t}x_2(t)$

$\alpha_1 \& \alpha_2$

$x(t) = \alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t) \longrightarrow y(t) = Ke^{-t}x(t)$

$= Ke^{-t}[\alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t)]$

$= Ke^{-t}\alpha_1 x_1(t) + Ke^{-t}\alpha_2 x_2(t)$

$= \alpha_1 Ke^{-t}x_1(t) + \alpha_2 \cdot Ke^{-t}x_2(t)$

$= \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t)$

LTV

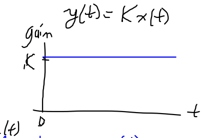
QED

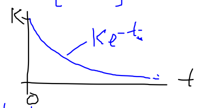
* Sistem "TIME VARYING" dan "TIME INVARIANT"

Definisi : Suatu sistem dikatakan "time invariant" jika pergeseran waktu (time-shifting, ditunda atau dimajukan) pada masukan HANYA akan mengakibatkan pergeseran waktu pada keluaran

Contoh : Penguat A $\quad x(t) \rightarrow \boxed{\text{Penguat}} \rightarrow y(t) \quad$ Penguat B

$y(t) = Kx(t) \qquad\qquad y(t) = [Ke^{-t}]x(t)$





Masukan $x_1(t)$, menghasilkan keluaran :

$y(t) = Kx_1(t) \qquad\qquad y_1(t) = [Ke^{-t}]x_1(t)$

yang jika ditunda:

$y_1(t-\Delta) = Kx_1(t-\Delta) \qquad y_1(t-\Delta) = [Ke^{-(t-\Delta)}]x_1(t-\Delta)$

$= Ke^{\Delta}e^{-t}x_1(t-\Delta)$

sama — tdk sama

Masukan $x_2(t) = x_1(t-\Delta)$, menghasilkan keluaran :

$y_2(t) = Kx_2(t) \qquad\qquad y_2(t) = Ke^{-t}x_2(t)$

$= Kx_1(t-\Delta) \qquad\qquad = Ke^{-t}x_1(t-\Delta)$

$= y_1(t-\Delta) \qquad\qquad y_2(t) \neq y_1(t-\Delta)$

TIME INVARIANT — TIME VARYING

* Linierkah rangkaian penyearah : $y(t) = |x(t)|$?

Jawab : Tidak, penyearah ini tak linier!

BukanBukti :

Masukan	→	Keluaran
$x_1(t) = 2$	→	$y_1(t) = \|x_1(t)\| = \|2\| = 2$
$x_2(t) = 3$	→	$y_2(t) = \|x_2(t)\| = \|3\| = 3$
$\alpha_1 = 4, \alpha_2 = 5$	→	$\alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t)$ $= 4 \cdot 2 + 5 \cdot 3 = 23$ (Kombinasi linier isyarat keluaran)

$x(t) = \alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t)$

$= 4 \cdot 2 + 5 \cdot 3 = 23 \longrightarrow y(t) = |x(t)| = |23| = 23$

kombinasi linier isyarat masukan — (hasil kombinasi linier isyarat masukan)

Bukti yang benar, silakan cari sendiri!

* Buktikan bahwa modulator fasa :

$y(t) = A\sin[\omega t + x(t)]$

adalah sistem tak linier.

$\omega = 2\pi f_c$

Bukti :

Masukan	→	Keluaran
Pada $t = 0$	→	$y(t) = A\sin(x(t))$
$x_1(t) = \frac{\pi}{2}$ rad	→	$y_1(t) = A\sin\frac{\pi}{2} = A$
$x_2(t) = \frac{\pi}{6}$ rad	→	$y_2(t) = A\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}A$
$\alpha_1 = 1, \alpha_2 = 1$	→	$\alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t)$ $= 1 \cdot A + 1 \cdot \frac{1}{2}A$ $= 1\frac{1}{2}A$

$x(t) = \alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t)$

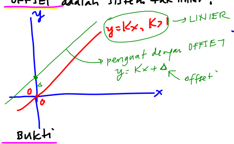
$= 1 \cdot \frac{\pi}{2} + 1 \cdot \frac{\pi}{6}$

$= \frac{2\pi}{3} \longrightarrow y(t) = A\sin\frac{2\pi}{3}$

$= \frac{1}{2}A\sqrt{3}$

Terbukti sistem tak linier.

* Buktikan bahwa penguat "OFFSET" adalah sistem tak linier!



Bukti

Isyarat Masukan → Isyarat Keluaran

$x_1(t) = 1 \longrightarrow y_1(t) = K + \Delta$

$x_2(t) = 2 \longrightarrow y_2(t) = 2K + \Delta$

$\alpha_1 = 1,\ \alpha_2 = 1 \longrightarrow \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t)$

$x(t) = \alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t) \qquad = 1(K+\Delta) + 1(2K+\Delta)$

$= 1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 \qquad = 3K + 2\Delta$

$= 3 \longrightarrow y(t) = Kx(t) + \Delta$

$= 3K + \Delta$

Jelaslah bahwa penguat dengan OFFSET adalah sistem TAK LINIER, karena kombinasi linier isyarat masukan TIDAK menghasilkan kombinasi linier isyarat keluaran

$y(t) \neq \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t)$. (q.e.d.)

BAB I Pengenalan SISTEM

BAB II Pemodelan SISTEM

* Pentingnya pemodelan SISTEM!

* Model-Model Sistem:
  * Model STATIK
  * Model DINAMIK:
    - ⇒ Model Transfer Function
    - ⇒ Model State Space

* Buktikan suatu integrator $y(t) = \int x(t)\,dt$ adalah SISTEM LINIER!

Jawab

Isyarat Masukan → Isyarat Keluaran

$x_1(t) \longrightarrow y_1(t) = \int x_1(t)\,dt$

$x_2(t) \longrightarrow y_2(t) = \int x_2(t)\,dt$

$\alpha_1, \alpha_2 \longrightarrow$ Kombinasi Linier Isyarat Keluaran $\alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t)$

Kombinasi Linier Isyarat Masukan

$x(t) = \alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t) \longrightarrow y(t) = \int x(t)\,dt$

$= \int [\alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t)]\,dt$

$= \int \alpha_1 x_1(t)\,dt + \int \alpha_2 x_2(t)\,dt$

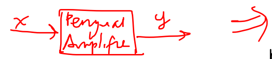
$= \alpha_1 \int x_1(t)\,dt + \alpha_2 \int x_2(t)\,dt$

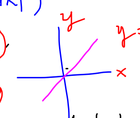
$= \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t)$

Jadi suatu integrator adalah SISTEM LINIER karena setiap kombinasi linier isyarat masukan selalu menghasilkan kombinasi linier isyarat keluaran (q.e.d.)

* Model statik
  - → Disebut juga model watak-alih (transfer characteristic) (model steady state) (keadaan tunak)
  - → Tidak melibatkan waktu t

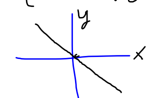
Misalnya: * Penguat (Amplifier)





y=Kx, K>1

penguat tak membalik (non-inverting)



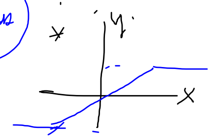
y=Kx, K<0

penguat membalik

khusus K = −1, namanya adalah pembalik phasa (PHASE SHIFTER)

Model STATIK ini kurang bermanfaat untuk SISTEM LINIER, tapi untuk SISTEM TAK LINIER ia SANGAT BERMANFAAT =

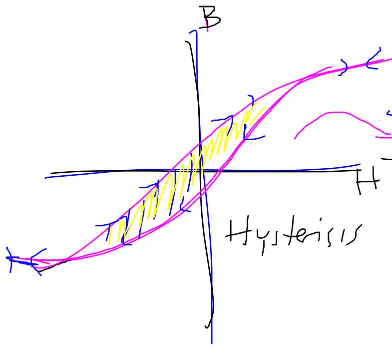
*



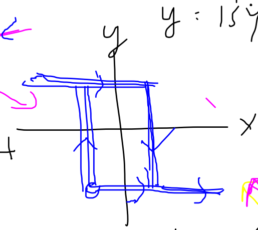
Saturating amplifier. (Penguat jenuh)

x: Isyarat masukan

y: Isyarat keluaran



Hysteresis

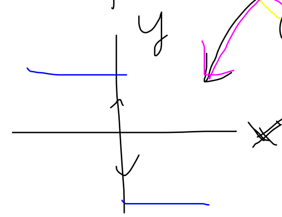


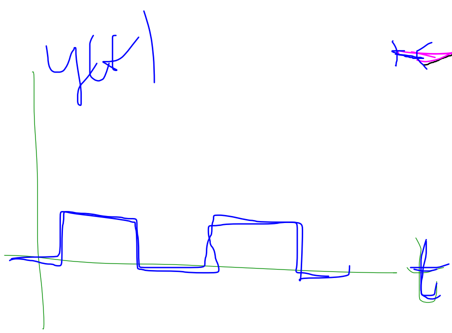
Relay

Hysteresis tegak

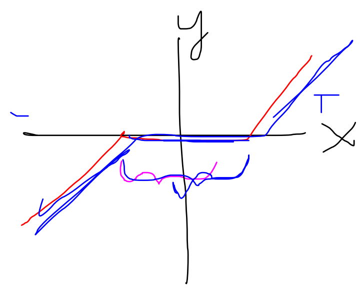
Schmitt Trigger

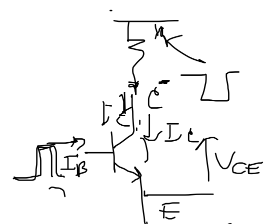
Pembanding (Window comparator)

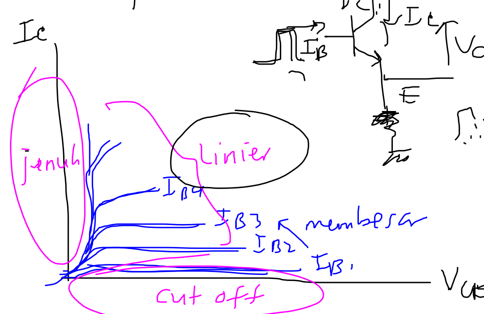




DEAD ZONE







$x(t) \rightarrow \boxed{g(t)} \rightarrow y(t)$

Jika $x(t)=\delta(t) \rightarrow y(t)=g(t)$

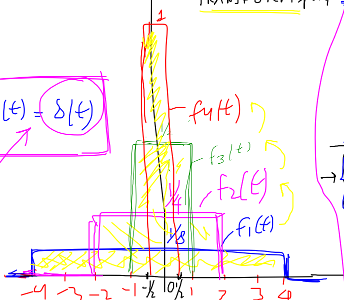
Jika $x(t) \neq \delta(t) \rightarrow y(t)= \cancel{g(t)\,x(t)}$
maka $y(t)$ adalah
KONVOLUSI antara $g(t)$ dan $x(t)$

$$y(t)=\int_{-\infty}^{\infty} g(\tau)\cdot x(t-\tau)\,d\tau \qquad \tau = \text{"tau"}$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty} g(t-\tau)\,x(t)\,d\tau$$

Untuk menghindari kerumitan integral konvolusi, dapat digunakan Transf Laplace
(lihat http://www.unhas.ac.id/rhiza/arsip/kuliah/TRANSFORM.pdf)

$$\lim_{k\to\infty} f_k(t) = \delta(t)$$



$$f_1(t)\begin{cases}=0, & t<-4\\ =1/8, & -4\le t\le 4\\ =0, & t>4\end{cases} \qquad \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t)\,dt = 1$$

$f_1(t) \neq \delta(t)$. karena $f_1(t)$ tidak hanya ada pada $t=0$

* MODEL NISBAH-ALIH (Transfer Function)

→ Apa itu Nisbah Alih?
What is a Transfer Function?

Jawab: Nisbah-Alih adalah tanggapan denyut
A Transfer Function is the impulse response

$\delta(t) \rightarrow \boxed{\text{SISTEM}} \rightarrow g(t)$

$\delta(t),\ x(t) \rightarrow \boxed{g(t)} \rightarrow g(t),\ y(t)$

Jika suatu sistem menghasilkan keluaran $g(t)$ ketika diberi masukan isyarat denyut satuan (unit impulse) $\delta(t)$, maka dikatakan nisbah-alih sistem itu adalah $g(t)$.

δ delta
Δ DELTA

⇒ Apa itu isyarat denyut satuan?
What is a unit impulse?

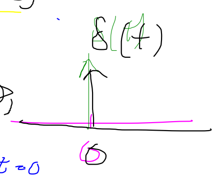
Isyarat $\delta(t)$ suatu isyarat matematis yang TIDAK ADA realisasi fisiknya

Ada beberapa fenomena yang mendekati sifat-sifat suatu isyarat denyut satuan, misalnya:
* Loncatan bunga api listrik
* Sambaran petir
* Benturan antara stick golf dengan bola golf.
* Sesuatu yang sangat besar/keras dan sangat cepat

Sifat $\delta(t)$

* $\delta(t)\begin{cases}=0, & t\neq 0\\ \neq 0, & t=0\end{cases}$ Hanya ada pada $t=0$
* $\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\,dt = 1$ Luas bidang antara $\delta(t)$ dengan sumbu $t=1$

* Bagaimana membuat $\delta(t)$?
$\delta(t)$ dapat dibuat secara matematis dengan berbagai cara, antara lain sbb:



$x(t) \rightarrow \boxed{g(t)} \rightarrow y(t)$
↓ Transformasi laplace
$X(s) \rightarrow \boxed{G(s)} \rightarrow Y(s)$

~~$g(t)=g(t)\cdot x(t)$~~

$Y(s)=\mathcal{L}\,y(t)$
$X(s)=\mathcal{L}\,x(t)$
$G(s)=\mathcal{L}\,g(t)$

$Y(s)=G(s)\,X(s)$

$G(s)=\dfrac{Y(s)}{X(s)}$

Contoh: * Tentukan $\mathcal{L}\,\delta(t)$!

$\delta(t) \rightarrow \boxed{g(t)} \rightarrow g(t)$
↓ Transf. Laplace
$\mathcal{L}\,\delta(t) \rightarrow \boxed{G(s)} \rightarrow G(s)$

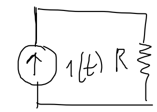
$\mathcal{L}\,\delta(t) = \dfrac{G(s)}{G(s)} = 1$

t: real variable
s = peubah Laplace (complex variable)

$\mathcal{L}\,x(t)=X(s) \longleftrightarrow \mathcal{L}^{-1}X(s)=x(t)$

$\mathcal{L}\,g(t)=G(s) \longleftrightarrow \mathcal{L}^{-1}G(s)=g(t)$

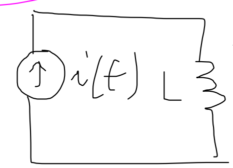
* Konsep IMPEDANSI



$v_R(t)=R\,i(t)$

$i(t) \rightarrow \boxed{R} \rightarrow v_R(t)$
↓ Transf. Laplace
$I(s) \rightarrow \boxed{R} \rightarrow V_R(s)$

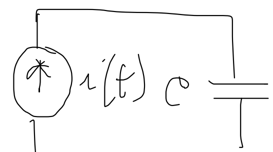
$$\boxed{Z_R(s)=\frac{V_R(s)}{I(s)}=R}$$



$$v_L(t)=L\,\frac{di(t)}{dt}$$

↓ Transf Laplace

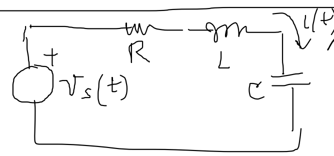
$$V_L(s)=Ls\,I(s) \rightarrow \boxed{Z_L(s)=\frac{V_L(s)}{I(s)}=Ls}$$



$$v_C(t)=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{\infty} i(t)\,dt$$

↓ Transf. Laplace:

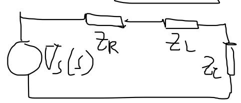
$$V_C(s)=\frac{1}{Cs}\,I(s) \rightarrow \boxed{Z_C(s)=\frac{V_C(s)}{I(s)}=\frac{1}{Cs}}\ \frac{1}{Cs}$$



$v_C(t)$, $v_C(0)=0$.

$V_s(s) \rightarrow \boxed{G(s)} \rightarrow V_C(s)$

$$G(s)=\frac{V_C(s)}{V_s(s)}=???$$



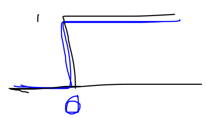
$$V_C(s)=\frac{Z_C}{Z_R+Z_L+Z_C}\,V_s(s)$$

$$G(s)=\frac{Z_C}{Z_R+Z_L+Z_C}=\frac{1/Cs}{R+Ls+\frac{1}{Cs}}$$

$$=\frac{1}{LCs^2+RCs+1}$$

* Analisis Transien

$v_s(t)$:



$v_s(t)=u(t)$
$\mathcal{L}\,v_s(t)=\mathcal{L}\,u(t)=\frac{1}{s}$

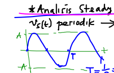
$$V_s(s)=\frac{1}{s},\quad G(s)=\frac{1}{LCs^2+RCs+1}$$

$$V_C(s)=G(s)\,V_s(s)=\frac{1}{s(LCs^2+RCs+1)}$$

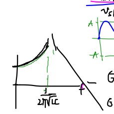
$$v_C(t)=\mathcal{L}^{-1}V_C(s) \longrightarrow \text{lihat tabel}$$

* Analisis Steady State

$v_s(t)$ periodik $\rightarrow v_s(t)=A\sin\omega t$
ω - omega [rad/sec]
$=2\pi f$ f [Hertz]



$T=\frac{1}{f}=\frac{2\pi}{\omega}$ [second]



$$G(s)=\frac{1}{LCs^2+RCs+1} \qquad s=j\omega \quad j=\sqrt{-1}$$

$$G(j\omega)=\frac{1}{LC(j\omega)^2+RC(j\omega)+1}=\frac{1}{j\omega RC+(1-\omega^2 LC)}$$

$\omega=\sqrt{\frac{1}{LC}} \rightarrow$ resonansi

$f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}}$ Hertz
$=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ Hertz

A_v = Gain $=|G(j\omega)|=\dfrac{1}{\sqrt{Re^2+Im^2}}$

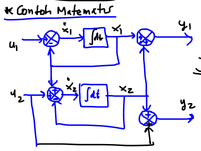
ϕ = Fasa $=\angle G(j\omega)=\tan\left(\frac{Im}{Re}\right)$

$Im=\omega RC \quad Re=(1-\omega^2 LC)$

$v_C(t)=A_v\cdot A\sin(\omega t+\phi) \rightarrow$ Diagram Bode

Contoh:

*** Contoh Matematis**



Tentukan Model Ruang Keadaan dari sistem di sebelah kiri!

Jawab: $m=2 \quad n=2 \quad k=2$

Dimensi $A[2\times2]$, $B[2\times2]$, $C[2\times2]$, $D[2\times2]$

Pers Keadaan: $\dot{x}_1 = -x_1 + u_1$

$\dot{x}_2 = x_1 - x_2 + u_2$

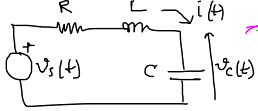
Pers. Keluaran: $y_1 = x_1 + x_2$

$y_2 = x_2 + u_2$

$$\dot{x} = \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}}_{A[2\times2]} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{B[2\times2]} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$y = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{C[2\times2]} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{D[2\times2]} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

*



Hukum Ohm

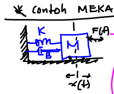
$v_s(t) - v_c(t) = R\,i(t) + L\dfrac{di(t)}{dt}$ --- (1)

$i(t) = C\dfrac{dv_c(t)}{dt}$ ------ (2)

Tentukan model Ruang Keadaan dengan "state assignment"

$\left[\begin{array}{ll} u \triangleq v_s(t) & x_1 \triangleq i(t) \\ y \triangleq v_c(t) & x_2 \triangleq v_c(t) \end{array}\right]$

*** Contoh MEKANIK**



Hukum Newton

$F(t) = M\dfrac{d^2x(t)}{dt^2} + B\dfrac{dx(t)}{dt} + Kx(t)$

Susunlah Model Ruang Keadaan dengan "state assignment":

SISO $\left[\begin{array}{l} y \triangleq x(t) \quad \text{(output)} \\ u \triangleq F(t) \quad \text{(input)} \\ x_1 \triangleq x(t) \\ x_2 \triangleq \dfrac{dx(t)}{dt} \end{array}\right]$

Jawab:

Pers. keadaan:

$\dot{x}_1 = \dfrac{dx_1}{dt} = \dfrac{dx(t)}{dt} = x_2$

$\dot{x}_2 = \dfrac{dx_2}{dt} = \dfrac{d^2x(t)}{dt^2}$

$\dfrac{d^2x(t)}{dt^2} = -\dfrac{K}{M}x(t) - \dfrac{B}{M}\dfrac{dx(t)}{dt} + \dfrac{1}{M}F(t)$

$\dot{x}_2 = -\dfrac{K}{M}x_1 - \dfrac{B}{M}x_2 + \dfrac{1}{M}u$

Pers Keluaran:

$y = x(t) = x_1$

Dimensi Matrix: $m=1, n=2, k=1$

$A[2\times2]$, $B[2\times1]$, $C[1\times2]$, $D[1\times1]$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K}{M} & -\frac{B}{M} \end{bmatrix}}_{A[2\times2]} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \end{bmatrix}}_{B[2\times1]} u$$

$$y = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}}_{C[1\times2]} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}}_{D[1\times1]} u$$

* Gambarkan bagan Kotak dengan 2 integrator seperti pada contoh matematis

* Tentukan Model Nisbah Alih-nya!

*** Model Ruang Keadaan (State Space)**

$u \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l}\dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du\end{array}} \Rightarrow y$ MIMO systems

u = masukan INPUT $u(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_m(t) \end{bmatrix}$ vektor $[m\times1]$ untuk m buah masukan

y = keluaran OUTPUT $y(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_k(t) \end{bmatrix}$ vektor $[k\times1]$ untuk k buah keluaran

x = peubah keadaan STATE VARIABLE $x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}$ vektor $[n\times1]$ untuk n buah peubah keadaan

$\dot{x} = \dfrac{dx(t)}{dt}$

Persamaan Keadaan (State Equation): $\underset{[n\times1]}{\dot{x}} = \dfrac{dx(t)}{dt} = \underbrace{A\overset{?\,[n\times1]}{x}}_{[n\times1]} + \underbrace{B\overset{?\,[m\times1]}{u}}_{[n\times1]}$

Persamaan Keluaran (Output Equation): $\underset{[k\times1]}{y} = \underbrace{C\overset{?\,[n\times1]}{x}}_{[k\times1]} + \underbrace{D\overset{?\,[m\times1]}{u}}_{[k\times1]}$

*** Dimensi matrix A, B, C dan D**

$A[n\times n]$ $B[n\times m]$

$C[k\times n]$ $D[k\times m]$

Contoh: Suatu sistem memiliki 5 buah masukan, 6 buah keluaran dan 7 buah peubah keadaan. Tentukan dimensi matrix A, B, C dan D!!

Jawab: $m=5 \quad n=7 \quad k=6$

Jadi $A[7\times7]$, $B[7\times5]$, $C[6\times7]$, $D[6\times5]$

Catatan:

* Jika semua matrix A, B, C dan D berisi KONSTANTA, maka sistem adalah LINEAR TIME-INVARIANT (LTI) $\left\{\begin{array}{l} m=1 \\ k=1 \end{array}\right.$

* Jika ada di antara matrix A, B, C dan D yang berisi suatu fungsi waktu (berubah dengan waktu t) maka sistem adalah LINEAR TIME VARYING (LTV)

* Selain yang di atas adalah NON-LINEAR

Model Nisbah-Alih