

# MATERI KULIAH METODE KOMPUTASI NUMERIK



KOMPUTASI NUMERIK  
digunakan dalam:

**PEMODELAN**  
**SYSTEM**  
***System***  
***Modeling***

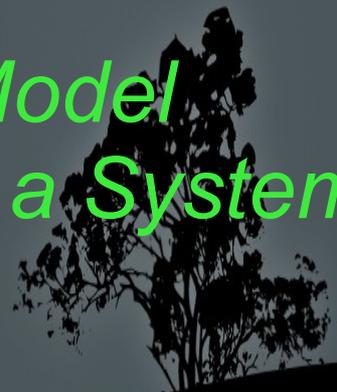


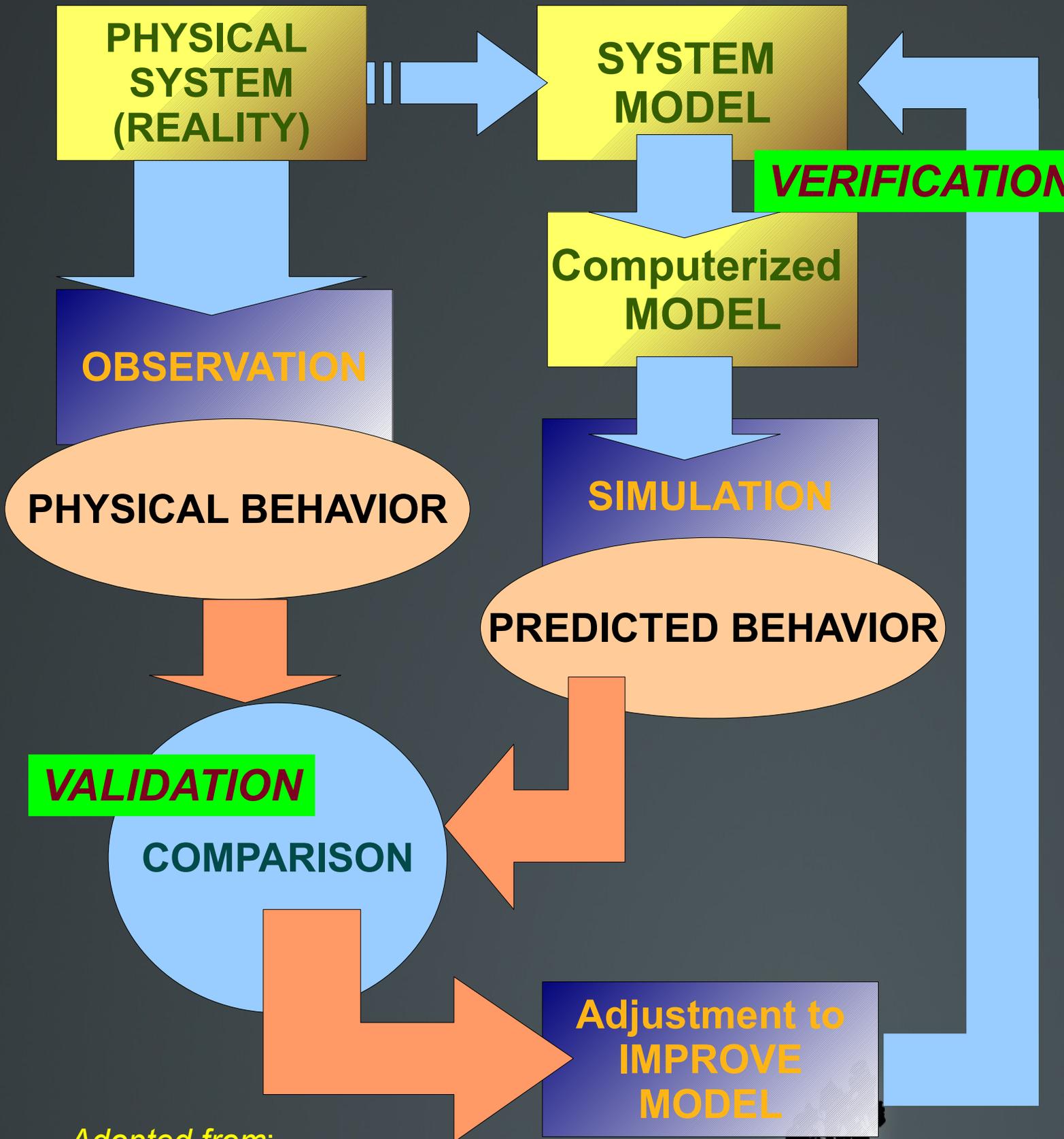
*Sebuah CONTOH .....*

# PEMODELAN SISTEM

## ~~Pemodelan~~ ~~Sistem dengan~~ ~~KOMPUTER~~

*(How to build .....  
credible Computerized Model  
.....of a System)*





Adopted from:

**Kheir, Naim A.**, (ed), [1988],

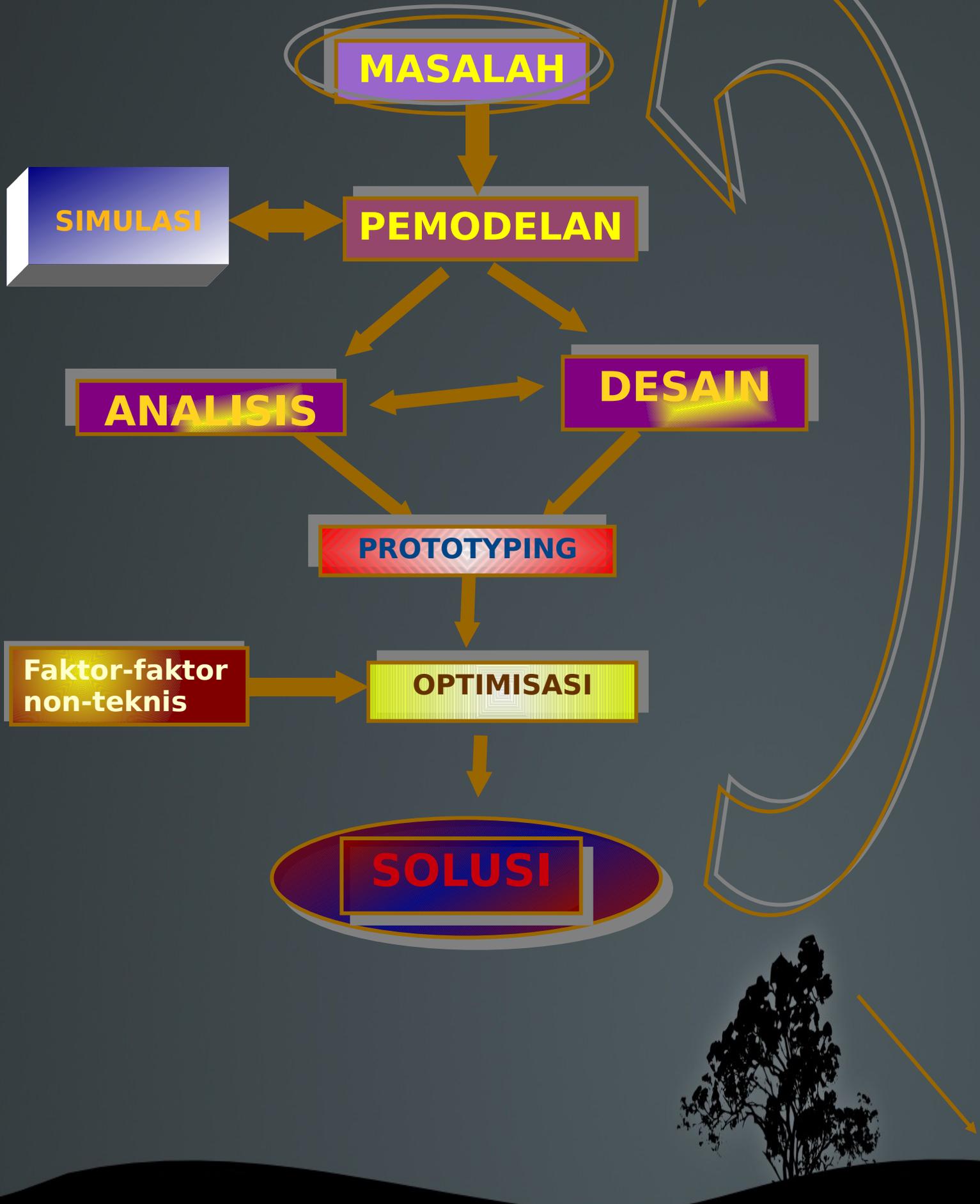
*"Systems Modeling and Computer Simulation"*

, Marcel Dekker, Inc. , NY, page 6

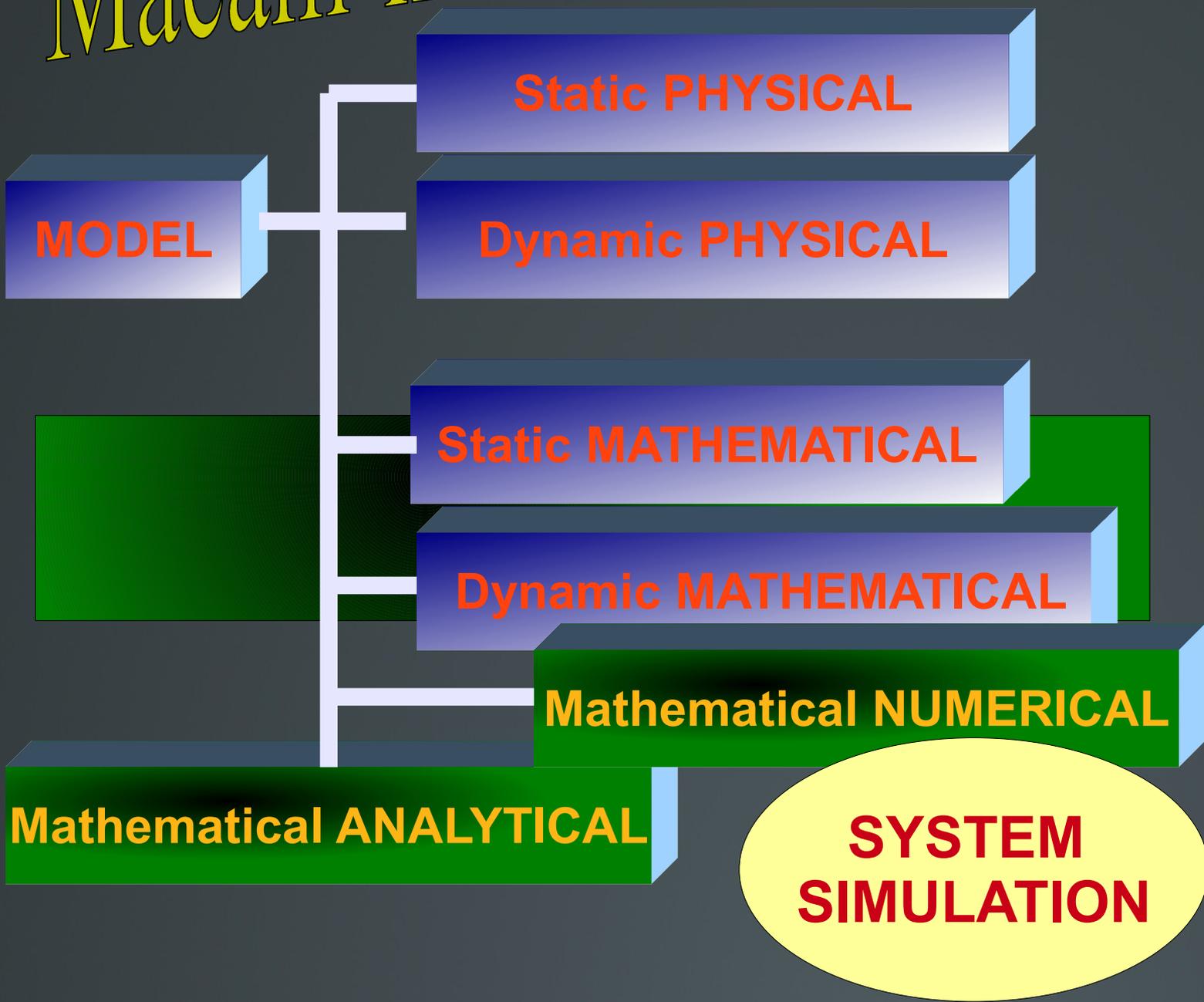
# URGENSI atau PENTINGNYA PEMODELAN SISTEM

- Dalam perancangan sistem, sistem yang akan dibangun belum ada (baru ada secara “hipotetis”). Untuk membuat prediksi, harus dibuat model sistem tersebut.
- Seandainya pun ada sistem yang sebenarnya, sering sangat mahal (biaya dan waktu) atau sangat berisiko tinggi bahkan berbahaya untuk ber-eksperimen dengan sistem yang sesungguhnya.
- Untuk suatu studi dalam bidang tertentu, tidak perlu keseluruhan detail sistem dipelajari, perlu penyederhanaan dengan model.
- Pemodelan = perumusan masalah, langkah awal dalam *engineering* .....

# Engineering Education.....



# Macam-macam MODEL



Adopted from:

Gordon, Geoffrey, [1989], "System Simulation" ,  
PHI, New Delhi, page 9

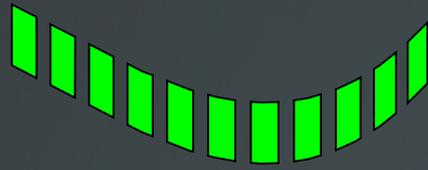


# CONTOH

# Macam-macam MODEL

- **Model FISIK-STATIK**: model ikonik, miniatur pesawat terbang (yang tidak terbang), maket gedung, dll.
- **Model FISIK-DINAMIK**: terowongan angin, sistem pegas-massa-redaman, *aero-modeling* (model pesawat yang bisa terbang), dll.
- **Model MATEMATIK-STATIK**: (tanpa peubah waktu  $t$  atau pun bentuk sekuensial  $k$ ), model ekonomi (*supply and demand*).
- **Model MATEMATIK-DINAMIK**: (dengan peubah waktu  $t$  atau pun bentuk sekuensial  $k$ ), persamaan differensial, bagan kotak, model nisbah-alih (*Transfer Function*), model ruang-keadaan (*State-Space*), dll.
- Contoh: **SISTEM SUSPENSI KENDARAAN BERMOTOR**
- Next: **NUMERIK vs ANALITIK**

Next



**ANALITIK**

**VS**

**~~NUMERIK~~**



# Kasus 1

## ~~Mencari AKAR~~ ~~Persamaan~~

Carilah nilai  $x$  yang memenuhi persamaan:

$$f(x) = x^2 - x - 6 = 0$$

## penyelesaian ANALITIK

I. Rumus ABC:

$$f(x) = ax^2 + bx + c = 0$$

$$-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$$

$x_{1,2} =$

$$2a$$

Jawaban (exact):

$$x_1 = +3 \text{ dan } x_2 = -2$$

# Kasus 1

## ~~Mencari AKAR~~ ~~Persamaan~~

Carilah nilai  $x$  yang memenuhi persamaan:

$$f(x) = x^2 - x - 6 = 0$$

## penyelesaian ANALITIK

II. Uraian atas faktor-faktor:

$$f(x) = ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 + (b/a)x + (c/a) = 0$$

$$(x - x_1)(x - x_2) = 0$$

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

Jawaban (exact):

$$x_1 = +3 \text{ dan } x_2 = -2$$

# CIRI-CIRI

penyelesaian ANALITIK

1. Masalah harus memenuhi format tertentu.
2. Menggunakan rumus matematik tertentu atau prosedur “baku” yang berlaku umum dan bersifat tetap.
3. Jawaban jawaban yang diperoleh adalah jawaban *exact*
4. Memerlukan “kecerdasan” atau pengetahuan khusus

Bagaimana jika kasus-nya:

Carilah nilai  $x$  yang memenuhi persamaan:

$$f(x) = x^3 - x - 6 = 0$$

atau

$$f(x) = x^{2.5} - x - 6 = 0 \text{ ???}$$

# Kasus 1

## ~~Mencari AKAR~~ ~~Persamaan~~

Carilah nilai  $x$  yang memenuhi persamaan:

$$f(x) = x^2 - x - 6 = 0$$

# penyelesaian

## ~~NUMERIK~~

Contoh: Metode **BISECTION**

(*Newton's Secant Method*)

Untuk sembarang:

$$f(x) = 0$$

(1) Tentukan sembarang  $a$  sehingga

$$f(a) < 0$$

(2) Tentukan sembarang  $b$  sehingga

$$f(b) > 0$$

(3) Hitung  $c = (a + b)/2$  dan  $f(c)$

(4) Jika  $f(c) < 0$ ,  $c$  mengganti  $a$

(5) Jika  $f(c) > 0$ ,  $c$  mengganti  $b$

(6) Kembali ke (3) dan seterusnya

# Tugas 1

## ~~Mencari AKAR~~ ~~Persamaan~~

Susunlah **PROGRAM KOMPUTER** (bahasa pemrograman apa saja) untuk mencari nilai  $x$  yang memenuhi persamaan:

$$f(x) = 0$$

dengan

# penyelesaian

## ~~NUMERIK~~

menggunakan Metode **BISECTION**  
(*Newton's Secant Method*)

(1) Ujicobalah program anda untuk

$$f(x) = x^2 - x - 6 = 0$$

(2) Setelah teruji benar, gunakan program anda untuk

(a)  $f(x) = x^3 - x - 6 = 0$

(b)  $f(x) = x^{2.5} - x - 6 = 0$

**LANJUT.....:**

# Tugas 1

## ~~Mencari AKAR~~ ~~Persamaan~~

Susunlah **PROGRAM KOMPUTER** (bahasa pemrograman apa saja) untuk mencari nilai  $x$  yang memenuhi persamaan:

$$f(x) = 0$$

dengan

# penyelesaian

## ~~NUMERIK~~

..... **LANJUTAN:**

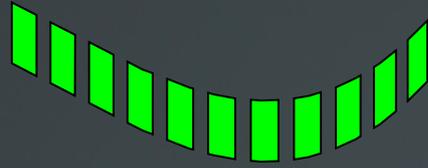
(3) Selanjutnya, gunakan pula program anda untuk

$$f(x) = x^5 - Ax^4 + Bx^3 - Cx^2 + Dx - E = 0$$

dengan **ABCDE** diambil dari angka-angka bukan nol tanggal lahir anda  
HH-BB-19TT

(4) Dari pengalaman di atas, uraikan dan diskusikan **CIRI-CIRI** penyelesaian **NUMERIK** bila dibandingkan dengan penyelesaian **ANALITIK**.

Next



**ANALITIK**

**VS**

**~~NUMERIK~~**

**Kasus 2**

**~~Mencari LUAS~~  
~~Bidang~~**



# Kasus 2

## ~~Mencari LUAS~~ ~~Bidang~~

Carilah luas bidang antara  $f(x)$  dan sumbu  $x$  pada interval antara  $x = -5$  dan  $x = +5$

$$f(x) = x^2 - x - 6$$

# penyelesaian

## ANALITIK

Integral batas:

$$\int_{-5}^{+5} f(x) dx = \int_{-5}^{+5} (x^2 - x - 6) dx$$

$$= (1/3)x^3 - (1/2)x^2 - 6x \Big|_{-5}^{+5}$$

$$= [(1/3)(+5)^3 - (1/2)(+5)^2 - 6(+5)] - [(1/3)(-5)^3 - (1/2)(-5)^2 - 6(-5)] = 23,333..$$



# Kasus 2

## ~~Mencari LUAS~~ ~~Bidang~~

Carilah luas bidang antara  $f(x)$  dan sumbu  $x$  pada interval antara  $x = -5$  dan  $x = +5$

$$f(x) = x^2 - x - 6$$

penyelesaian

### ANALITIK

Integral batas:

$$\begin{aligned} \int_{-5}^{+5} f(x) dx &= \int_{-5}^{+5} (x^2 - x - 6) dx \\ &= (1/3)x^3 - (1/2)x^2 - 6x \Big|_{-5}^{+5} \\ &= [(31,5) + (20,83) + (11,67)] = 65 \end{aligned}$$

Jadi luas bidang **23,33** atau **65** ???

# KELEMAHAN

penyelesaian ANALITIK

## ~~Mencari LUAS Bidang~~

1. Integral batas tidak selalu sama dengan luas bidang (integral batas bisa negatif atau positif, luas bidang selalu positif)
2. Tidak semua fungsi mudah di-integral-kan

# Kasus 2

## ~~Mencari LUAS~~ ~~Bidang~~

Carilah luas bidang antara  $f(x)$  dan sumbu  $x$  pada interval antara  $x = -5$  dan  $x = +5$

$$f(x) = x^2 - x - 6$$

# penyelesaian

## ~~NUMERIK~~

Contoh: Metode **4-PERSEGI PANJANG**  
dan Metode **TRAPESIUM**

Untuk mencari luas bidang antara sembarang  $f(x)$  dan sumbu  $x$  pada interval antara  $x = a$  dan  $x = b$ :

1. Interval  $a \leq x \leq b$  dibagi menjadi  $N$  sub-interval:

$$\Delta x = (b - a)/N$$

$$x_i = a + i\Delta x, i = 0, 1, 2, \dots, N$$

$$x_N = b$$

**LANJUTKAN .....**

# Kasus 2

## ~~Mencari LUAS Bidang~~

# LANJUTAN

Carilah luas bidang antara  $(x)$  dan sumbu  $x$  pada interval antara  $x = -5$  dan  $x = +5$

$$f(x) = x^2 - x - 6$$

# penyelesaian

## ~~NUMERIK~~

Contoh: Metode **4-PERSEGI PANJANG** dan Metode **TRAPESIUM**

..... LANJUTAN:

2.a. Untuk Metode **4-PERSEGI PANJANG**:

$$L_i = \Delta x * |f(x_i)|, i = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

atau

$$L_i = \Delta x * |f(x_i + \Delta x)|, i = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

2.b. Untuk Metode **TRAPESIUM**:

$$L_i = \Delta x * [ |f(x_i)| + |f(x_i + \Delta x)| ] / 2, i = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

3. Luas Bidang =  $\sum L_i, i = 0, \dots, N-1$

LANJUTKAN .....

# Kasus 2

## ~~Mencari LUAS~~ ~~Bidang~~

Carilah luas bidang antara  $(x)$  dan sumbu  $x$  pada interval antara  $x = -5$  dan  $x = +5$

$$f(x) = x^2 - x - 6$$

# penyelesaian

## ~~NUMERIK~~

Contoh: Metode **4-PERSEGI PANJANG**  
dan Metode **TRAPESIUM**  
..... LANJUTAN:

### 4. Menghitung *Error* (GALAT):

$$\text{Error} = \left| \frac{[\text{Luas Numerik} - \text{Luas Analitik}]}{[\text{Luas Analitik}]} \right| \times 100\%$$

Catatan: Bagaimana mendapatkan (estimasi) *Error* jika [Luas Analitik] tidak diketahui???

penyelesaian

**NUMERIK**

UPAYA BAKU MEMPERKECIL ERROR

Dalam berbagai metode NUMERIK ada setidaknya **2 (dua)** langkah baku untuk memperkecil galat (*ERROR*), yaitu:

- 1. Memperbanyak interval  $N$  atau memperkecil  $\Delta x$**
- 2. Memperbaiki metode**

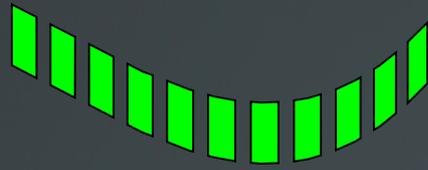
Kebanyakan program numerik menggunakan sedikitnya 2 (dua) macam metode yang berbeda, menggunakan selisih hasil keduanya sebagai estimasi *ERROR*, dan terus memperbanyak  $N$ /memperkecil  $\Delta x$  sampai selisih hasil keduanya lebih kecil dari suatu angka yang masih ditolerir.

# Tugas 2

## ~~Mencari LUAS~~ ~~Bidang~~

- 1) Carilah masing-masing **Luas Analitik** dari bidang antara  $f(x)$  dan **sumbu x** pada interval  $a \leq x \leq b$ , dengan  $f(x)$  semua yang digunakan pada **Tugas 1** serta nilai  $a$  dan  $b$ -nya masing-masing adalah **nilai-nilai awal** yang digunakan ketika mencari akar secara numerik dengan metode *Bisection*.
- 2) Susunlah **PROGRAM KOMPUTER** (bahasa pemrograman apa saja) untuk mencari **Luas Numerik** (metode *4-PERSEGI PANJANG* dan metode *TRAPESIUM*) dari bidang pada soal 1) di atas, dengan  $N$  yang cukup banyak sehingga *Error*-nya  $< 0,01\%$  dibandingkan **Luas Analitik**.
- 3) Masukkan ke dalam program yang anda susun, suatu algoritma menghitung (estimasi) *Error* **tanpa** menggunakan **Luas Analitik**. Gunakan algoritma itu untuk menghentikan program dari menambah jumlah  $N$ .
- 4) Bahaslah **kelebihan** dan **kekurangan** metode numerik mencari luas bidang dibandingkan metode analitik.

Next



# ANALITIK VS ~~NUMERIK~~

Kasus 3

~~Mencari SOLUSI~~  
~~Persamaan~~  
~~Differensial~~