* Sistem LINIER dan TAK LINIER

Suatu sistem dikatakan linier, jika kombinasi linier isyarat masukan SELALU menghasilkan kombinasi linier isyarat keluaran

Jika suatu sistem
- diberikan masukan $x_1(t)$ menghasilkan keluaran $y_1(t)$
- diberikan masukan $x_2(t)$ menghasilkan keluaran $y_2(t)$
- lalu dengan α_1 dan α_2 REAL ≠ 0, diberikan masukan $x(t) = \alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t)$

maka keluarannya SELALU $y(t) = \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t)$ untuk sembarang $x_1(t), x_2(t), \alpha_1$ dan α_2

Dengan TABEL :

Masukan ⟶ Keluaran

$x_1(t) \longrightarrow y_1(t)$

$x_2(t) \longrightarrow y_2(t)$

sembarang α_1, α_2

$\alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t) \longrightarrow y(t) = \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t)$

KOMBINASI LINIER MASUKAN — KOMBINASI LINIER KELUARAN

Contoh :

* Buktikan penguat $y(t) = Kx(t)$ adalah penguat linier!

Jawab :

Bukti :

Masukan ⟶ Keluaran

$x_1(t) \longrightarrow y_1(t) = Kx_1(t)$

$x_2(t) \longrightarrow y_2(t) = Kx_2(t)$

α_1, α_2.

$x(t) = \alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t) \longrightarrow y(t) = Kx(t)$

kombinasi linier isyarat masukan

$= K[\alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t)]$

$= K\alpha_1 x_1(t) + K\alpha_2 x_2(t)$

$= \alpha_1(Kx_1(t)) + \alpha_2(Kx_2(t))$

$= \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t)$

KOMBINASI LINIER ISYARAT KELUARAN

LTI

QED (terbukti)

Terbukti bahwa Penguat ini LINIER

* Bagaimana dengan penguat $y(t) = Ke^{-t}x(t)$?

Jawab : Penguat $(t) = Ke^{-t}x(t)$ adalah sistem linier!

Bukti : Masukan ⟶ Keluaran

$x_1(t) \longrightarrow y_1(t) = Ke^{-t}x_1(t)$

$x_2(t) \longrightarrow y_2(t) = Ke^{-t}x_2(t)$

$\alpha_1 \,\&\, \alpha_2$

$x(t) = \alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 (t) \longrightarrow y(t) = Ke^{-t}x(t)$

$= Ke^{-t}[\alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t)]$

$= Ke^{-t}\alpha_1 x_1(t) + Ke^{-t}\alpha_2 x_2(t)$

$= \alpha_1 Ke^{-t}x_1(t) + \alpha_2 \cdot Ke^{-t}x_2(t)$

$= \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t)$

LTV

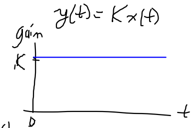
QED

* Sistem "TIME VARYING" dan "TIME INVARIANT"

Definisi : Suatu sistem dikatakan "time invariant" jika pergeseran waktu (time-shifting, ditunda atau dimajukan) pada masukan HANYA akan mengakibatkan pergeseran waktu pada keluaran

Contoh : Penguat A $\xrightarrow{x(t)}$ $\boxed{\text{Penguat}}$ $\xrightarrow{y(t)}$ Penguat B

$y(t) = Kx(t)$ — $y(t) = [Ke^{-t}]x(t)$



Masukan $x_1(t)$, menghasilkan keluaran :

$y(t) = Kx_1(t)$ — $y_1(t) = [Ke^{-t}]x_1(t)$

yang jika ditunda :

$y_1(t-\Delta) = Kx_1(t-\Delta)$ — $y_1(t-\Delta) = [Ke^{-(t-\Delta)}]x_1(t-\Delta)$

sama — $= Ke^{\Delta}e^{-t}x_1(t-\Delta)$

Masukan $x_2(t) = x_1(t-\Delta)$, menghasilkan keluaran : tdk sama

$y_2(t) = Kx_2(t)$ — $y_2(t) = Ke^{-t}x_2(t)$

$= Kx_1(t-\Delta)$ — $= Ke^{-t}x_1(t-\Delta)$

$= y_1(t-\Delta)$ — $y_2(t) \neq y_1(t-\Delta)$

TIME INVARIANT — TIME VARYING

* Linierkah rangkaian penyearah : $y(t) = |x(t)|$?

Jawab : Tidak, penyearah ini tak linier!

BukanBukti :

Masukan ⟶ Keluaran

$x_1(t) = 2 \longrightarrow y_1(t) = |x_1(t)| = |2| = 2$

$x_2(t) = 3 \longrightarrow y_2(t) = |x_2(t)| = |3| = 3$

$\alpha_1 = 4, \alpha_2 = 5 \longrightarrow \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t)$

$4 \cdot 2 + 5 \cdot 3 = 23$

(Kombinasi linier isyarat keluaran)

$x(t) = \alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t)$

$= 4 \cdot 2 + 5 \cdot 3 = 23 \longrightarrow y(t) = |x(t)| = |23| = 23$

kombinasi linier isyarat masukan — (hasil kombinasi linier isyarat masuk)

Bukti yang benar, silakan cari sendiri!

* Buktikan bahwa modulator fasa :

$y(t) = A \sin[\omega t + x(t)]$

adalah sistem tak linier.

$\omega = 2\pi f_c$

Bukti :

Masukan ⟶ Keluaran

Pada $t = 0 \longrightarrow y(t) = A\sin(x(t))$

$x_1(t) = \frac{\pi}{2}$ rad $\longrightarrow y_1(t) = A \sin \frac{\pi}{2} = A$

$x_2(t) = \frac{\pi}{6}$ rad $\longrightarrow y_2(t) = A \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}A$

$\alpha_1 = 1, \alpha_2 = 1 \longrightarrow \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t)$

$= 1 \cdot A + 1 \cdot \frac{1}{2}A$

$= 1\frac{1}{2}A$

$x(t) = \alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t)$

$= 1 \cdot \frac{\pi}{2} + 1 \cdot \frac{\pi}{6}$

$= \frac{2\pi}{3} \longrightarrow y(t) = A \sin \frac{2\pi}{3}$

$= \frac{1}{2}A\sqrt{3}$

Terbukti sistem tak linier!

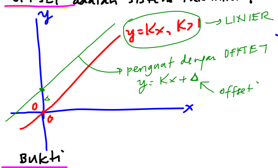
BAB I Pengenalan SISTEM

BAB II Pemodelan SISTEM

* Pentingnya pemodelan SISTEM !?

* Model-Model Sistem :
  * Model STATIK
  * Model DINAMIK :
    - ⇒ Model Transfer Function
    - ⇒ Model State Space

* Buktikan bahwa penguat "OFFSET" adalah sistem tak linier !



Bukti

Isyarat Masukan → Isyarat Keluaran

$x_1(t) = 1 \longrightarrow y_1(t) = K + \Delta$

$x_2(t) = 2 \longrightarrow y_2(t) = 2K + \Delta$

$\alpha_1 = 1,\ \alpha_2 = 1 \longrightarrow \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t)$

$= 1(K+\Delta) + 1(2K+\Delta)$

$= 3K + 2\Delta$

$x(t) = \alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t)$

$= 1 \cdot 1 + 1 \cdot 2$

$= 3 \longrightarrow y(t) = Kx(t) + \Delta$

$= 3K + \Delta$

Jelaslah bahwa penguat dengan OFFSET adalah sistem TAK LINIER, karena kombinasi linier isyarat masukan TIDAK menghasilkan kombinasi linier isyarat keluaran

$y(t) \neq \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t)$. (q.e.d.)

* Buktikan suatu integrator $y(t) = \int x(t)\,dt$ adalah SISTEM LINIER !

Jawab

Isyarat Masukan → Isyarat Keluaran

$x_1(t) \longrightarrow y_1(t) = \int x_1(t)\,dt$

$x_2(t) \longrightarrow y_2(t) = \int x_2(t)\,dt$

$\alpha_1, \alpha_2 \longrightarrow$ Kombinasi Linier Isyarat Keluaran $\alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t)$

Kombinasi Linier Isyarat Masukan

$x(t) = \alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t) \longrightarrow y(t) = \int x(t)\,dt$

$= \int [\alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t)]\,dt$

$= \int \alpha_1 x_1(t)\,dt + \int \alpha_2 x_2(t)\,dt$

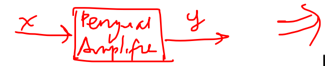
$= \alpha_1 \int x_1(t)\,dt + \alpha_2 \int x_2(t)\,dt$

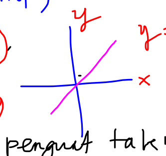
$= \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t)$

Jadi suatu integrator adalah SISTEM LINIER karena setiap kombinasi linier isyarat masukan selalu menghasilkan kombinasi linier isyarat keluaran (q.e.d)

* Model statik
  → Disebut juga model watak-alih (transfer charateristic) (model steady state) (keadaan tunak)
  → Tidak melibatkan waktu t

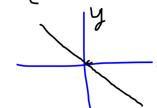
Misalnya : * Penguat (Amplifier)





$y = Kx,\ K > 1$

penguat takmembalik (non-inverting)

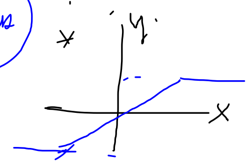


$y = Kx,\ K < 0$

Penguat membalik

khusus $K = -1$, namanya adalah pembalik phasa (PHASE SHIFTER)

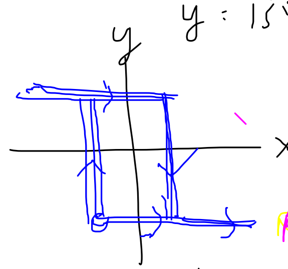
Model STATIK ini kurang bermanfaat untuk sistem LINIER, tapi untuk SISTEM TAK LINIER ia SANGAT BERMANFAAT =

* 

Saturating amplifier. (Penguat jenuh)

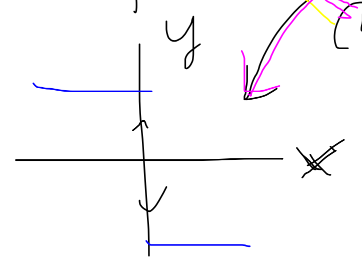
x : Isyarat masukan

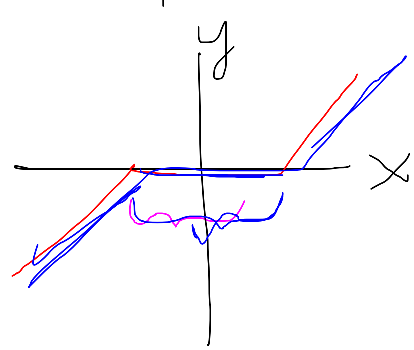
y : Isyarat keluaran



Relay
Hysterisis tegak
Schmitt Trigger

Pembanding (Window comparator)





DEAD ZONE