

208D4223

METODE KOMPUTASI NUMERIK ANALITIK vs NUMERIK

Sub-MODUL 2C Mencari SOLUSI Persamaan Differensial

Numerical Solution of Ordinary Differential Equation

- A first order initial value problem of ODE may be written in the form $y'(t) = f(y, t)$, $y(0) = y_0$
- Example: $y'(t) = 3y + 5$, $y(0) = 1$
 $y'(t) = ty + 1$, $y(0) = 0$
- Numerical methods for ordinary differential equations calculate solution on the points, $t_n = t_{n-1} + h$ where h is the steps size

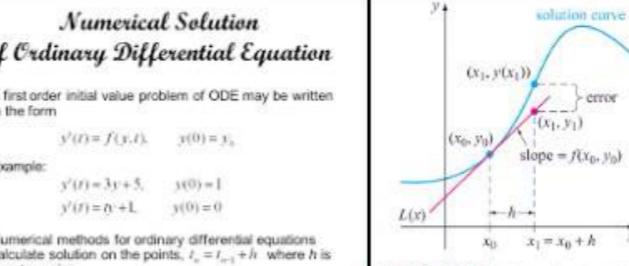
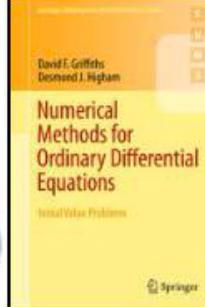


FIGURE 2.6.2 Approximating $y(x)$ using a tangent line

Numerical Methods for Ordinary Differential Equations
David F. Griffiths, Desmond J. Higham

Numerical Solution of Differential Equations
Introduction to Finite Difference and Finite Element Methods
ZHILIN LI, ZHONGHUA QIAO AND TAO TANG




Numerical Solution of Ordinary Differential Equation

- A first order initial value problem of ODE may be written in the form $y'(t) = f(y, t)$, $y(0) = y_0$
- Example: $y'(t) = 3y + 5$, $y(0) = 1$
 $y'(t) = ty + 1$, $y(0) = 0$
- Numerical methods for ordinary differential equations calculate solution on the points, $t_n = t_{n-1} + h$ where h is the steps size

$\frac{dy}{dt} = y$
 $\frac{dy}{dt} = B \cos(t) - ky - x^3$
 $\frac{x(t+h) - x(t)}{h} = y(t)$
 $y(t+h) - y(t) = B \cos(t) - ky(t) - x(t)^3$
 $x(t+h) = x(t) + h \cdot (y(t))$
 $y(t+h) = y(t) + h \cdot (B \cos(t) - ky(t) - x(t)^3)$

not a coincidence. It is because of the second fundamental theorem of calculus and it states
 $\frac{d}{dx} \int_a^x f(t) dt = f(x)$ (13)

Choosing $f(t) = 5t^2$ and $a = 3$
 $\frac{d}{dt} \int_a^x 5t^2 dt = 5x^2$ (14)

Calling $y(x) = \int_a^x 5t^2 dt$
 $\frac{dy}{dx} = 5x^2$
By posing the ODE as
 $\frac{dy}{dx} = 5x^2$, $y(3) = 0$ (15)
and fixing $y(3)$, we have
 $y(0) = \int_0^3 5t^2 dt = 0$
 $y(0) = \int_0^x 5t^2 dt$
Now solving
 $\frac{dy}{dx} = 5x^2$, $y(3) = 0$
for $y(0)$ is also a measure of the integral $\int_0^x 5t^2 dt$.

Numerical Solution of Ordinary Differential Equation
Introduction to Finite Difference and Finite Element Methods
ZHILIN LI, ZHONGHUA QIAO AND TAO TANG

$\frac{d^2x}{dt^2} + k \frac{dx}{dt} + x^3 = B \cos(t)$

↓
 $\frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) + k \frac{dx}{dt} + x^3 = B \cos(t)$

↓
 $\frac{dy}{dt} + ky + x^3 = B \cos(t)$

↓
 $\frac{dy}{dt} = y$
With some rearrangement
We get these two-equations
 $\frac{dy}{dt} = B \cos(t) - ky - x^3$

Numerical Solution of Ordinary Differential Equation

- A first order initial value problem of ODE may be written in the form $y'(t) = f(y, t)$, $y(0) = y_0$
- Example: $y'(t) = 3y + 5$, $y(0) = 1$
 $y'(t) = ty + 1$, $y(0) = 0$
- Numerical methods for ordinary differential equations calculate solution on the points, $t_n = t_{n-1} + h$ where h is the steps size

Numerical Solution of Ordinary Differential Equation

- A first order initial value problem of ODE may be written in the form $y'(t) = f(y, t)$, $y(0) = y_0$
- Example: $y'(t) = 3y + 5$, $y(0) = 1$
 $y'(t) = ty + 1$, $y(0) = 0$
- Numerical methods for ordinary differential equations calculate solution on the points, $t_n = t_{n-1} + h$ where h is the steps size

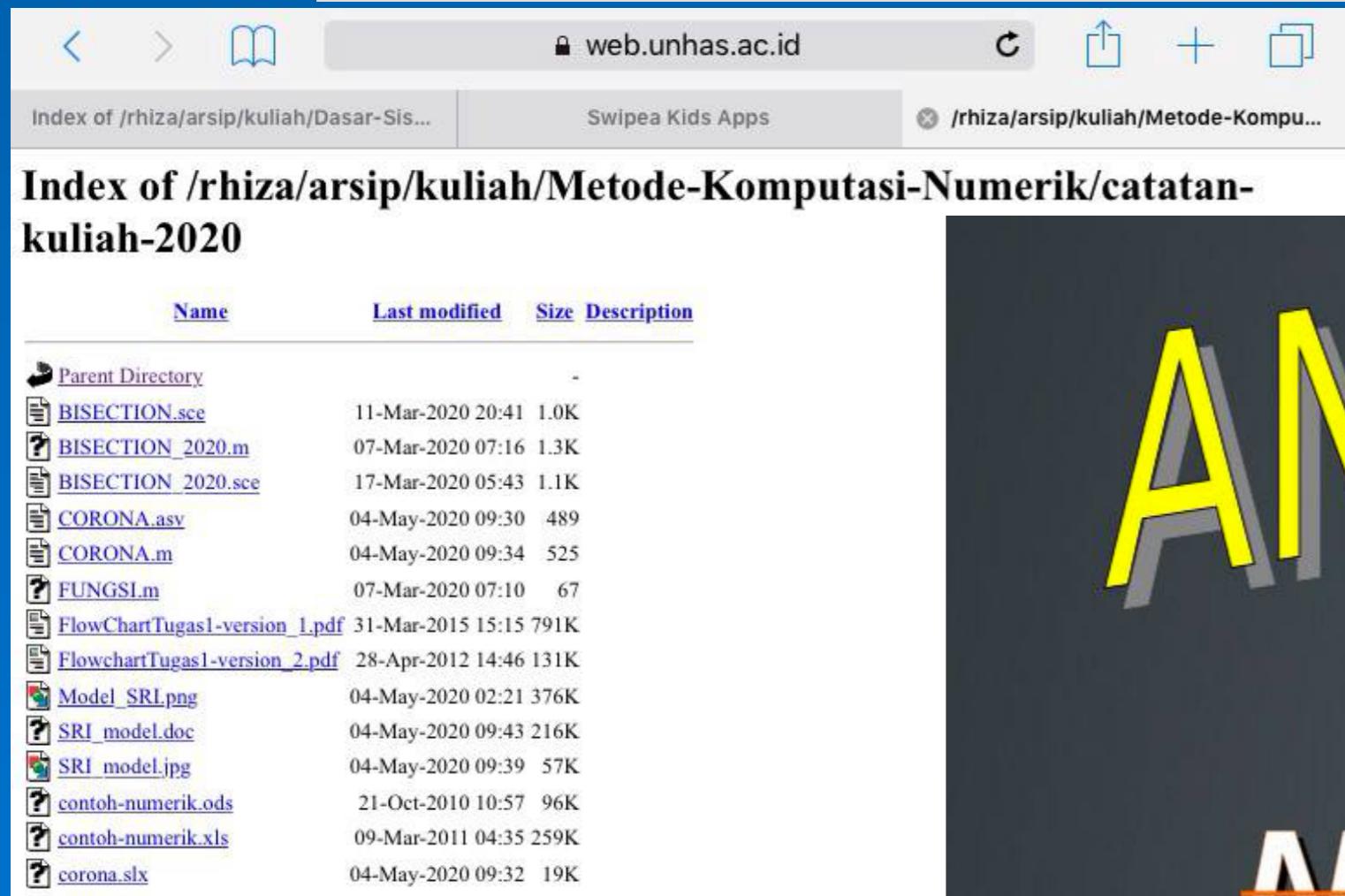
Numerical Solution of Ordinary Differential Equation

- A number of numerical methods are available for the solution of first order differential equation of form:
 $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$
- These methods yield solution either as power series or in x form which the values of y can be found by direct substitution, or a set of values of x and y .

(versi kuliah DARLING =
semi-DARing semi-LurING)
Semester Akhir 2020-2021

Sumber Pembelajaran

- Sumber pembelajaran: <https://web.unhas.ac.id/rhiza/arsip/kuliah/Metode-Komputasi-Numerik/Materi-Kuliah-2015/kasus3-pers-diff-biasa.pdf>
- Catatan Kuliah: <https://web.unhas.ac.id/rhiza/arsip/kuliah/Metode-Komputasi-Numerik/catatan-kuliah-2020/> khususnya files: **contoh-numerik.ods** atau **contoh-numerik.xls**



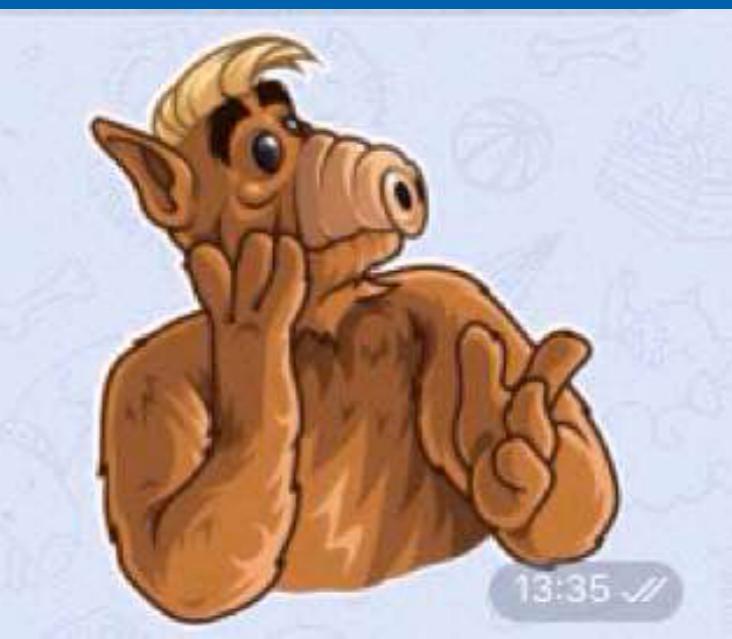
The screenshot shows a web browser window with the URL <https://web.unhas.ac.id/rhiza/arsip/kuliah/Metode-Komputasi-Numerik/catatan-kuliah-2020/>. The page title is "Index of /rhiza/arsip/kuliah/Metode-Komputasi-Numerik/catatan-kuliah-2020". The browser interface includes a back/forward button, a refresh button, and a search bar. Below the address bar, there are tabs for "Index of /rhiza/arsip/kuliah/Dasar-Sis..." and "Swipea Kids Apps". The main content area displays a table of files:

Name	Last modified	Size	Description
Parent Directory		-	
BISECTION.sce	11-Mar-2020 20:41	1.0K	
BISECTION_2020.m	07-Mar-2020 07:16	1.3K	
BISECTION_2020.sce	17-Mar-2020 05:43	1.1K	
CORONA.asv	04-May-2020 09:30	489	
CORONA.m	04-May-2020 09:34	525	
FUNGSI.m	07-Mar-2020 07:10	67	
FlowChartTugas1-version_1.pdf	31-Mar-2015 15:15	791K	
FlowchartTugas1-version_2.pdf	28-Apr-2012 14:46	131K	
Model_SRI.png	04-May-2020 02:21	376K	
SRI_model.doc	04-May-2020 09:43	216K	
SRI_model.jpg	04-May-2020 09:39	57K	
contoh-numerik.ods	21-Oct-2010 10:57	96K	
contoh-numerik.xls	09-Mar-2011 04:35	259K	
corona.slx	04-May-2020 09:32	19K	



KASUS 3: Mencari SOLUSI Persamaan Differensial

ANALITIK
VS
NUMERIK



Kasus 3

**Mencari SOLUSI
Persamaan Differensial**

Carilah solusi $x(t)$ dari persamaan differensial biasa (*Ordinary Differential Equation, ODE*) order pertama:

$$\frac{dx(t)}{dt} = f\{t, x(t)\}, \quad x(0) = x_0$$

jika diketahui:

$$f\{t, x(t)\} = -2x(t),
x(0) = 10$$

Istilah-istilah:
“order”
“keadaan awal” (*initial condition*)
peubah bebas t
peubah terikat x
 $x(t) \rightarrow x$

Penyelesaian ANALITIK

KASUS 3: Mencari SOLUSI Persamaan Differensial

Penyelesaian ANALITIK

ANALITIK
VS
NUMERIK

Carilah solusi $x(t)$ dari persamaan differensial biasa (Ordinary Differential Equation, ODE) order pertama:

$$\frac{dx(t)}{dt} = f\{t, x(t)\}, \quad x(0) = x_0$$

jika diketahui:

$$f\{t, x(t)\} = -2x(t), \quad x(0) = 10$$

Istilah-istilah:

"order"

"keadaan awal" (initial condition)

peubah bebas t

peubah terikat x

$x(t) \longrightarrow x$

$$\frac{dx(t)}{dt} = -2x(t)$$

$$\int \frac{dx(t)}{x(t)} = -\int 2 dt$$

Persamaan Differensial:

$$\frac{dx(t)}{dt} = -2x(t), \quad x(0) = 10$$

Dicari :
ANALITIK

$$\begin{aligned} \text{a/og } x &= b \\ x &= a^b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int \frac{dx(t)}{x(t)} &= \int -2 dt = -2 \int dt = -2t + C \\ \ln[x(t)] &= -2t + C \\ e^{\ln[x(t)]} &= e^{-2t+C} \\ x(t) &= e^{(-2t+C)} = e^C \cdot e^{-2t} = A e^{-2t} \end{aligned}$$

$$x(t) = A e^{-2t} \rightarrow x(0) = A e^0 = A = 10$$

$$\text{Solusi : } x(t) = 10 e^{-2t}$$

$$\begin{aligned} \text{Check : } * \quad \frac{dx(t)}{dt} &= (10)(-2)e^{-2t} \\ &= -2 \underbrace{[10e^{-2t}]}_{x(t)} = -2x(t) \checkmark \end{aligned}$$

* kondisi awal :

$$t=0 \rightarrow x(0) = 10 e^0 = 10 \checkmark$$

SOLUSI
ANALITIK

KASUS 3: Mencari SOLUSI Persamaan Differensial

ANALITIK
VS
NUMERIK

Kasus 3

Mencari SOLUSI
Persamaan Differensial

CONTOH
penyelesaian **NUMERIK**

Carilah solusi $x(t)$ dari persamaan differensial biasa (*Ordinary Differential Equation, ODE*) order pertama:

$$\frac{dx(t)}{dt} = f\{t, x(t)\}, \quad x(0) = x_0$$

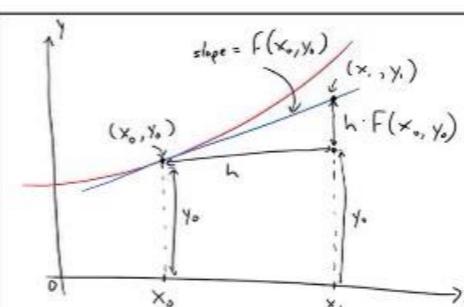
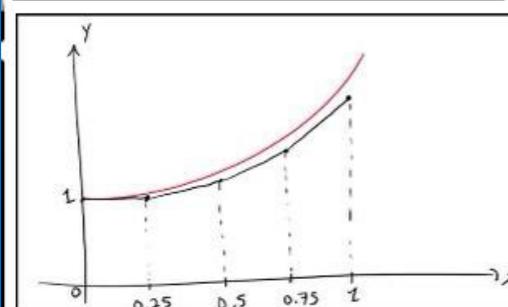
jika diketahui:

$$f\{t, x(t)\} = -2x(t), \\ x(0) = 10$$

DASAR-nya: Persamaan (Deret) **EULER**

**Differential Equations:
Euler's Method**

$$y' = F(x, y) \quad y(x_0) = y_0 \quad y_n = y_{n-1} + h F(x_{n-1}, y_{n-1})$$



Deret EULER:

$$x(t + \Delta t) = x(t) + \Delta t(dx(t)/dt) + (\frac{1}{2})\Delta t^2(d^2x(t)/dt^2)$$

$$+ (\frac{1}{6})\Delta t^3(d^3x(t)/dt^3) + \dots$$

$$+ (\frac{1}{n!})\Delta t^n(d^n x(t)/dt^n)$$

KASUS 3: Mencari SOLUSI Persamaan Differensial

ANALITIK
VS
NUMERIK

Kasus 3

Mencari SOLUSI
Persamaan Differensial

Carilah solusi $x(t)$ dari persamaan differensial biasa (*Ordinary Differential Equation, ODE*) order pertama:

$$\frac{dx(t)}{dt} = f\{t, x(t)\}, \quad x(0) = x_0$$

jika diketahui:

$$f\{t, x(t)\} = -2x(t), \\ x(0) = 10$$

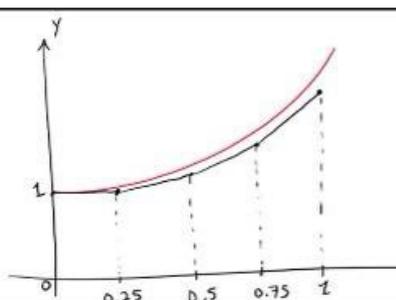
CONTOH

Penyelesaian **NUMERIK**

EULER's METHOD

Differential Equations:
Euler's Method

$$y' = f(x, y) \quad y(x_0)$$



Deret EULER:

$$x(t + \Delta t) = x(t) + \Delta t(dx(t)/dt) + (1/2)\Delta t^2(d^2x(t)/dt^2) \\ + (1/6)\Delta t^3(d^3x(t)/dt^3) + \dots \\ + (1/n!)\Delta t^n(d^n x(t)/dt^n)$$

Dicontohkan **DUA Metode**
(KOMPUTASI) NUMERIK:
Metode EULER Order
PERTAMA
dan
KEDUA

Metode Numerik Order Pertama:

$$x(t + \Delta t) = x(t) + \Delta t(dx(t)/dt) + \text{Error}$$

mulai pada $t = 0$, dihitung:

$$x(0 + \Delta t) = x(0) + \Delta t f\{t, x(0)\} \\ \text{dan seterusnya.....}$$

Metode Numerik Order Kedua:

$$x(t + \Delta t) = x(t) + \Delta t(dx(t)/dt) \\ + (1/2)(\Delta t)^2(d^2x(t)/dt^2) + \text{Error}$$

$$x'(t) = dx(t)/dt \quad \text{dan} \quad x''(t) = d^2x(t)/dt^2$$

$$x(t + \Delta t) = x(t) + \Delta t[x'(t)] + (1/2)(\Delta t)^2[x''(t)]$$

$x(t)$ diketahui,
 $x'(t)$ dihitung dari $f\{t, x(t)\}$,
bagaimana menghitung $x''(t)$??
ESTIMASI $x''(t)$

KASUS 3: Mencari SOLUSI Persamaan Differensial

ANALITIK
VS
NUMERIK

Kasus 3 Mencari SOLUSI
Persamaan Differensial
penyelesaian **NUMERIK**

EULER's METHOD

Deret EULER:

$$x(t + \Delta t) = x(t) + \Delta t(dx(t)/dt) + (1/2)\Delta t^2(d^2x(t)/dt^2)$$

$$+ (1/6)\Delta t^3(d^3x(t)/dt^3) + \dots$$

$$+ (1/n!)\Delta t^n(d^n x(t)/dt^n)$$

Dicontohkan **DUA**
Metode (KOMPUTASI)
NUMERIK:
Metode EULER
Order PERTAMA
dan
KEDUA

Metode Numerik Order Pertama:

$$x(t + \Delta t) = x(t) + \Delta t(dx(t)/dt) + \text{Error}$$

mulai pada $t = 0$, dihitung:

$$x(0 + \Delta t) = x(0) + \Delta t f\{t, x(0)\}$$

dan seterusnya.....

Metode Numerik Order Kedua:

$$x(t + \Delta t) = x(t) + \Delta t(dx(t)/dt) + (1/2)(\Delta t)^2(d^2x(t)/dt^2) + \text{Error}$$

$$x'(t) = dx(t)/dt \text{ dan } x''(t) = d^2x(t)/dt^2$$

$$x(t + \Delta t) = x(t) + \Delta t[x'(t)] + (1/2)(\Delta t)^2[x''(t)]$$

$x(t)$ diketahui,
 $x'(t)$ dihitung dari $f\{t, x(t)\}$,
bagaimana menghitung $x''(t)$??
ESTIMASI $x''(t)$

bisa diterapkan menggunakan aplikasi
spreadsheet, seperti **EXCELL** di MS-Office,
CALC di **Open Office** atau **Libre Office**,
Numbers di **iOS**, dll.

Buka file:
contoh-numerik.ods atau **contoh-numerik.xls** dari:
<https://web.unhas.ac.id/rhiza/arsip/kuliah/Metode-Komputasi-Numerik/catatan-kuliah-2020/>

KASUS 3: Mencari SOLUSI Persamaan Diferensial

ANALITIK VS NUMERIK

Kasus 3

Mencari **SOLUSI**
Persamaan Diferensial

Penyelesaian **NUMERIK**

CONTOH EULER's METHOD

Metode Numerik Order Pertama:

$$x(t + \Delta t) = x(t) + \Delta t(dx(t)/dt) + \text{Error}$$

mulai pada $t = 0$, dihitung:

$x(0 + \Delta t) = x(0) + \Delta t f\{t, x(0)\}$
dan seterusnya.....

Contoh Kasus:

$$\frac{dx(t)}{dt} = -2x(t), x(0) = 10$$

Penyelesaian secara numerik, Order Pertama, $\Delta t = 0.1$:

$$t = 0, x(\Delta t) = x(0) + \Delta t(dx(0)/dt)$$

$$= x(0) + \Delta t(-2x(0))$$

$$= 10 + 0.1(-2)(10)$$

$$x(0.1) = 8$$

$$t = 0.1, x(0.2) = x(0.1) + \Delta t(dx(0.1)/dt)$$

$$= 8 + 0.1(-2)(8)$$

$$= 6.4$$

dst.

$x(0) = 10$ diketahui, kemudian dihitung:

$x(0,1) = 8, x(0,2) = 6,4, \dots \text{dst}$ **SOLUSI**

KASUS 3: Mencari SOLUSI Persamaan Differensial

Metode Numerik Order Kedua:

$$x(t + \Delta t) = x(t) + \Delta t(dx(t)/dt) + (\frac{1}{2})(\Delta t)^2(d^2x(t)/dt^2) + \text{Error}$$

$$x'(t) = dx(t)/dt \quad \text{dan} \quad x''(t) = d^2x(t)/dt^2$$

$$x(t + \Delta t) = x(t) + \Delta t[x'(t)] + (\frac{1}{2})(\Delta t)^2[x''(t)]$$

x(t) diketahui,
x'(t) dihitung dari $f\{t, x(t)\}$,
bagaimana menghitung x''(t)???

ESTIMASI x''(t).....

penyelesaian ~~NUMERIK~~

CONTOH
EULER's METHOD



ESTIMASI x''(t).....

“FORWARD DIFFERENCE”

x(t) diketahui,
x'(t) dihitung dari $f\{t, x(t)\}$,
dengan metode order pertama,
dihitung estimasi $x(t+\Delta t)$:

$$Ex(t + \Delta t) = x(t) + \Delta t[x'(t)]$$

lalu dihitung estimasi $x'(t+\Delta t)$:

$$Ex'(t + \Delta t) = f\{t + \Delta t, Ex(t + \Delta t)\}$$

dengan demikian ESTIMASI x''(t)
dapat dihitung:

$$Ex''(t) = [Ex'(t + \Delta t) - x'(t)]/\Delta t$$

KASUS 3: Mencari SOLUSI Persamaan Differensial

ESTIMASI $x''(t)$

"FORWARD DIFFERENCE"

$x(t)$ diketahui,
 $x'(t)$ dihitung dari $f\{t, x(t)\}$,
dengan metode order pertama,
dihitung estimasi $x(t+\Delta t)$:

$$Ex(t + \Delta t) = x(t) + \Delta t[x'(t)]$$

lalu dihitung estimasi $x'(t+\Delta t)$:

$Ex'(t + \Delta t) = f\{t + \Delta t, Ex(t + \Delta t)\}$
dengan demikian ESTIMASI $x''(t)$
dapat dihitung:

$$Ex''(t) = [Ex'(t + \Delta t) - x'(t)]/\Delta t$$

ANALITIK
VS

~~NUMERIK~~

CONTOH

EULER's METHOD

penyelesaian ~~NUMERIK~~

Setelah ESTIMASI $x''(t)$ diketahui,
maka selanjutnya dapat dihitung
 $x(t + \Delta t)$:

$$x(t + \Delta t) = x(t) + \Delta t[x'(t)] + (\frac{1}{2})(\Delta t)^2[Ex''(t)]$$

ESTIMASI $x''(t)$:

$$Ex''(t) = [Ex'(t + \Delta t) - x'(t)]/\Delta t$$

sehingga:

$$x(t + \Delta t) = x(t) + \Delta t[x'(t)] + (\frac{1}{2})(\Delta t)^2[Ex'(t + \Delta t) - x'(t)]/\Delta t$$

jadi:

$$x(t + \Delta t) = x(t) + (\frac{1}{2}\Delta t)[x'(t) + Ex'(t + \Delta t)]$$

dengan $Ex'(t + \Delta t) = f\{t + \Delta t, Ex(t + \Delta t)\}$

dan $Ex(t + \Delta t) = x(t) + \Delta t[x'(t)]$

KASUS 3: Mencari SOLUSI Persamaan Differensial

Kasus 3 ~~Mencari SOLUSI Persamaan Differensial~~ Second Order Numerical Method

Metode Numerik Order Kedua (lanjutan):
Kembali ke contoh kasus:

$$x'(t) = f\{t, x(t)\} = -2 x(t), x(0)= 10$$

Misalnya $\Delta t = 0,1$

Pada $t = 0$:

$$x'(0) = -2 x(0) = (-2)*10 = -20$$

$$Ex(0+\Delta t) = x(0)+\Delta t[x'(0)] = 10 +(0,1)(-20)$$

$$Ex(0,1) = 8$$

$$Ex'(0+\Delta t) = f\{0+\Delta t, Ex(0+\Delta t)\} = -2 Ex(\Delta t)$$

$$Ex'(0,1) = -16$$

$$x(t + \Delta t) = x(t)+(\frac{1}{2}\Delta t)[x'(t) + Ex'(t+\Delta t)]$$

$$x(0,1) = x(0)+(\frac{1}{2})(0,1))[x'(0) + Ex'(0,1)]$$

$$= 10 + (\frac{1}{2})(0,1)][(-20) + (-16)]$$

$$= 8,2$$

Penyelesaian ~~NUMERIK~~

Metode (KOMPUTASI) NUMERIK: Metode EULER Order KEDUA

Pada $t = 0,1$:

$$x'(0,1) = - 2 x(0,1) = (-2)*8,2 = -16,4$$

$$\begin{aligned} Ex(0,1+\Delta t) &= x(0,1)+\Delta t[x'(0,1)] \\ &= 8,2 +(0,1)(-16,4) \end{aligned}$$

$$Ex(0,2) = 6,56$$

$$\begin{aligned} Ex'(0,1+\Delta t) &= f\{0,1+\Delta t, Ex(0,1+\Delta t)\} \\ &= - 2 Ex(0,2) = - 2 (6,56) \end{aligned}$$

$$Ex'(0,2) = - 13,12$$

$$x(t + \Delta t) = x(t)+(\frac{1}{2}\Delta t)[x'(t) + Ex'(t+\Delta t)]$$

$$x(0,2) = x(0,1)+(\frac{1}{2})(0,1))[x'(0,1) + Ex'(0,2)]$$

$$\begin{aligned} &= 8,2 + (\frac{1}{2})(0,1)[(-16,4) + (-13,12)] \\ &= 6,274 \end{aligned}$$

dan seterusnya

SOLUSI: $x(0) = 10$ diketahui, kemudian dihitung:

$$x(0,1) = 8,2, x(0,2) = 6,274, \dots \text{dst}$$

KASUS 3: Mencari SOLUSI Persamaan Differensial

penyelesaian ANALITIK

SOLUSI “exact”:

$x(0) = 10$ diketahui, kemudian dihitung:

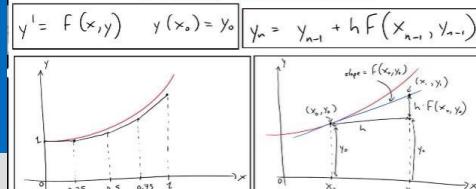
$$x(0,1) = 10 e^{-2(0,1)} = 8,187\ldots, x(0,2) = 10 e^{-2(0,2)} = 6,703\ldots, \dots \text{dst}$$

penyelesaian NUMERIK

Metode (KOMPUTASI) NUMERIK:

Metode EULER Order PERTAMA

Differential Equations:
Euler's Method



Metode (KOMPUTASI) NUMERIK:

Metode EULER Order KEDUA

Contoh Kasus:

$$\frac{dx(t)}{dt} = -2x(t), x(0) = 10$$

SOLUSI ANALITIK:

Solusi : $x(t) = 10e^{-2t}$

Perbandingan DUA Metode (KOMPUTASI) NUMERIK:
Metode EULER

Order PERTAMA dan KEDUA

SOLUSI (estimasi):

$x(0) = 10$ diketahui, kemudian dihitung:

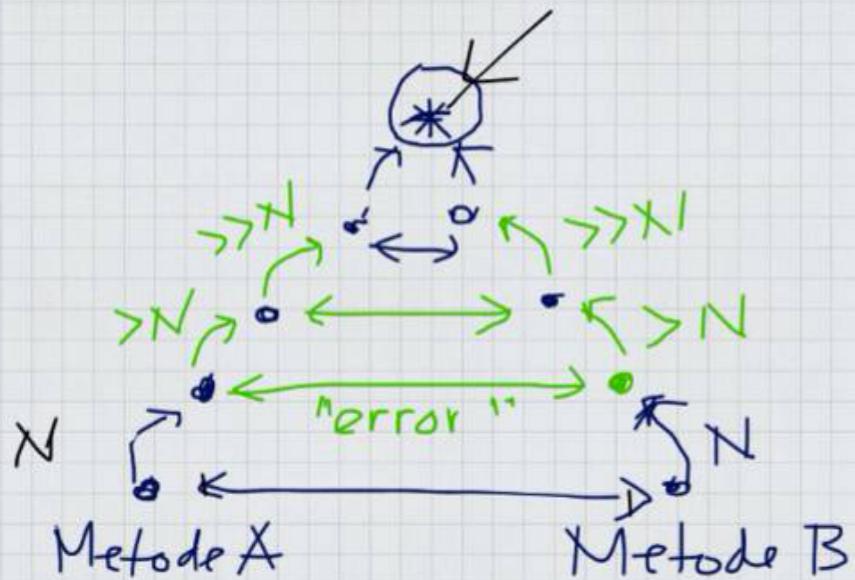
$$x(0,1) = 8, x(0,2) = 6,4, \dots \text{dst}$$



SOLUSI (estimasi):

$x(0) = 10$ diketahui, kemudian dihitung:

$$x(0,1) = 8,2, x(0,2) = 6,274, \dots \text{dst}$$



penyelesaian NUMERIK

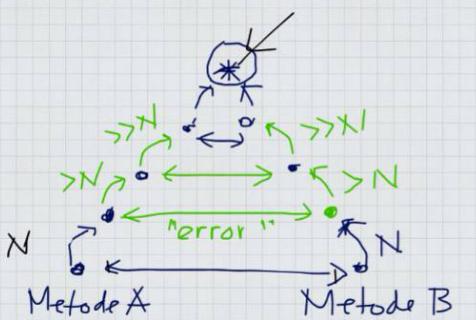
UPAYA BAKU MEMPERKECIL ERROR

UPAYA BAKU MEMPERKECIL ERROR

Dalam berbagai metode NUMERIK ada setidaknya **2 (dua)** langkah baku untuk memperkecil galat (*ERROR*), yaitu:

- 1. Memperbanyak interval N atau memperkecil Δx**
- 2. Memperbaiki metode**

Kebanyakan program numerik menggunakan sedikitnya **2 (dua)** macam metode yang berbeda, menggunakan selisih hasil keduanya sebagai estimasi *ERROR*, dan terus memperbanyak N /memperkecil Δx sampai selisih hasil keduanya lebih kecil dari suatu angka yang masih ditolerir.



penyelesaian ~~UPAYA BAKU~~ NUMERIK

UPAYA BAKU MEMPERKECIL ERROR

ANALITIK
VS
NUMERIK

Pada umumnya Metode Numerik digunakan ketika Solusi Analitik **TIDAK DIKETAHUI**, dengan demikian **ERROR** yang sesungguhnya juga tidak diketahui. Oleh sebab itu biasa diterapkan **ALGORITMA** sebagai berikut:

1. Tetapkan suatu batas toleransi, ϵ , sebuah angka yang cukup kecil, misalnya $\epsilon = 10^{-6}$.
2. Tetapkan step-size awal:

$$\Delta t = t_a / N$$

t_a = t akhir perhitungan

N = jumlah interval

3. Hitung solusi untuk $t = \Delta t$ dengan suatu metode numerik, misalnya **Metode A**, sehingga diperoleh $x_A(\Delta t)$
4. Hitung lagi solusi untuk dengan metode numerik lain yang lebih baik dari **Metode A**, misalnya **Metode B**, sehingga diperoleh $x_B(\Delta t)$.
5. Hitung selisih $E_{\text{est}} = |x_B(\Delta t) - x_A(\Delta t)|$ sebagai **estimasi ERROR**.
6. Jika $E_{\text{est}} > \epsilon$, maka step-size diperkecil, yang baru = $\Delta t / n$, n = bilangan bulat > 1 , misalnya 2, 10, dst., lalu kembali ke langkah 3

Kasus 3 Mencari SOLUSI Persamaan Diferensial

ERROR dan TOLERANSI

Catatan: Agar tidak terjadi **infinite loop** dari **langkah 3** sampai **langkah 6**, maka step-size harus dibatasi jangan lebih kecil dari ϵ . Jika terjadi demikian berarti toleransi-nya terlalu kecil. Program gagal, kembali ke **langkah 1**.

6. Jika $E_{\text{est}} \leq \epsilon$, berarti $x_B(\Delta t)$ adalah solusi untuk $t = \Delta t$ maka lanjut hitung solusi untuk $t = 2\Delta t$ dengan kembali menggunakan langkah 3 tanpa mengubah Δt .
7. Begitu seterusnya diulangi sampai $t = t_a$.

TUGAS 3: Mencari SOLUSI Persamaan Differensial

Kasus: PETERNAKAN AYAM



Suatu peternakan ayam yang memiliki **10.000** ekor ayam peliharaan, tiba2 terkena musibah penyakit menular yang membunuh sekitar **5%** populasi ayam setiap hari. Laju kematian (*mortality rate*) ayam setiap hari dapat dinyatakan dengan **PERSAMAAN DIFFERENSIAL**:

$$dx(h)/dh = 0,05 * (10.000 - x(h)), \quad x(0) = 0$$

dengan **x(h)** = akumulasi jumlah ayam yang tewas setelah hari ke-**h**.

(D) Dengan menggunakan **ALGORITMA DUA Metode KOMPUTASI NUMERIK** sesuai konsep “**ERROR dan TOLERANSI**” yang dijelaskan pada slide sebelumnya, susunlah **PROGRAM** untuk mencari estimasi numerik yang lebih akurat dari hari keberapa populasi ayam tinggal **5.000** ekor (**50%**).

- (A) (Gunakan **KALKULUS**) Tentukan **SOLUSI ANALITIK (KOMPUTASI) NUMERIK** dari **x(h)**, lalu tentukan (secara exact) pada hari keberapa populasi ayam tinggal **5.000** ekor (**50%**).
- (B) Dengan **Metode EULER Order PERTAMA**, $\Delta h = 1$, tentukan estimasi pada hari keberapa populasi ayam tinggal **5.000** ekor (**50%**).
- (C) Dengan **Metode EULER Order KEDUA**, $\Delta h = 1$, tentukan estimasi pada hari keberapa populasi ayam tinggal **5.000** ekor (**50%**).

MODUL PEMBELAJARAN (SELESAI)

- MODUL 0: PENGANTAR KULIAH
- MODUL 1A: MOTIVASI
- MODUL 1B: PEMODELAN SISTEM
- MODUL 2: ANALITIK vs NUMERIK
 - Sub-MODUL 2A: Mencari AKAR Persamaan
 - Sub-MODUL 2B: Mencari LUAS Bidang
 - Sub-MODUL 2C: Mencari SOLUSI Persamaan Differensial

The diagram illustrates the learning process. It starts with a pink arrow pointing right, leading to a green rounded rectangle containing the text "Tugas 1", "Tugas 2", and "Tugas 3". From this green box, a red arrow points right towards a blue oval. Inside the blue oval, the text "UJIAN FINAL" is written in red capital letters.

Tugas 1
Tugas 2
Tugas 3

UJIAN FINAL

SELAMAT BELAJAR

Semoga SUKSES meraih PRESTASI!

