

SISTEM KONTROL PESAWAT

tirto.id

Kumpulan peralatan mekanik & elektronik yang memungkinkan pesawat diterbangkan dengan presisi

Yang terdiri dari

- Kontrol permukaan
- Kokpit
- Komputer
- Sensor
- Akuator



Manuver pesawat dilakukan dengan mengendalikan kontrol permukaan, yang terdiri dari...

- aileron Untuk manuver
- rudder Untuk berbalok
- elevator Untuk manuver naik-turun

(versi kuliah DARLING = semi-DARing semi-LurING)
Semester Akhir 2020-2021

216D4122

DASAR SISTEM KENDALI MODUL 4 (Pengantar) KESTABILAN Sistem Kendali

STABILITY (control system)
BY-VAIBHAV JINDAL

c(t)

Figure 11.1 Classifying poles and responses:
a. stable system
b. marginally stable system
c. unstable system

INPUT, STABLE, STABLE, MARGINALLY STABLE, UNSTABLE, UNSTABLE

s plane, stable, critically stable, unstable

S-Plane and Time Response Curve

Stability of Linear Control System

Unstable system is defined: Having the important specifications of the control design that the closed system must be stable. This implies that the system must be stable.

For a complex pole pair:

$$G(s) = \frac{A}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

where ω_n is the natural frequency and ζ is the damping ratio.

For $\zeta > 1$ (overdamped), the system is stable. For $\zeta = 1$ (critically damped), the system is stable. For $\zeta < 1$ (underdamped), the system is stable if the poles are in the left half plane.

BIBO STABLE IF
 $|p| = R_p < 1$

CONTROL SYSTEM

Stability Concept

- Absolutely Stability
- Conditional Stability
- Marginal/Critically Stability

For GATE ESE & PSUs

Stability of Closed-Loop Control Systems

Example 11.4

Consider the feedback control system shown in Fig. 11.8 with the following transfer functions:

$$G_c(s) = K_c, \quad G_p(s) = \frac{1}{s+1} \quad (11-73)$$

$$G_D(s) = \frac{1}{s+1}, \quad G_m(s) = \frac{1}{s+1} \quad (11-74)$$

Show that the closed-loop system produces unstable responses if controller gain K_c is too large.

SUMBER Materi Ajar

Sumber Lengkap: <https://web.unhas.ac.id/rhiza/arsip/kuliah/Dasar-Sistem-Kendali/Catatan-Kuliah-2015/>
[Catatan Kuliah Dasar Sistem Kendali 2015.pdf](https://web.unhas.ac.id/rhiza/arsip/kuliah/Dasar-Sistem-Kendali/Catatan-Kuliah-2015/)

Bab I Pengenalan SISTEM KENDALI ✓
Bab II Alat² MATEMATIK ✓
Bab III ISTILAH³ KHUSUS
Bab IV (Pengantar) KESTABILAN

web.unhas.ac.id

Index of /rhiza/arsip/kuliah/Dasar-Sistem-Kendali/Catatan-Kuliah-2015

Parent Directory	
Perkenalan.pdf	04-Sep-2015 21:32 88K
Kuliah-DSK-2015-03092015-1.pdf	04-Sep-2015 09:34 347K
Kuliah-DSK-2015-03092015-2.pdf	04-Sep-2015 09:35 278K
Kuliah-DSK-2015-03092015-3.pdf	04-Sep-2015 09:36 272K
Kuliah-DSK-2015-03092015-4.pdf	04-Sep-2015 09:37 314K
Kuliah-DSK-2015-03092015-5.pdf	04-Sep-2015 09:37 266K
Kuliah-DSK-2015-03092015-6.pdf	04-Sep-2015 09:38 349K
Kuliah-DSK-2015-10092015-1.pdf	12-Sep-2015 23:23 308K
Kuliah-DSK-2015-10092015-2.pdf	12-Sep-2015 23:24 338K
Kuliah-DSK-2015-10092015-3.pdf	12-Sep-2015 23:24 334K
Kuliah-DSK-2015-10092015-4.pdf	12-Sep-2015 23:25 320K
Kuliah-DSK-2015-17092015-1.pdf	19-Sep-2015 04:30 320K
Kuliah-DSK-2015-17092015-2.pdf	19-Sep-2015 04:31 224K
Kuliah-DSK-2015-17092015-3.pdf	19-Sep-2015 04:31 354K
Kuliah-DSK-2015-17092015-4.pdf	19-Sep-2015 04:32 363K
Kuliah-DSK-2015-17092015-5.pdf	19-Sep-2015 04:32 376K
Kuliah-DSK-2015-17092015-6.pdf	19-Sep-2015 04:33 311K
Kuliah-DSK-2015-17092015-7.pdf	19-Sep-2015 04:34 227K
Kuliah-DSK-2015-17092015-8.pdf	19-Sep-2015 04:34 247K
Kuliah-DSK-2015-01102015-1.pdf	03-Oct-2015 11:04 276K
Kuliah-DSK-2015-01102015-2.pdf	03-Oct-2015 11:05 282K
Kuliah-DSK-2015-01102015-3.pdf	03-Oct-2015 11:05 364K
Kuliah-DSK-2015-01102015-4.pdf	03-Oct-2015 11:06 360K
Kuliah-DSK-2015-01102015-5.pdf	03-Oct-2015 11:06 379K
Kuliah-DSK-2015-01102015-6.pdf	03-Oct-2015 11:06 318K
Kuliah-DSK-2015-01102015-7.pdf	03-Oct-2015 11:07 422K
Kuliah-DSK-2015-01102015-8.pdf	03-Oct-2015 11:07 373K
Kuliah-DSK-2015-08102015-1.pdf	10-Oct-2015 21:37 278K
Kuliah-DSK-2015-08102015-2.pdf	10-Oct-2015 21:38 246K
Kuliah-DSK-2015-08102015-3.pdf	10-Oct-2015 21:39 418K
Kuliah-DSK-2015-08102015-4.pdf	10-Oct-2015 21:39 273K
Kuliah-DSK-2015-08102015-5.pdf	10-Oct-2015 21:40 273K
Kuliah-DSK-2015-08102015-6.pdf	10-Oct-2015 21:42 192K
Kuliah-DSK-2015-15102015-7.pdf	18-Oct-2015 22:57 322K
Kuliah-DSK-2015-15102015-6.pdf	18-Oct-2015 22:58 326K
Kuliah-DSK-2015-15102015-5.pdf	18-Oct-2015 22:58 327K
Kuliah-DSK-2015-15102015-4.pdf	18-Oct-2015 22:58 382K
Kuliah-DSK-2015-15102015-3.pdf	18-Oct-2015 23:00 385K

- Sedikit2 bisa diunduh dari: <https://web.unhas.ac.id/rhiza/arsip/kuliah/Dasar-Sistem-Kendali/Catatan-Kuliah-2015/>
- Mulai dari: <https://web.unhas.ac.id/rhiza/arsip/kuliah/Dasar-Sistem-Kendali/Catatan-Kuliah-2015/Kuliah-DSK-2015-19112015-2.pdf> tertanggal **21-Nov-2015** jam **01:00** dan selanjutnya.....

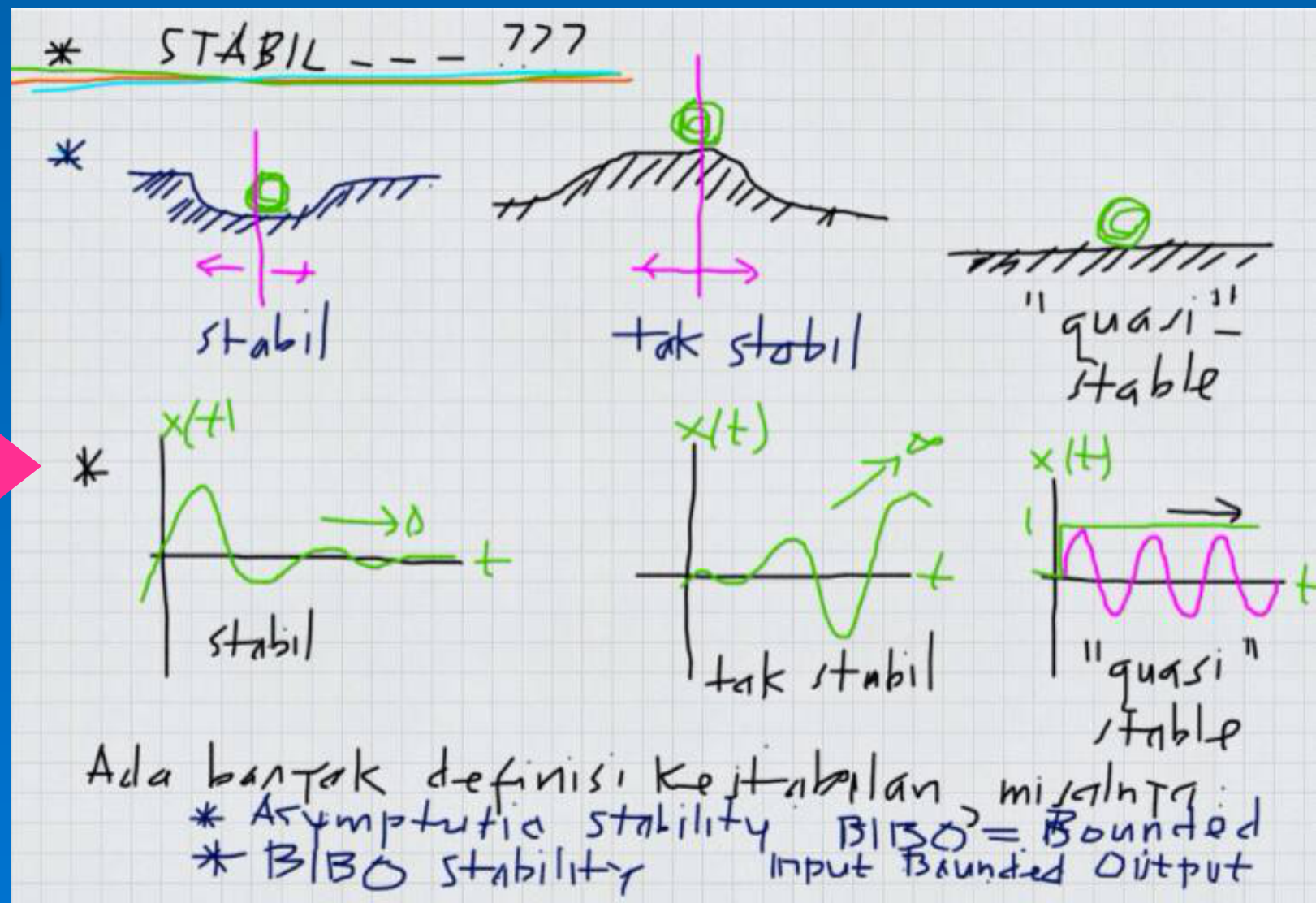
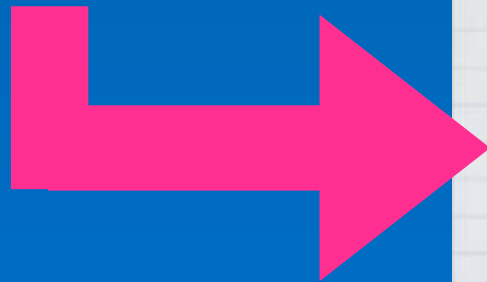
KONSEP KESTABILAN

* ANALISIS KESTABILAN

Tujuan utama dari pengendalian sistem adalah untuk men-STABIL-kan sistem tersebut.

Teori Kendali **KLASIK** mem-fokus-kan kajiannya pada **KESTABILAN** sistem.

Visualisasi **KONSEP KESTABILAN**



Setelah suatu SISTEM KENDALI di-STABIL-kan....

Tujuan UTAMA Pengendalian sistem adalah men-**STABIL**-kan-nya. Setelah berhasil di-**STABIL**-kan, barulah dapat dilakukan upaya perbaikan selanjutnya.

Setelah sistem stabil, barulah dilakukan hal-hal lain, misalnya untuk:

- * Meng-OPTIMUM-kan kinerja =
 - Me-minimum-kan biaya (cost)
 - Me-maximum-kan keuntungan (benefit)
 - Me-maximum-kan kinerja (performance)
- SISTEM KENDALI OPTIMAL

Beberapa CONTOH upaya lanjutan:

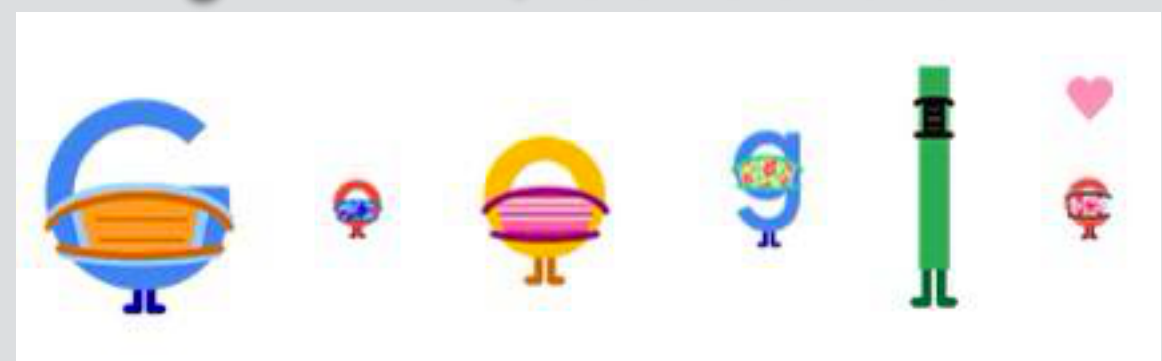
Dari suatu **SISTEM KENDALI** yang **STABIL**, dapat dirancang-bangun, misalnya:

- **Optimal Control Systems** atau **Sistem Kendali OPTIMAL**
- **Adaptive Control Systems** atau **Sistem Kendali Adaptif**
- **Robust Control Systems** atau **Sistem Kendali Kokoh**
- **Smart/Intelligent Control Systems** atau **Sistem Kendali Cerdas**

- * Membuat sistem tidak terpengaruh pada perubahan lingkungan, atau mampu menyesuaikan dengan lingkungan
⇒ **SISTEM KENDALI ADAPTIF**
- * Mampu mengatasi perubahan "internal" (penurunan-aging, keausan, perubahan setting, kalibrasi, dll)
⇒ **SISTEM KENDALI KOKOH (robust)**
- * Mampu "belajar", bisa "dilatih"
⇒ **SISTEM KENDALI "CERDAS"**

TUGAS MANDIRI (tidak dikumpul). Lacaklah dengan **Google Search**, kata-kata kunci berikut, lalu pelajari dengan seksama:

- **Optimal Control Systems**
- **Adaptive Control Systems**
- **Robust Control Systems**
- **Smart/Intelligent Control System**



DEFINISI KESTABILAN

Ada banyak DEFINISI KESTABILAN, tapi

Dalam m.k. ini, kestabilan di definisikan dengan tanggapan denyut (impulse response)

[Suatu sistem kendali atau kendalian dikatakan STABIL jika (dan hanya jika) tanggapan denyutnya menuju nol]

Diagram: A block labeled $g(t)$ has an input arrow labeled $\delta(t)$ and an output arrow labeled $g(t)$.

system $g(t)$ stabil, jika

$$\lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = 0$$

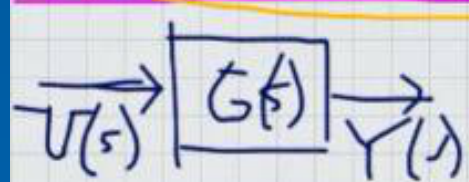
Kestabilan sistem dapat dilihat dari Nisbah Alih sistem tsb.

Definisi KESTABILAN dikaitkan dengan **TANGGAPAN DENYUT** supaya **KESTABILAN** suatu sistem dapat dilihat dari **Model NISBAH-ALIH** sistem tersebut.

CONTOH PENERAPAN DEFINISI KESTABILAN (1)

Sistem **ORDER PERTAMA**

* Sistem Order Pertama



$$G(s) = \frac{K}{s+a}$$

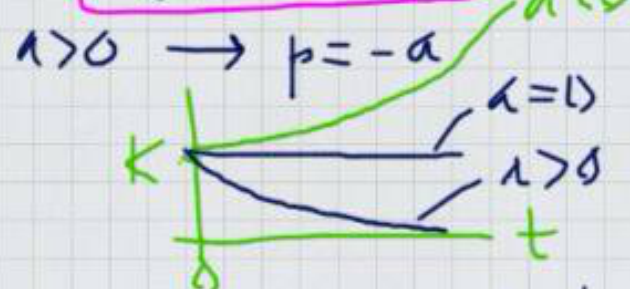
$$u(t) = \delta(t)$$

$$U(s) = 1$$

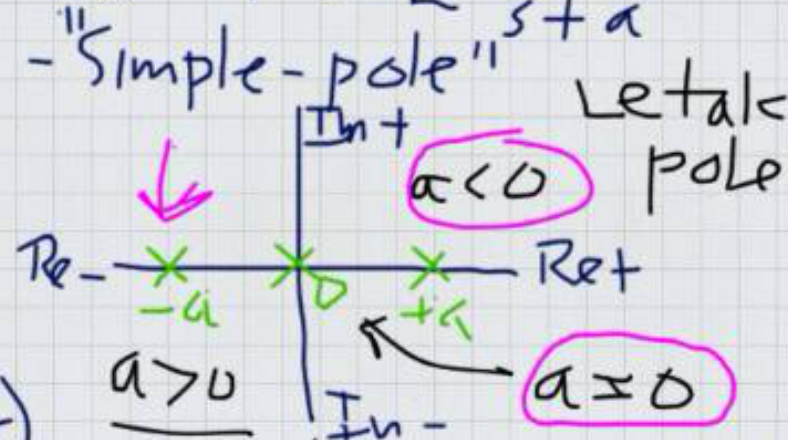
$$Y(s) = G(s) = \frac{K}{s+a}$$

Tanggapan denyut $y(t) = \mathcal{L}^{-1} Y(s) = \mathcal{L}^{-1} \frac{K}{s+a}$

$$y(t) = K e^{-at}$$



$a > 0 \rightarrow p = -a$
 $a = 0 \rightarrow p = 0$ (integrator)
 $a < 0 \rightarrow p = +a$



KE SIMPULAN $\Rightarrow$

Suatu **Sistem Kendali** dikatakan **STABIL** jika (dan hanya jika) **TANGGAPAN DENYUT**-nya **menuju NOL**.

Suatu **Simple Pole** (sistem order pertama) **TANGGAPAN DENYUT**-nya **menuju NOL**, atau **STABIL**, jika **$a > 0$** .

Jika **$a > 0$** maka **pole**-nya berada di **sebelah kiri sumbu khayal** pada bidang kompleks $\Rightarrow$ **tanggapan denyut**-nya menuju **NOL** $\Rightarrow$ sistem order pertama **STABIL**

Suatu simple-pole (Sistem Order Pertama) hanya akan stabil jika pole-nya berada di sebelah kiri sumbu khayal pada bidang kompleks

Untuk latihan = Bgm dengan "Phase Compensator" : $G(s) = K \frac{s+a}{s+b}$???

Hint : $G(s) = K + G'(s)$

$$G(s) = \frac{K(s+a)}{s+b} = \frac{Ks + Ka}{s+b} = \frac{Ks + Kb + K(a-b)}{s+b} = \frac{Ks + Kb}{s+b} + \frac{K(a-b)}{s+b}$$

stabil $\rightarrow \frac{Ks + Kb}{s+b} = \frac{K}{1} = K$

$$G(s) = \frac{K(a-b)}{s+b} = \frac{K}{s+b}$$

$\rightarrow$ Simpulkan sendiri ---

CONTOH PENERAPAN DEFINISI KESTABILAN (2)

Sistem **ORDER KEDUA**

* Sistem Order Kedua

$$G(s) = \frac{K}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

* $\xi > 1 \rightarrow$ double-pole

$$(s+a)(s+b) = 0$$
$$s_1 = -a, s_2 = -b$$
$$a, b = \frac{2\xi\omega_n \pm \sqrt{4\xi^2\omega_n^2 - 4\omega_n^2}}{2}$$
$$= \xi\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\xi^2 - 1} \in \text{Real}$$
$$G(s) = \frac{K_1}{s+a} + \frac{K_2}{s+b} \quad (\text{theorem Heaviside})$$
$$= \frac{(K_1+K_2)s + K_1b + K_2a}{(s+a)(s+b)}$$
$$\frac{K}{(s+a)(s+b)} = \frac{(K_1+K_2)s + K_1b + K_2a}{(s+a)(s+b)}$$
$$K_1 + K_2 = 0 \rightarrow K_1 = -K_2$$
$$K_1b + K_2a = K_1b - K_1a = K$$
$$K_1 = \frac{K}{b-a}, K_2 = \frac{-K}{a-b}$$

$(s+1)(s+2) = 0 \rightarrow a=1, b=2$

$$s^2 + 3s + 2 = 0 \rightarrow (s+1)(s+2)$$
$$a, b = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} \rightarrow a=2, b=1$$

$\omega_n^2 = 2 \rightarrow \omega_n = \sqrt{2}$

$$2\xi\omega_n = 3$$
$$\xi = \frac{3}{2\sqrt{2}} > 1$$

Jadi, supaya $G(s)$ stabil, kedua pole-nya harus berada di sebelah kiri sumbu khayal pada bidang kompleks.

Suatu **Sistem Kendali** dikatakan **STABIL** jika (dan hanya jika) **TANGGAPAN DENYUT**-nya menuju **NOL**.

Jumlah 2 (dua) **Simple Pole** (sistem order pertama) **TANGGAPAN DENYUT**-nya menuju **NOL**, atau **STABIL**, jika **$a > 0$** dan **$b > 0$**

Jika **$\xi > 1$** maka sistem order kedua mempunyai 2 (dua) buah **pole** berupa bilangan **Real**, sehingga dapat diuraikan menjadi perjumlahan 2 (dua) sistem order pertama. Jika kedua pole itu semua berada di **sebelah kiri sumbu khayal** pada bidang kompleks $\Rightarrow$ **tanggapan denyut**-nya menuju **NOL** $\Rightarrow$ sistem order kedua tersebut **STABIL**

CONTOH PENERAPAN DEFINISI KESTABILAN (3)

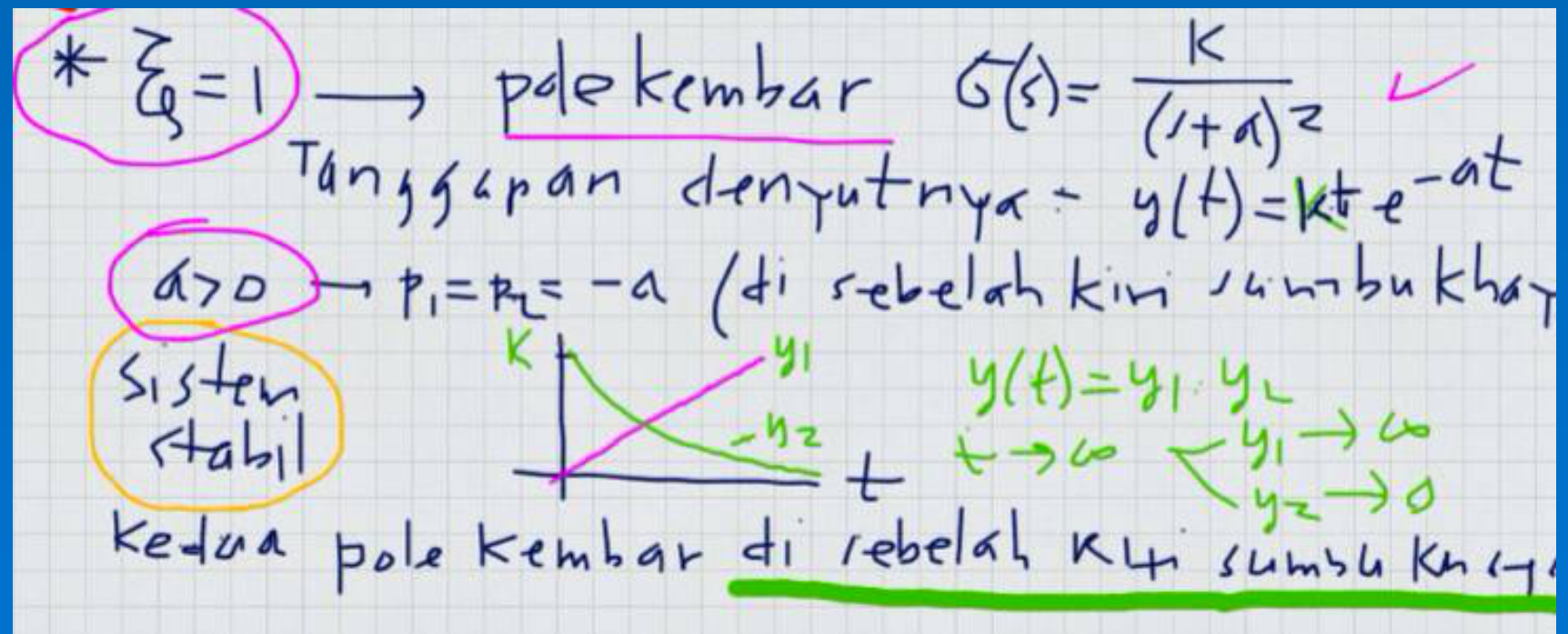
Sistem **ORDER KEDUA**

Jika $\xi = 1$ maka sistem order kedua mempunyai 2 (dua) buah **pole KEMBAR** berupa bilangan **Real**. Jika kedua **pole** kembar itu berada di **sebelah kiri sumbu khayal** pada bidang kompleks $\Rightarrow$ **tanggapan denyut**-nya menuju **NOL** $\Rightarrow$ sistem order kedua tersebut **STABIL**



Suatu **Sistem Kendali** dikatakan **STABIL** jika (dan hanya jika) **TANGGAPAN DENYUT**-nya menuju **NOL**.

Sistem **Order Kedua** dengan 2 (dua) buah **pole KEMBAR TANGGAPAN DENYUT**-nya menuju **NOL**, atau **STABIL**, jika **$a > 0$**



CONTOH PENERAPAN DEFINISI KESTABILAN (4)

Sistem **ORDER KEDUA**

Jika $0 < \xi < 1$ maka sistem order kedua mempunyai **sepasang pole** berupa bilangan **Kompleks Konyugasi**.
Jika kedua *pole* kompleks itu berada di **sebelah kiri sumbu khayal** pada bidang kompleks $\Rightarrow$ **tanggapan denyut**-nya menuju **NOL** $\Rightarrow$ sistem order kedua tersebut **STABIL**

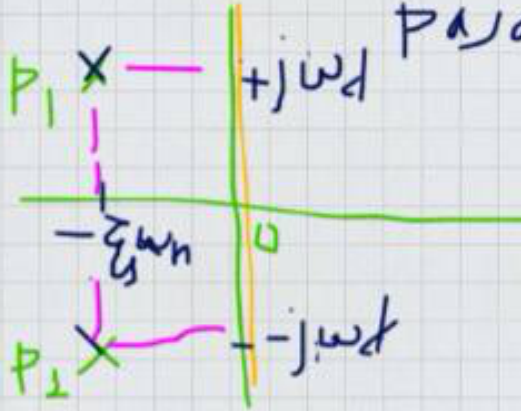
Suatu **Sistem Kendali** dikatakan **STABIL** jika (dan hanya jika) **TANGGAPAN DENYUT**-nya menuju **NOL**.

* $0 < \xi < 1 \rightarrow p_{1,2} = -\xi \omega_n \pm j \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} = -\zeta \omega_n \pm j \omega_d$
Pasangan kompleks konjugat
Tanggapan denyut
 $y(t) = \frac{K}{\omega_d} e^{-\xi \omega_n t} \sin \omega_d t$
 $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$

$\xi \omega_n = 0, \xi = 0, p_{1,2} = \pm j \omega_d \rightarrow y(t) = \frac{K}{\omega_d} \sin \omega_d t$
 $= \pm j \omega_n \rightarrow y(A) = \frac{K}{\omega_n} \sin \omega_n t$
 $\rightarrow$ Tidak stabil

$\xi \omega_n < 0 \rightarrow e^{-\xi \omega_n t} \rightarrow \infty \rightarrow$ Tidak stabil

$\xi \omega_n > 0 \rightarrow t \rightarrow \infty y(t) \rightarrow 0$ STABIL
 $p_{1,2}$ di sebelah kiri sumbu khayal =



KESIMPULAN

Sistem **ORDER KEDUA**

Suatu **Sistem Kendali** dikatakan **STABIL** jika (dan hanya jika) **TANGGAPAN DENYUT**-nya menuju **NOL**.

Suatu Sistem Order Kedua hanya akan stabil jika kedua pole-nya berada di sebelah kiri sumbu khayal pada bidang kompleks.

KESIMPULAN UMUM

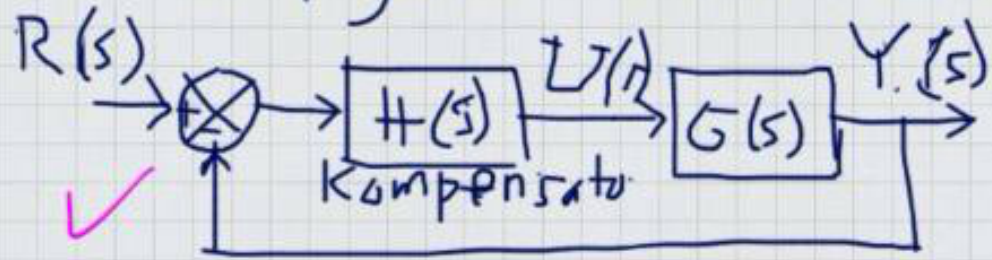
Kesimpulan umum:

Suatu sistem dengan order yang lebih tinggi, selalu dapat diuraikan menjadi perjumlahan dari sistem order pertama dan/atau sistem order kedua, maka sistem order yang lebih tinggi hanya akan stabil jika SEMUA pole-nya berada di sebelah kiri sumbu khayal pada bidang kompleks.



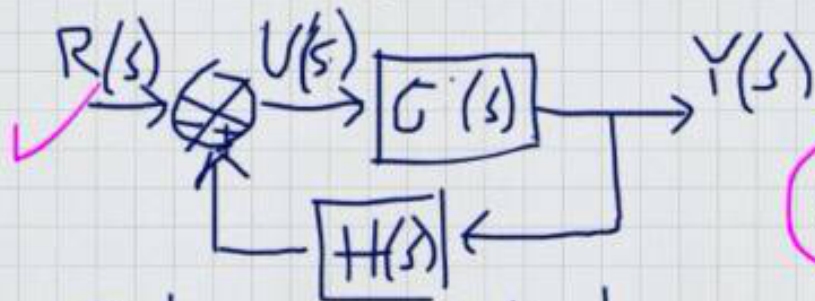
KESTABILAN KONFIGURASI DASAR

Dua konfigurasi sistem kendali:



Sistem Kendali dengan KOMPENSATOR

$$CLTF \quad G_T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)H(s)}{1 + G(s)H(s)}$$



Sistem Kendali dengan UMPAN BALIK

Persamaan karakteristik:

$$CLTF: G_T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

$$1 + G(s)H(s) = 0$$

Pole² dari **Nisbah Alih Daur Tertutup (CLTF)** **G_T(s)** adalah **AKAR-AKAR PERSAMAAN KARAKTERISTIK** -nya

Pole² dari kedua konfigurasi adalah AKAR²

G_T(s), CLTF

Persamaan karakteristiknya = $1 + G(s)H(s) = 0$

Jadi =

Suatu sistem kendali akan stabil jika SEMUA akar persamaan karakteristiknya berada di sebelah kiri sumbu khayal pada bidang kompleks atau mempunyai bagian Real yang negatif ($Re < 0$).

Pada umumnya sistem kendali yang tergolong Sistem LTI (Linear Time Invariant), persamaan karakteristiknya dapat dinyatakan dengan:

Re + jIm

KESTABILAN dan PERSAMAAN KARAKTERISTIK (1)

Pole dari
**Nisbah Alih
Daur Tertutup
(CLTF) $G_T(s)$**
adalah **AKAR-
AKAR
PERSAMAAN
KARAKTERIS-
TIK**-nya

Kesimpulan umum:

Suatu sistem dengan order yang lebih tinggi, selalu dapat diuraikan menjadi perjumlahan dari sistem order pertama dan/atau sistem order kedua, maka sistem order yang lebih tinggi hanya akan stabil jika SEMUA pole-nya berada di sebelah kiri sumbu khayal pada bidang kompleks.

Jadi =

Suatu sistem kendali akan stabil jika SEMUA akar persamaan karakteristiknya berada di sebelah kiri sumbu khayal pada bidang kompleks atau mempunyai bagian Real yang negatif ($\text{Re} < 0$).

Pada umumnya sistem kendali yang tergolong Sistem LTI (Linear Time Invariant), persamaan karakteristiknya dapat dinyatakan dengan:

$$P(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + \dots + a_1 s + a_0 = 0$$

dengan koefisien $a_0, a_1, \dots, a_n$ semua bilangan Real. n : bilangan bulat > 0 $n = 1, 2, 3, 4$

KESTABILAN dan PERSAMAAN KARAKTERISTIK (2)

Pole dari
**Nisbah Alih
Daur Tertutup
(CLTF) $G_T(s)$**
adalah **AKAR-
AKAR
PERSAMAAN
KARAKTERIS-
TIK**-nya

Jadi =

Suatu sistem kendali akan stabil jika SEMUA akar persamaan karakteristiknya berada di sebelah kiri sumbu khayal pada bidang kompleks atau mempunyai bagian Real yang negatif ($\text{Re} < 0$).

Pada umumnya sistem kendali yang tergolong Sistem LTI (Linear Time Invariant), persamaan karakteristiknya dapat dinyatakan dengan:

$$P(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + \dots + a_1 s + a_0 = 0$$

dengan koefisien $a_0, a_1, \dots, a_n$ semua bilangan Real. n : bilangan bulat > 0 $n = 1, 2, 3, 4$

* Akar-nya = $s_1, s_2, s_3, \dots, s_n$, sehingga

$$\rightarrow (s - s_1)(s - s_2)(s - s_3) \dots (s - s_n) = 0$$

bisa dicari dengan berbagai metode, analitik maupun numerik. (Misalnya, MATLAB, `>>> root`, Mathematica, Maple dsb.)

* Salah satu cara untuk mengetahui apakah SEMUA akar ada di sebelah kiri sumbu khayal atau tidak (sistem stabil atau tidak), dapat digunakan 2 Kriteria ROUTH



KRITERIA ROUTH

Pole dari
Nisbah Alih
Daur Tertutup
(CLTF) $G_T(s)$
adalah **AKAR-**
AKAR
PERSAMAAN
KARAKTERIS
TIK-nya



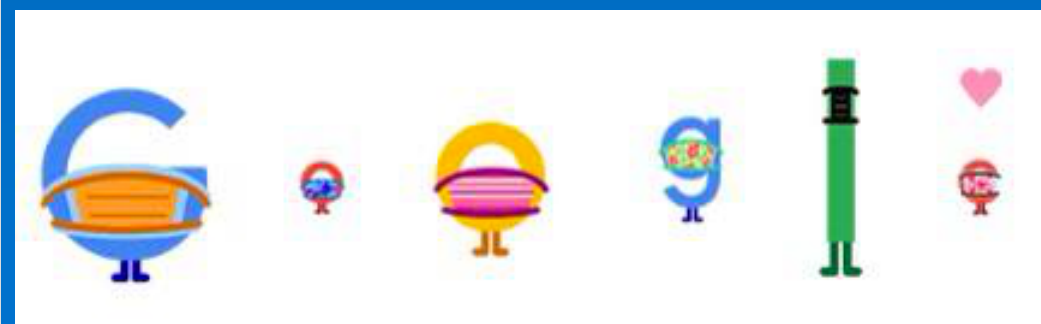
Suatu persamaan karakteristik dari sistem kendali yang dikategorikan sebagai LTI, semua akarnya akan berada di sebelah kiri sumbu khayal pada bidang kompleks (mempunyai bagian $\text{Re} < 0$), yang berarti sistem kendali itu stabil, jika polynomial $P(s)$ -nya memenuhi 2 (dua) kriteria Routh:

- (1) Semua koefisien $P(s)$ $a_0, \dots, a_n > 0$ ✓
- (2) Tidak ada pergantian tanda pada kolom pertama Tabel Routh.

Jika kriteria pertama tidak terpenuhi,
TIDAK PERLU lagi memeriksa kriteria kedua.

TUGAS MANDIRI (tidak dikumpul). Lacaklah dengan **Google Search**, kata kunci berikut, lalu pelajari dengan seksama:

- **Routh Criteria for Control System Stability**



CONTOH PENERAPAN KRITERIA ROUTH

Suatu persamaan karakteristik dari sistem kendali yang dikategorikan sebagai LTI, semua akarnya akan berada di sebelah kiri sumbu khayal pada bidang kompleks (mempunyai bagian $\text{Re} < 0$), yang berarti sistem kendali itu stabil, jika polynomial $P(s)$ -nya memenuhi 2 (dua) kriteria Routh:

- (1) Semua koefisien $P(s)$ $a_0, \dots, a_n > 0$
- (2) Tidak ada pergantian tanda pada kolom pertama Tabel Routh.

Jika kriteria pertama tidak terpenuhi, TIDAK PERLU lagi memeriksa kriteria kedua.

$$P(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + \dots + a_1 s + a_0$$

Tabel Routh =

s^1	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	...
s^2	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	...
s^3	b_{n-1}	b_{n-3}	b_{n-5}	...
s^4	b_{n-2}	b_{n-4}	b_{n-6}	...
s^5	c_{n-1}	c_{n-3}	c_{n-5}	...
s^6	c_{n-2}	c_{n-4}	c_{n-6}	...

Kolom Pertama

$b_{n-1} = \frac{(a_{n-1} a_{n-2}) - (a_n a_{n-3})}{a_{n-1}}$
 $b_{n-2} = \frac{(a_{n-1} a_{n-4}) - (a_n a_{n-5})}{a_{n-1}}$

Routh-Hurwitz Stability Criterion

The characteristic equation of the n th order continuous system can be written as:

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 = 0$$

The stability criterion is applied using a Routh table which is defined as:

s^n	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	...
s^{n-1}	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	...
s^{n-2}	b_1	b_2	b_3	...
s^{n-3}	c_1	c_2	c_3	...

Where $a_n, a_{n-1}, \dots, a_0$ are coefficients of the characteristic equation.

$$b_1 = \frac{a_{n-1} a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}}, \quad b_2 = \frac{a_{n-1} a_{n-4} - a_n a_{n-5}}{a_{n-1}}$$

$$c_1 = \frac{b_1 a_{n-1} - a_{n-1} b_2}{b_1}, \quad c_2 = \frac{b_1 a_{n-3} - a_{n-1} b_3}{b_1}$$

(taken from [3])



Contoh:

* $P(s) = s^5 + 3s^3 + 2s^2 + s + 1 \rightarrow$ tidak stabil

* $P(s) = -s^2 - 2s - 3 \Rightarrow P(s) = s^2 + 2s + 3 = 0 \rightarrow$ stabil

* $P(s) = s^5 + 4s^4 + 3s^3 + 2s^2 + s + 1$

Kriteria (1) terpenuhi

Kriteria (2):

Tabel Routh:

s^5	1	3	2	1
s^4	4	2	1	
s^3	2,5	0,75	0	
s^2	0,8	1	0	
s^1	-2,375	0	0	
s^0	1	0	0	

terjadi pergantian tanda, sistem tidak stabil

Routh-Hurwitz Stability Criterion The characteristic equation of the n^{th} order continuous system can be written as: $a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 = 0$ The stability criterion is applied using a Routh table which is defined as: $\begin{matrix} s^n & a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \dots \\ s^{n-1} & a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \dots \\ s^{n-2} & b_1 & b_2 & b_3 & \dots \\ s^{n-3} & c_1 & c_2 & c_3 & \dots \end{matrix}$ Where $a_n, a_{n-1}, \dots, a_0$ are coefficients of the characteristic equation. $b_1 = \frac{a_{n-1} a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}}, \quad b_2 = \frac{a_{n-1} a_{n-4} - a_n a_{n-5}}{a_{n-1}}$ $c_1 = \frac{b_1 a_{n-1} - a_{n-1} b_2}{b_1}, \quad c_2 = \frac{b_1 a_{n-3} - a_{n-1} b_3}{b_1}$	$\begin{matrix} s^4 & 1 & 2 & 3 \\ s^3 & 1 & 2 & 5 \\ s^2 & 0(\epsilon) & -2 & \\ s^1 & 2\epsilon + 2 & 5 & \\ s^0 & \epsilon & & \\ & -4\epsilon - 4 - 5\epsilon^2 & & \\ & 2\epsilon + 2 & & \end{matrix}$ If n is odd: Row 1: $a_n, a_{n-2}, a_{n-4}, \dots$ Row 2: $a_{n-1}, a_{n-3}, a_{n-5}, \dots$ If n is even: Row 1: $a_n, a_{n-2}, a_{n-4}, \dots$ Row 2: $a_{n-1}, a_{n-3}, a_{n-5}, \dots$	Example 2: Find the stability of the continuous system having the characteristic polynomial of a third order system is given below: $s^3 + s^2 + 2s + 24$ The Routh array is: <table> <tr><td>s^3</td><td>1</td><td>2</td><td>24</td></tr> <tr><td>s^2</td><td>1</td><td>24</td><td>0</td></tr> <tr><td>s^1</td><td>-22</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>s^0</td><td>24</td><td>0</td><td>0</td></tr> </table> Because two changes in sign appear in the first column, we find that two roots of the characteristic equation lie in the right hand side of the s-plane. Hence the system is unstable.	s^3	1	2	24	s^2	1	24	0	s^1	-22	0	0	s^0	24	0	0																																																																																				
s^3	1	2	24																																																																																																			
s^2	1	24	0																																																																																																			
s^1	-22	0	0																																																																																																			
s^0	24	0	0																																																																																																			
-----The Routh-Hurwitz array is:----- <table> <tr><td>1.0000</td><td>2.0000</td><td>13.7000</td><td>0</td><td>2.0000</td><td>10.0000</td></tr> <tr><td>1.0000</td><td>2.5000</td><td>4.0000</td><td>1.0000</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>-0.5000</td><td>9.7000</td><td>-1.0000</td><td>2.0000</td><td>10.0000</td><td>0</td></tr> <tr><td>21.9000</td><td>2.0000</td><td>5.0000</td><td>20.0000</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>9.7457</td><td>-0.8958</td><td>2.4566</td><td>10.0000</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>3.9906</td><td>-0.5204</td><td>-2.4715</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0.3851</td><td>6.4925</td><td>10.0000</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>-08.5344</td><td>-106.1095</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>6.0310</td><td>10.0000</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>4.1319</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>10.0000</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> </table> ----> System is Unstable <----	1.0000	2.0000	13.7000	0	2.0000	10.0000	1.0000	2.5000	4.0000	1.0000	0	0	-0.5000	9.7000	-1.0000	2.0000	10.0000	0	21.9000	2.0000	5.0000	20.0000	0	0	9.7457	-0.8958	2.4566	10.0000	0	0	3.9906	-0.5204	-2.4715	0	0	0	0.3851	6.4925	10.0000	0	0	0	-08.5344	-106.1095	0	0	0	0	6.0310	10.0000	0	0	0	0	4.1319	0	0	0	0	0	10.0000	0	0	0	0	0	Table 1: Routh table <table> <tr> <th>s^n</th><th>a_n</th><th>a_{n-2}</th><th>a_{n-4}</th><th>a_{n-6}</th></tr> <tr> <td>s^{n-1}</td><td>a_{n-1}</td><td>a_{n-3}</td><td>a_{n-5}</td><td>a_{n-7}</td></tr> <tr> <td>s^{n-2}</td><td>$b_1 = \frac{a_{n-1} a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}}$</td><td>$b_2 = \frac{a_{n-1} a_{n-4} - a_n a_{n-5}}{a_{n-1}}$</td><td>$b_3$</td><td>$b_4$</td></tr> <tr> <td>$s^{n-3}$</td><td>$c_1 = \frac{b_1 a_{n-1} - a_{n-1} b_2}{b_1}$</td><td>$c_2 = \frac{b_1 a_{n-3} - a_{n-1} b_3}{b_1}$</td><td>$c_3$</td><td>$c_4$</td></tr> <tr> <td>$s^{n-4}$</td><td>$d_1$</td><td>$d_2$</td><td>$d_3$</td><td>$d_4$</td></tr> <tr> <td>$s^{n-5}$</td><td>$e_1$</td><td>$e_2$</td><td>$e_3$</td><td>$e_4$</td></tr> <tr> <td>$s^{n-6}$</td><td>$f_1$</td><td>$f_2$</td><td>$f_3$</td><td>$f_4$</td></tr> </table>	s^n	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	a_{n-6}	s^{n-1}	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	a_{n-7}	s^{n-2}	$b_1 = \frac{a_{n-1} a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}}$	$b_2 = \frac{a_{n-1} a_{n-4} - a_n a_{n-5}}{a_{n-1}}$	b_3	b_4	s^{n-3}	$c_1 = \frac{b_1 a_{n-1} - a_{n-1} b_2}{b_1}$	$c_2 = \frac{b_1 a_{n-3} - a_{n-1} b_3}{b_1}$	c_3	c_4	s^{n-4}	d_1	d_2	d_3	d_4	s^{n-5}	e_1	e_2	e_3	e_4	s^{n-6}	f_1	f_2	f_3	f_4
1.0000	2.0000	13.7000	0	2.0000	10.0000																																																																																																	
1.0000	2.5000	4.0000	1.0000	0	0																																																																																																	
-0.5000	9.7000	-1.0000	2.0000	10.0000	0																																																																																																	
21.9000	2.0000	5.0000	20.0000	0	0																																																																																																	
9.7457	-0.8958	2.4566	10.0000	0	0																																																																																																	
3.9906	-0.5204	-2.4715	0	0	0																																																																																																	
0.3851	6.4925	10.0000	0	0	0																																																																																																	
-08.5344	-106.1095	0	0	0	0																																																																																																	
6.0310	10.0000	0	0	0	0																																																																																																	
4.1319	0	0	0	0	0																																																																																																	
10.0000	0	0	0	0	0																																																																																																	
s^n	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	a_{n-6}																																																																																																		
s^{n-1}	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	a_{n-7}																																																																																																		
s^{n-2}	$b_1 = \frac{a_{n-1} a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}}$	$b_2 = \frac{a_{n-1} a_{n-4} - a_n a_{n-5}}{a_{n-1}}$	b_3	b_4																																																																																																		
s^{n-3}	$c_1 = \frac{b_1 a_{n-1} - a_{n-1} b_2}{b_1}$	$c_2 = \frac{b_1 a_{n-3} - a_{n-1} b_3}{b_1}$	c_3	c_4																																																																																																		
s^{n-4}	d_1	d_2	d_3	d_4																																																																																																		
s^{n-5}	e_1	e_2	e_3	e_4																																																																																																		
s^{n-6}	f_1	f_2	f_3	f_4																																																																																																		
Question 1: (20 marks) i. Explain Routh's stability criterion in determining control system stability and discuss the advantages and disadvantages of the method. (5 marks) ii. A unity feedback control system has a following characteristic equation: $G(s) = s^4 + 2s^3 + 8s^2 + 12s^2 + 28s^2 + K(s+1) = 0$ i. Find the limiting value of K for stability. ii. Show that the system is marginally stable for the value of K given in (i). iii. Find the frequency of oscillation of the system at this condition. (15 marks)	Routh Hurwitz Stability Criterion Stability analysis in time domain by Routh - Hurwitz criteria $\begin{matrix} s^n & a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \dots \\ s^{n-1} & a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \dots \\ s^{n-2} & b_{n-1} & b_{n-2} & b_{n-3} & \dots \\ s^{n-3} & c_{n-1} & c_{n-2} & c_{n-3} & \dots \end{matrix}$ $b_{n-1} = \frac{a_{n-1} a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}}, \quad c_{n-1} = \frac{b_{n-1} a_{n-1} - a_{n-1} b_{n-2}}{b_{n-1}}$																																																																																																					

* $P(s) = s^5 + 4s^4 + 3s^3 + 12s^2 + s + 1$

Kriteria (1) Terpenuhi

Kriteria (2) $\rightarrow$ Tabel Routh

s^5	1	3	2	1
s^4	4	12	1	
s^3	$\frac{12s-3}{4}$	0,75	0	
s^2	$\frac{12s-3}{4}$	1	0	
s^1	0	0	0	
s^0	1	0	0	

pergantian tanda $\rightarrow$ tidak stabil

hal 178 bukan p. Faizal

* Suatu sistem kendali dengan kompensator memiliki spesifikasi $G(s) = \frac{10}{s^2}$ (kendali double integrator) dan $H(s) = \frac{K(s+1)}{(s+2)}$ lag Kom. Tentukan batas K supaya stabil.

Pers. Karakteristik $1 + G(s)H(s) = 0$
 $1 + \left(\frac{10}{s^2}\right) \left(\frac{K(s+1)}{(s+2)}\right) = 0$

$s^2(s+2) + 10Ks + 10K = 0$
 $s^3 + 2s^2 + 10Ks + 10K = 0$

* Kriteria (1) $\rightarrow K > 0$

* Kriteria (2) Tabel Routh

s^3	1	10K	
s^2	2	10K	
s^1	5K	0	
s^0	10K	0	

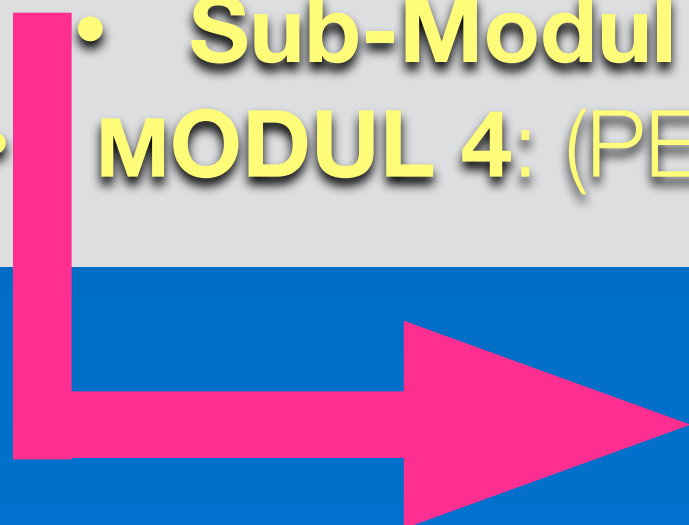
$5K > 0 \rightarrow K > 0$

Jadi sistem kendali akan stabil asal $K > 0$



MODUL PEMBELAJARAN (SELESAI)

- **MODUL 0: PENGANTAR KULIAH**
- **MODUL 1: Pengenalan SISTEM KENDALI**
- **MODUL 2: Alat-alat Matematik**
 - Sub-MODUL 2A: Bagan Kotak dan Aljabar-nya
 - Sub-MODUL 2B: Nisbah-Alih dan Transformasi Laplace
- **MODUL 3: Istilah-istilah Khusus**
 - Sub-Modul 3A: KONFIGURASI DASAR
 - Sub-Modul 3B: Isyarat-isyarat TEST
 - Sub-Modul 3C: *ORDER*, *Pole* dan *Zero*
- **MODUL 4: (PENGANTAR) Kestabilan Sistem Kendali**



MIDTEST



UJIAN FINAL

SELAMAT BELAJAR

Semoga SUKSES meraih PRESTASI!

