

# Apa itu SISTEM KENDALI??

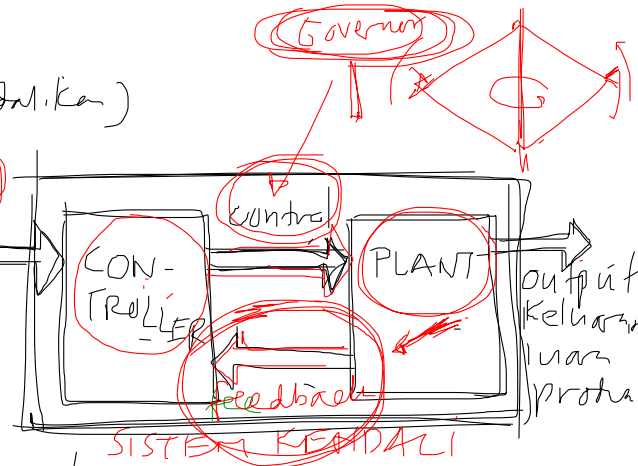
Sistem Kendali adalah sistem apa saja,  
yang terdiri dari 2 (dua) bagian:

- \* Kendalian (PLANT yang dikendalikan)
- \* Pengendali (CONTROLLER yang mengendalikan)

Teknik Kendali (Control Engineering)  
adalah bidang ilmu yang mempelajari  
Sistem Kendali (Control Systems)

REFERENCE  
INPUT

masukan  
dan  
setting,  
command



Kendali

1996 - MASDALI → Many Sistem Kendali Indonesia

"Control" ↔ "Kendali"

- kontrol
- pengaturan (ITB EL)
- mengatur (ITB MS)
- pengendalian (UGM)

## DASAR SISTEM KENDALI

Rhiza +628164312162

rhiza@unhar.ac.id

<http://www.unhar.ac.id/rhiza/arsip/Kuliah/>  
<http://www.unhar.ac.id/rhiza/arsip/Kuliah/>

Penilaian : (40% MID + 60% FIN) } N.A.  
(open book, no laptop)

- \* Otomatis { Keterlibatan MANUSIA
- \* Manual

16x pertemuan @ 100 menit :

Bab I: Pengantar

Bab II: Alat-alat Matematika

Bab III: Istilah-istilah sistem Kendali

Bab IV: Analisis Kestabilan

Buku-bacaan

- \* Ogata, "Modern Control Engineering"
- \* Kuo, "Automatic Control systems"
- \* Schaum Series: "Feedback and Control Systems"

## Bab I: Pengenalan SISTEM KENDALI

### Introduction to Control System

1995 Konsorsium Ilmu-Ilmu Teknik

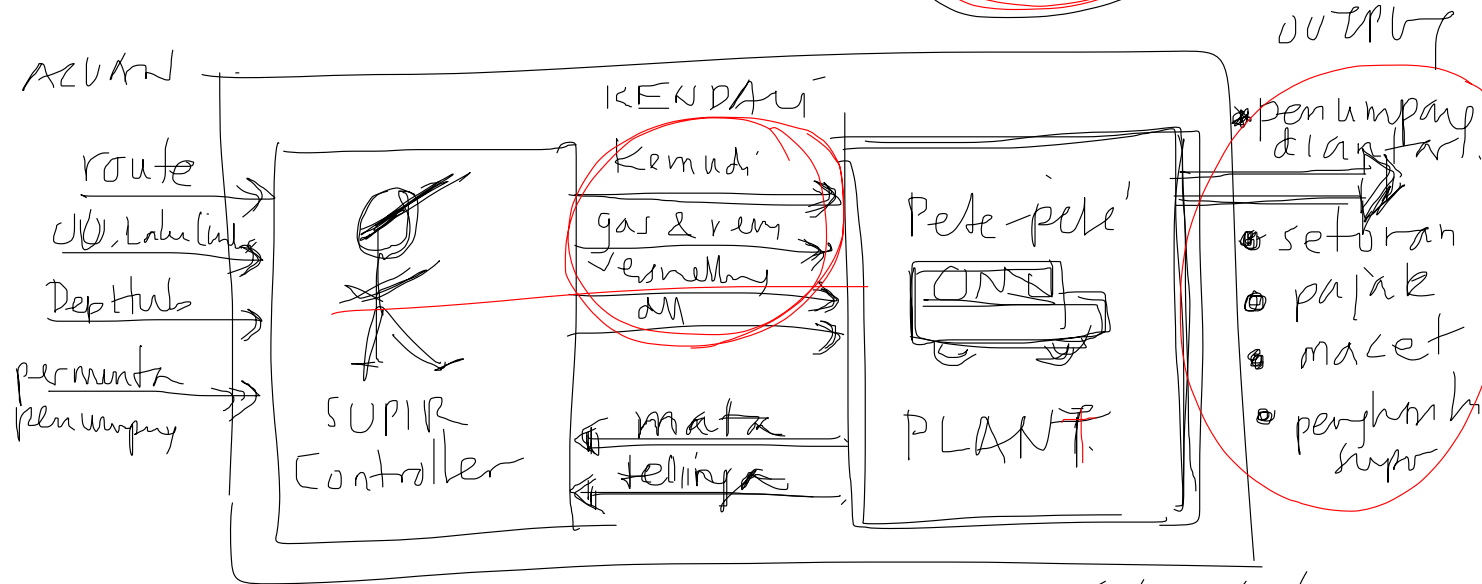
menetapkan :

TEKNIK ELEKTRO  
Electrical Engineering

- \* Teknik ENERGI
- \* Teknik TELEKOMUNIKASI
- \* Teknik ELEKTRONIKA
- \* Teknik KENDALI
- \* Teknik KOMPUTER

# Contoh SISTEM KENDALI

MANUAL



Sistem Kendali Operasional PETÉ-PÉTÉ

## BAB II Alat-alat MATEMATIK

Teori Kendali  
Control theory

\* Teori Kendali KLASIK

\* Teori Kendali MODERN

paket 1. Bagan Kotak & Aljabar-nya

paket 2: Model Klisbah-Alih dan Jelmaan LAPLACE

# Paket 1.

## Bagan Kotak dan Aljabar Bagan Kotak

\* ISYARAT (signal)  
\* SISTEM (system)

Dalam bagan kotak isyarat digambarkan dengan 'anak panah'

Sumber  "tunggal"   
arah  
propagasi

 "jamak" / banyak  
 $x(t)$

  
Isyarat  
masuk

  
arus  $I$

\* NOTASI ISYARAT

  $x(t)$

\* isyarat  $x$  yang berubah dengan  $t$  ( $t \equiv \text{time}$ )

$u(k)$  \* isyarat  $u$  yang berubah dengan  $k$  ( $k \equiv 0, 1, 2, 3, \dots$ )

$V_i(j\omega)$

\*  $V$  = voltage (tegangan)

$i$  = input

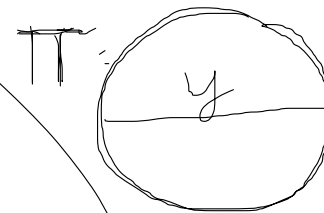
$j = \sqrt{-1}$

$\Omega = \text{OMEGA}$

$\omega = \text{"omega"} = 2\pi f$

$$\omega = 2\pi f \text{ [rad/sec]}$$

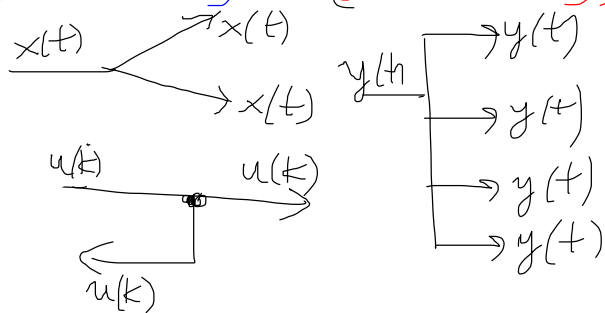
$f$  = frekuensi  
[Hertz]



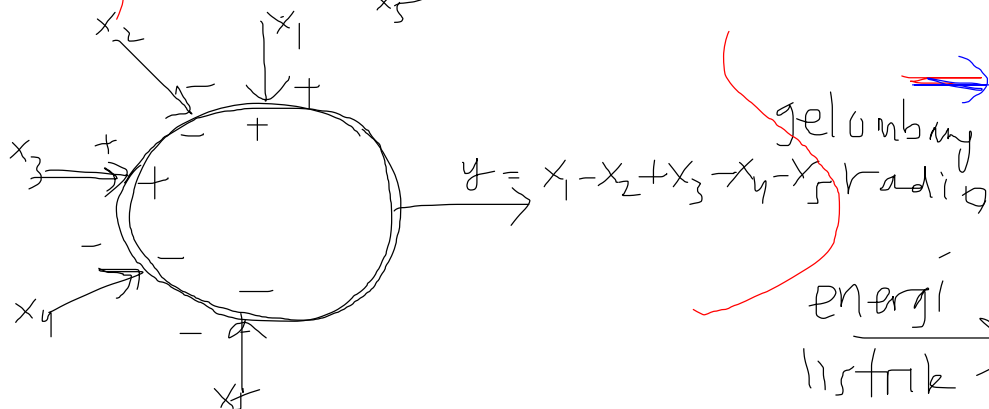
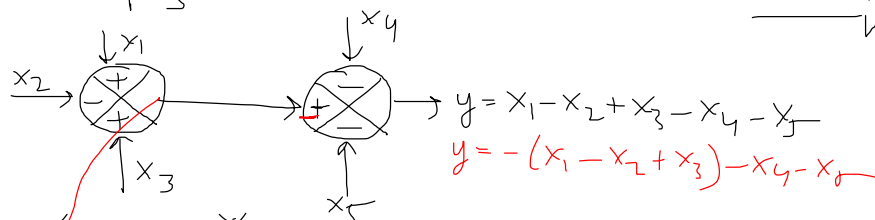
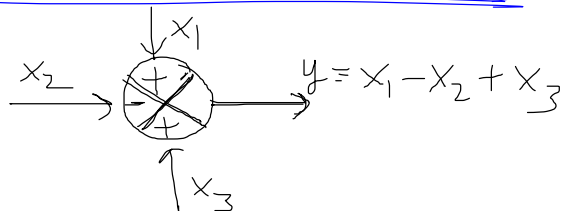
$$\pi = \frac{x}{y}$$

# \* Percabangan dan Pertemuan ISYARAT

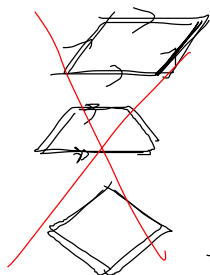
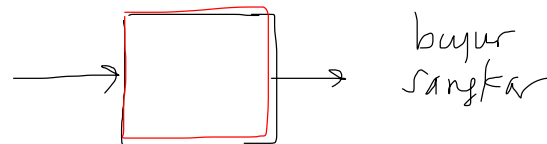
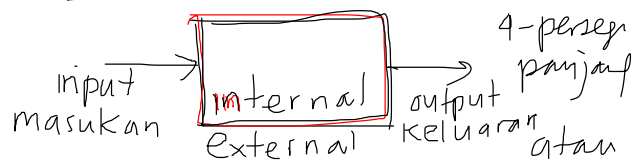
## \* Percabangan (Branching)



## \* Pertemuan (Junction)



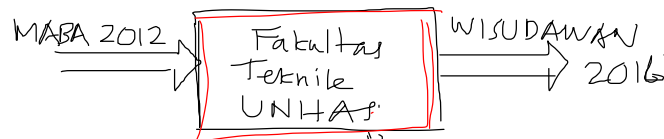
## \* SISTEM



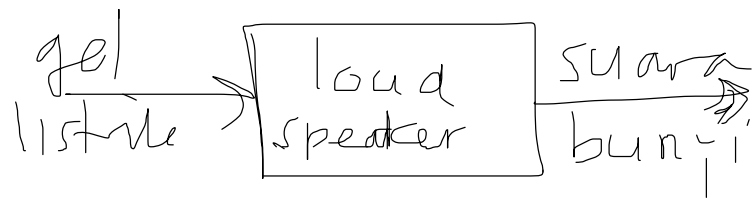
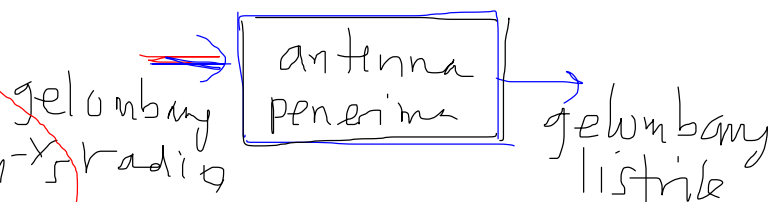
gangguan (disturbance)  
derau (noise)

## \* Notasi SISTEM

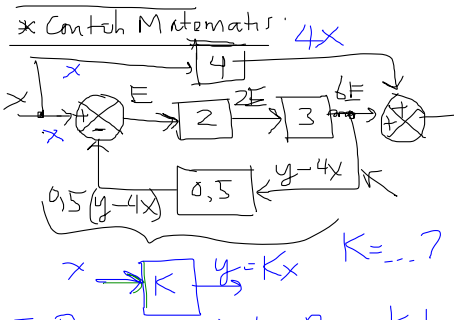
⇒ kalimat & kata =



D.O.-wan  
2014

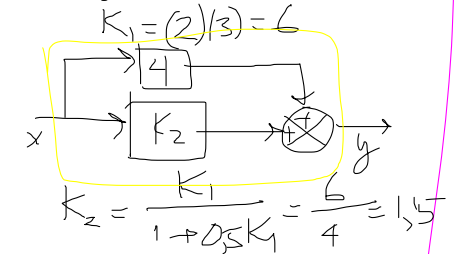


# Contoh



## I. Dengan Aljabar Bagas Kotak

### Hubungan Serial



### Hubungan umpan-maju

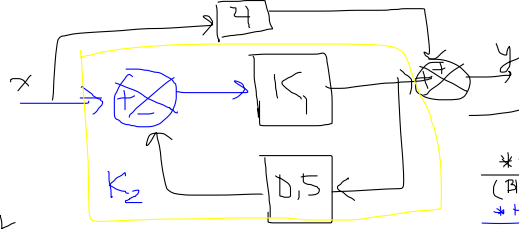
$K = K_2 + 4 = 1.5 + 4 = 5.5$

## II. Percobaan & Persamaan

$E = x - 0.5(y - 4x)$

$= x - 0.5y + 2x$   
 $= 3x - 0.5y$

$y - 4x = 6E$   
 $= 6[3x - 0.5y]$   
 $= 18x - 3y$   
 $y + 3y = 18x + 4x$   
 $4y = 22x \rightarrow y = \frac{22}{4}x = 5.5x$   
 $K = 5.5$

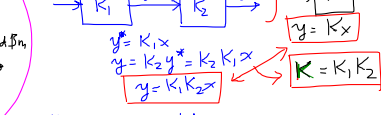


Hubungan umpan balik

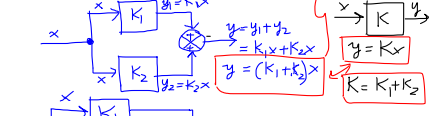
## \* Aljabar Bagas Kotak

### (Block Diagram Algebra)

#### \* Hubungan Serial (cascade)



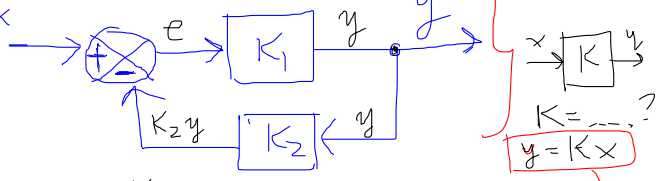
#### \* Hubungan paralel



#### \* Hubungan umpan-maju (feed-forward)

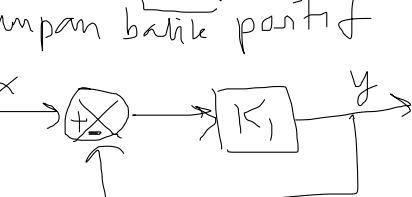
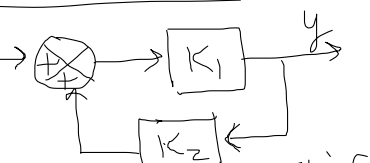
#### \* Hubungan umpan-balik (feedback)

#### umpan balik negatif



$E = x - K_2y$   
 $y = K_1E = K_1[x - K_2y] = K_1x - K_1K_2y$   
 $y + K_1K_2y = K_1x$   
 $[1 + K_1K_2]y = K_1x \rightarrow y = \frac{K_1}{1 + K_1K_2}x$

#### Cari sendiri!



(lanjut Notasi SISTEM)  
 \* turuf/angka, misalnya  
 $x(t) \rightarrow [K] \rightarrow y(t) = Kx(t)$   
 $K > 1 \rightarrow$  Amplifier (Penguat)  
 $0 < K < 1 \rightarrow$  Attenuator (Redaman)  
 $K < 0 \rightarrow$  Inverting Amplifier (Penguat Membalik)

$x(t) \rightarrow [10] \rightarrow y(t) = 10x(t)$  Amplifier  
 $x(t) \rightarrow [0.1] \rightarrow y(t) = 0.1x(t)$  Attenuator  
 $x(t) \rightarrow [A_v] \rightarrow y(t) = A_v x(t)$  Penguat Tegangan  
 $A_v =$  Voltage Amplification Voltage Gain

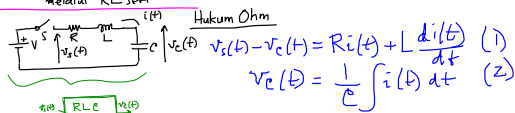
\* Operator Matematis, misalnya:  
 $x(t) \rightarrow [\int dt] \rightarrow y(t) = \int x(t) dt$  integrator  
 $x(t) \rightarrow [\frac{d}{dt}] \rightarrow y(t) = \frac{dx(t)}{dt}$  Differentiator  
 $x(t) \rightarrow [K \log] \rightarrow y(t) = K \log|x(t)|$  log. amp.  
 $0.1 \rightarrow 1000$   
 $-1 \rightarrow 3$

\* Simbol-simbol khusus:  
 gel mikro lemah  $\rightarrow$  gel mikro kuat  $\rightarrow$  Penyearah (Rectifier)  
 gel suara  $\rightarrow$  Microphone  $\rightarrow$  Loudspeaker  
 energi listrik  $\rightarrow$  Motor Listrik  $\rightarrow$  Generator  
 \* dan lain-lain

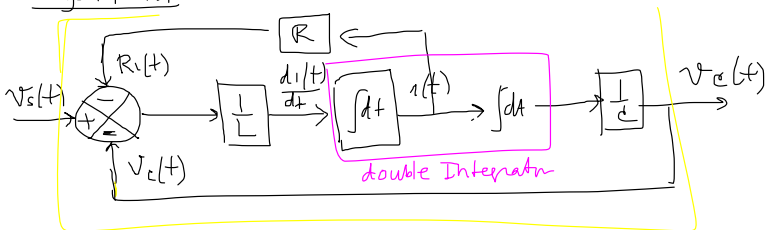
Contoh Mekanik

## \* Contoh ELEKTRIK

Rangkaian Pemuatan Kapasitor melalui RL seri



Bagan Kotak :



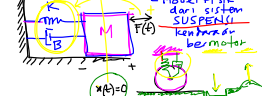
## BAB I

BAB II Alat-alat Matematika  
Paket I Bagan kotak & Aljabarnya.  
Paket II Model NISBAH ALIH dan Transf. LAPLACE



## \* Contoh MEKANIK

Sistem SPRING-MASS-DAMPER



Hukum NEWTON

Pers. Diff

$$F(t) = M \frac{d^2x(t)}{dt^2} + B \frac{dx(t)}{dt} + Kx(t)$$

percepatan, kecepatan, posisi

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = \frac{1}{M} [F(t) - (B \frac{dx(t)}{dt} + Kx(t))]$$

Bagan Kotak :



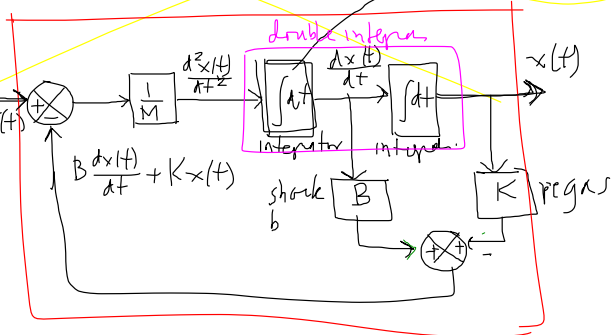
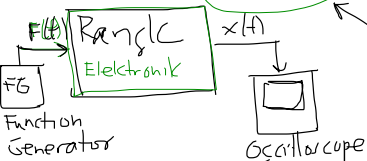
Next :

Paket 2

\* Model Nisbah Alih

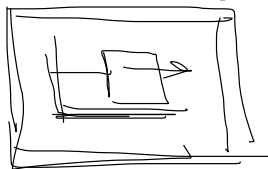
dan Transf-Laplace

elektronik

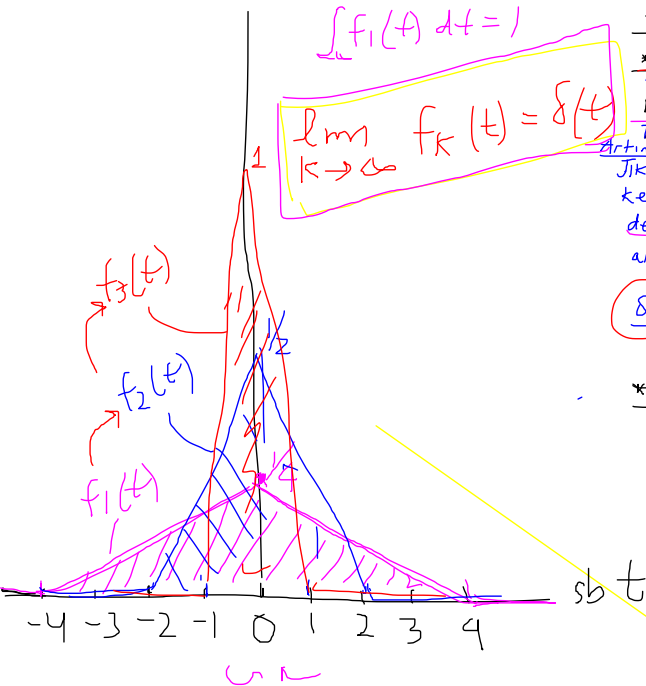


Program Simulasi

animasi



\* Bagaimana membuat  $\delta(t)$ ?  
 $\delta(t)$  dapat dibuat secara matematis dengan berbagai cara. Salah satu caranya adalah sbt



$$\int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) dt = 1$$

$$\lim_{K \rightarrow \infty} f_K(t) = \delta(t)$$

\* Model Nisbah Alih & transf Laplace

\* Apa itu NISBAH ALIH ??

What is a TRANSFER FUNCTION?

Nisbah Alih adalah tanggapan denyut

Transfer Function is the impulse response

Artinya

Jika suatu sistem menghasilkan isyarat  $g(t)$

ketika diberi masukan isyarat

denyut satuan  $\delta(t)$ , maka nisbah-

alih sistem itu adalah  $g(t)$

$\delta(t)$   $\rightarrow$   $g(t)$

$\delta(t)$   $\rightarrow$   $g(t)$

$\delta(t)$   $\rightarrow$   $g(t)$

$\delta(t)$   $\rightarrow$   $g(t)$

$\delta(t)$   $\rightarrow$   $g(t)$

$\delta(t)$   $\rightarrow$   $g(t)$

$\delta(t)$   $\rightarrow$   $g(t)$

$\delta(t)$   $\rightarrow$   $g(t)$

$\delta(t)$   $\rightarrow$   $g(t)$

$\delta(t)$   $\rightarrow$   $g(t)$

$\delta(t)$   $\rightarrow$   $g(t)$

$\delta(t)$   $\rightarrow$   $g(t)$

$\delta(t)$   $\rightarrow$   $g(t)$

$\delta(t)$   $\rightarrow$   $g(t)$

$\delta(t)$   $\rightarrow$   $g(t)$

$\delta(t)$   $\rightarrow$   $g(t)$

$\delta(t)$   $\rightarrow$   $g(t)$

$\delta(t)$   $\rightarrow$   $g(t)$

$\delta(t)$   $\rightarrow$   $g(t)$

$\delta(t)$   $\rightarrow$   $g(t)$

$\delta(t)$   $\rightarrow$   $g(t)$

$\delta(t)$   $\rightarrow$   $g(t)$

$\delta(t)$   $\rightarrow$   $g(t)$

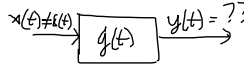
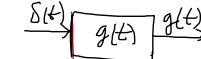
$\delta(t)$   $\rightarrow$   $g(t)$

$\delta(t)$   $\rightarrow$   $g(t)$

$\delta(t)$   $\rightarrow$   $g(t)$

$\delta(t)$   $\rightarrow$   $g(t)$

\* Suatu sistem



Transformasi Laplace

menghindari konvolusi

$y(t) = \text{konvolusi } x(t) \text{ dan } g(t)$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t-\tau) g(\tau) d\tau$$

$\tau = \text{"tau"}$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) g(t-\tau) d\tau$$

Transformasi Laplace

Integral KONVOLUSI

\* Apa itu isyarat denyut satuan ( $\delta(t)$ )?

Unit Impulse

$\delta(t)$  adalah suatu isyarat matematis yang TIDAK ADA realisasi fisik-mya yang IDEAL.

Fenomena alam yang paling mendekati  $\delta(t)$ , misalnya:

- Sambaran petir
- Pukulan stick golf pada bola golf
- bunga api listrik

sesuatu yang sangat "keras" berlangsung sangat "cepat"

Secara matematis, isyarat denyut satuan  $\delta(t)$  mempunyai 2 (dua) sifat:

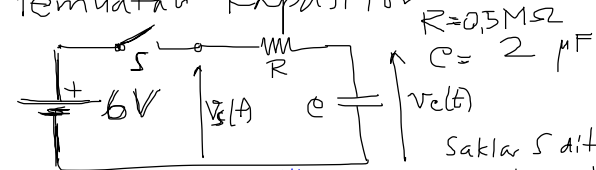
\*  $\delta(t)$  hanya ada pada  $t=0$ ,  $\delta(t) = \begin{cases} 0, & t \neq 0 \\ \neq 0, & t = 0 \end{cases}$

\* Luas bidang antara  $\delta(t)$  dan sumbu  $t$  adalah 1 satuan luas

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$$

# \* Contoh ELEKTRIK

## Pemuatan Kapasitor

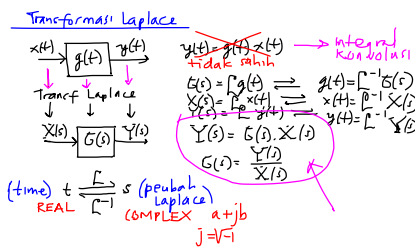
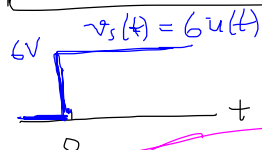


Saklar S ditutup pada  $t=0$ , tentukan

$$v_c(t), t \geq 0 \quad v_c(t) = \mathcal{L}^{-1} V_c(s)$$

$$V_s(s) = \mathcal{L}\{v_s(t)\} = \mathcal{L}\{6u(t)\} = 6 \mathcal{L}\{u(t)\} = 6/s$$

$u(t)$  = isyarat undak satu  
 = unit step function



Contoh. \* CONTOH MATEMATIS.

Tentukan Transformasi Laplace dari isyarat berikut satu-satu  $\delta(t)$ !

$$\mathcal{L}\{\delta(t)\} = \dots$$

→ Dengan Definisi

$$\delta(t) \xrightarrow{\text{Transf. Laplace}} G(s)$$

$$\mathcal{L}\{\delta(t)\} = G(s)$$

$$\mathcal{L}\{\delta(t)\} = \frac{G(s)}{G(s)} = 1$$

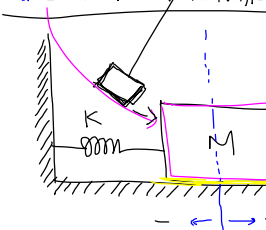
→ Dengan Tabel Laplace

Baris 1 Table 4.1.  $f(t) = \delta(t) \rightarrow F(s) = 1$

Baris 1 Appendix.  $F(s) = 1 \rightarrow f(t) = \delta(t)$

$$\mathcal{L}\{\delta(t)\} = 1$$

## \* CONTOH MEKANIK



\* Pers. differential

$$F(t) = M \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + K x(t)$$

Transf. Laplace

$$F(s) = M s^2 X(s) + K X(s)$$

(Property #3, hal 58)

$$F(t) = \delta(t)$$

$$F(s) = \mathcal{L}\{F(t)\} = \mathcal{L}\{\delta(t)\} = 1$$

$$1 = 1s^2 X(s) + 4 X(s)$$

$$1 = (s^2 + 4) X(s)$$

$$X(s) = \frac{1}{s^2 + 4}$$

$$x(t) = \mathcal{L}^{-1} X(s) = \mathcal{L}^{-1} \frac{1}{s^2 + 4}$$

$$= \mathcal{L}^{-1} \frac{1}{2} \left( \frac{2}{s^2 + 2^2} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \mathcal{L}^{-1} \left( \frac{2}{s^2 + 2^2} \right)$$

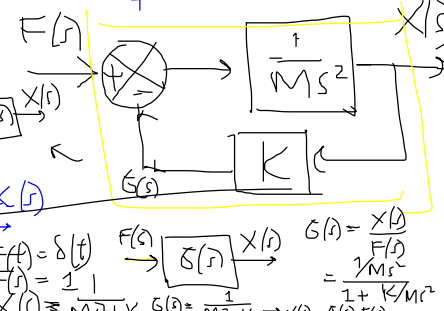
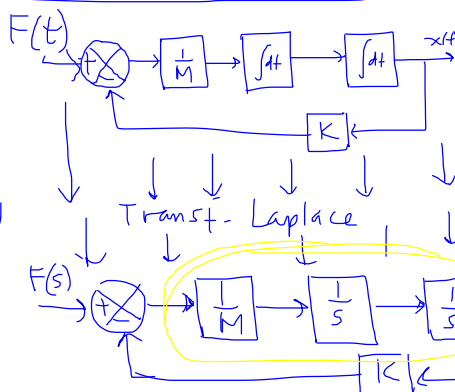
$$(\text{baris 6, Table 4.1.}) \rightarrow x(t) = \frac{1}{2} \sin 2t$$

## \* Bagan Kotak

$$\omega = 2\pi f = 2$$

$$f = \frac{1}{T} \text{ Hertz}$$

$$T = \frac{1}{f} = \pi \text{ second}$$

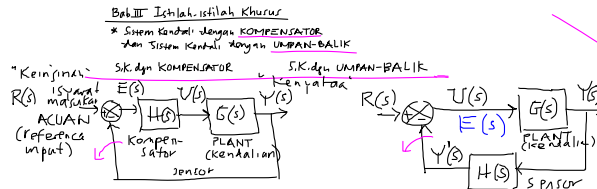




\* ORDER dan SISTEM  
 Order dari suatu sistem/kendali, dapat dilihat dari model matematisnya.  
 $G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}$   
 m, n bilangan bulat: 0, 1, 2, 3, ...  $m \leq n$   
 a<sub>0</sub>, a<sub>1</sub>, a<sub>2</sub>, ... dan b<sub>0</sub>, b<sub>1</sub>, b<sub>2</sub>, ... koefisien REAL.  
 Order dari sistem ditentukan oleh derajat polynomial penyebut, yaitu n. Jadi sistem diatas adalah sistem order ke-n  
 Contoh: \* "Double Integrator"  $G(s) = \frac{1}{s^2}$  adalah sistem (second order)  
 \* "Phase Compensator"  $H(s) = \frac{s+a}{s+b}$  adalah sistem (first order)  
 \* "Sistem Kendali dengan Kompensator"  $G_T(s) = \frac{s+a}{s^3+bs^2+sa}$  adalah sistem (third order system)

Catatan  
 Sistem order ketiga atau yang lebih tinggi, selalu bisa diuraikan menjadi sistem orde pertama dan/atau sistem orde kedua  
 next: **POLE dan ZERO**

\* Pole dan Zero  
 Jika suatu sistem kendali/kendali dirumuskan dengan nisbah-dih  $G(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$  maka nilai-nilai s yang memenuhi (akar-akar) persamaan  $N(s)=0$ , disebut "zero" dari  $G(s)$ .  
 $D(s)=0$ , disebut "pole" dari  $G(s)$ .  
 Karena itu, order dari sebuah sistem adalah jumlah pole-nya, dan akar-akar persamaan karakteristik adalah pole-pole dari CLTF-nya (mengapa???)  
 Contoh: Suatu kendali "simple integrator"  $G(s) = \frac{1}{s}$  dikendalikan dengan kompensator  $H(s) = \frac{s+2}{s+3}$ .  
 Tentukan:  
 (a) Pole dan Zero dari  $G(s)$  dan  $H(s)$   
 (b) Pole dan Zero dari OLTf  $G(s)H(s)$   
 (c) Pole dan Zero dari CLTF  
 (d) Order dari Sistem Kendali  
 (e) Persamaan Karakteristik dan akar-nya



Pada Sistem Kendali dengan kompensator, isyarat kendali  $U(s)$  dihasilkan dari kompensator isyarat selisih ( $E(s)$ , error)

$$E(s) = R(s) - Y(s)$$

$$U(s) = H(s) \cdot E(s)$$

$$= H(s) [R(s) - Y(s)]$$

Pada Sistem Kendali dengan umpan-balik, isyarat kendali  $U(s)$  merupakan selisih antara masukan acuan  $R(s)$  dengan manipulasi keluaran  $Y(s)$

$$E(s) = U(s) = R(s) - Y(s)$$

$$U(s) = R(s) - H(s) \cdot Y(s)$$

$$Y(s) = G(s) \cdot U(s)$$

$$= G(s) \cdot H(s) [R(s) - Y(s)]$$

$$= G(s) \cdot H(s) \cdot R(s) - G(s) \cdot H(s) \cdot Y(s)$$

$$Y(s) + G(s) \cdot H(s) \cdot Y(s) = G(s) \cdot H(s) \cdot R(s)$$

$$[1 + G(s) \cdot H(s)] Y(s) = G(s) \cdot H(s) \cdot R(s)$$

$$G_T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s) \cdot H(s)}{1 + G(s) \cdot H(s)}$$

$$Y(s) = G(s) U(s)$$

$$= G(s) [R(s) - H(s) Y(s)]$$

$$= G(s) \cdot R(s) - G(s) \cdot H(s) \cdot Y(s)$$

$$Y(s) + G(s) \cdot H(s) \cdot Y(s) = G(s) \cdot R(s)$$

$$[1 + G(s) \cdot H(s)] Y(s) = G(s) \cdot R(s)$$

$$G_T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s) \cdot H(s)}$$

(a)  $G(s) = \frac{1}{s} \rightarrow$  no zero! Pole,  $s=0 \rightarrow p=0$   
 $H(s) = \frac{s+2}{s+3} \rightarrow$  Zero  $s+2=0 \rightarrow z=-2$   
 Pole  $s+3=0 \rightarrow p=-3$   
 (b) OLTf:  $G(s)H(s) = (\frac{1}{s})(\frac{s+2}{s+3}) = \frac{s+2}{s(s+3)}$   
 Zero  $G(s)H(s): s+2=0 \rightarrow z=-2$   
 Pole  $G(s)H(s): s(s+3)=0 \rightarrow p_1=0, p_2=-3$   
 (c) CLTF:  $G_T(s) = \frac{G(s)H(s)}{1+G(s)H(s)}$   

$$= \frac{\frac{s+2}{s(s+3)}}{1 + \frac{s+2}{s(s+3)}} = \frac{s+2}{s^2+4s+2}$$
  
 Zero:  $s+2=0 \rightarrow z=-2$   
 Pole:  $s^2+4s+2=0 \rightarrow p_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16-8}}{2} = -2 \pm \sqrt{2}$

(d) Jumlah pole CLTF ada 2, maka sistem kendali ini adalah sistem order KEDUA

(e) Akar-akar pers. karakteristik:  $1 + G(s)H(s) = 0$   
 $1 + \frac{s+2}{s(s+3)} = 0 \rightarrow s^2+4s+2=0$   
 $s_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16-8}}{2} = -2 \pm \sqrt{2} \rightarrow$  pole CLTF

Istilah-istilah  
 \* Nisbah Alih Daur Terbuka Open-loop Transfer Function (OLTf)  
 \* Nisbah Alih Daur Tertutup Closed-loop Transfer Function  
 \* Persamaan Karakteristik Characteristic Equation

sama  $\hat{=} G(s)H(s)$   
 $G_T(s) = \frac{G(s)H(s)}{1 + G(s)H(s)}$  (s.k. UMPAN-BALIK)  
 sama  $\hat{=} 1 + G(s)H(s) = 0$

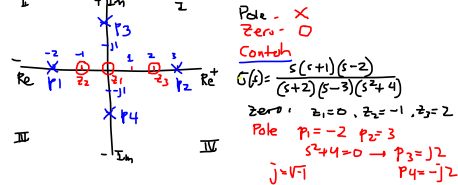
Bayangkan saja jika  $H(s) = \frac{s+a}{s+b}$  ditempatkan pada umpan balik

Contoh soal  
 Suatu kendali "double integrator"  $G(s) = \frac{1}{s^2}$  dikendalikan dengan "phase-compensator"  $H(s) = \frac{s+a}{s+b}$

Tentukanlah:  
 \* OLTf  
 \* CLTF  
 \* Persamaan Karakteristik

\* OLTf:  $G(s)H(s) = \frac{1}{s^2} \cdot \frac{s+a}{s+b} = \frac{s+a}{s^2(s+b)}$   
 \* CLTF:  $G_T(s) = \frac{G(s)H(s)}{1+G(s)H(s)} = \frac{\frac{s+a}{s^2(s+b)}}{1 + \frac{s+a}{s^2(s+b)}} = \frac{s+a}{s^3+bs^2+sa}$   
 \* Pers. karakteristik:  $1 + G(s)H(s) = 0$   
 $1 + \frac{1}{s^2} \cdot \frac{s+a}{s+b} = 0 \rightarrow 1 + \frac{s+a}{s^2+bs^2} = 0 \rightarrow s^3+bs^2+sa=0$

\* Pole dan zero dari suatu Nisbah Alih  
biasanya digambarkan dalam Bidang Kompleks



### \* Isyarat-isyarat uji (Test Signals)

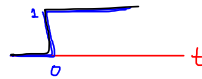
\* Isyarat denput satuan  $\delta(t)$ , (sudah dipelajari)

\* Isyarat undak satuan  $u(t)$

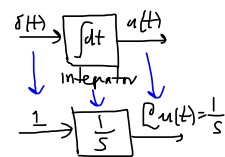
Unit step function

Definisi:

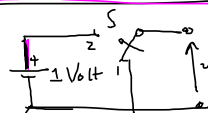
$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases}$$



\* Realisasi matematis

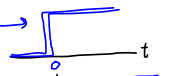


### \* Realisasi secara fisika

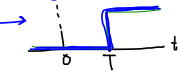


Saklar S dipindahkan dari posisi 1 ke posisi 2 pada  $t=0$

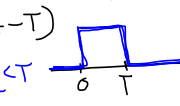
Isyarat  $u(t)$   
 $u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases}$



Isyarat  $u(t-T)$   
 $u(t-T) = \begin{cases} 0, & t < T \\ 1, & t \geq T \end{cases}$



Isyarat  $u(t) - u(t-T)$   
 $u(t) - u(t-T) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & 0 \leq t < T \\ 0, & t \geq T \end{cases}$



Transformasi Laplace

$$U(s) = \frac{1}{s}$$

$$e = 1 + (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \dots)$$

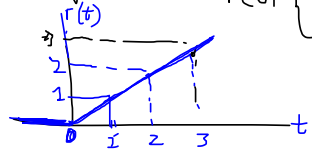
$$\mathcal{L}\{u(t-T)\} = \frac{1}{s} e^{-Ts}$$

$$\mathcal{L}\{u(t) - u(t-T)\} = \frac{1}{s} (1 - e^{-Ts})$$

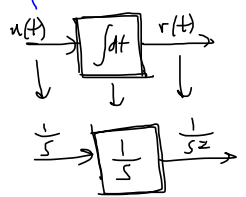
### \* Isyarat tanjak satuan $r(t)$

Unit Ramp function

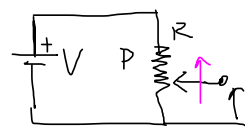
Definisi:  $r(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ t, & t \geq 0 \end{cases}$



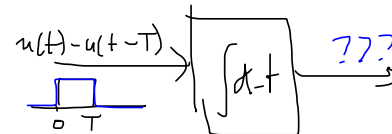
Realisasi matematis



Realisasi fisik



P. Potensimeter digerakkan dengan kecepatan tetap  $r(t)$  naik  $1V/sec$



next: Isyarat elupmennin