

# Numerical -

## Pemodelan & Metode Numerik

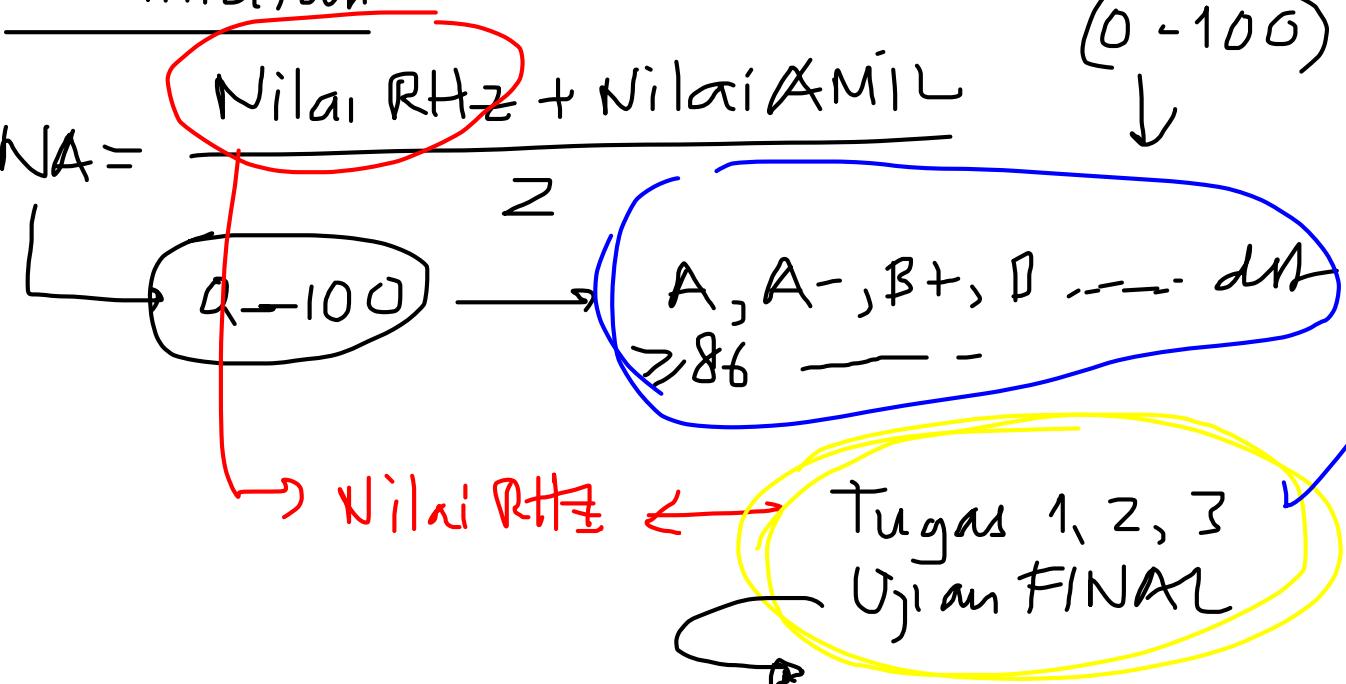
Pemodelan NUMERIK → Rhiza

Metode NUMERIK → Dr. Amil

Website:

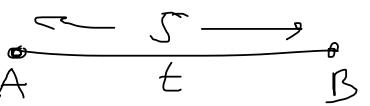
[www.unhas.ac.id/rhiza/arsip/kuliah/](http://www.unhas.ac.id/rhiza/arsip/kuliah/)

### Penilaian



Rhiza@unhas.ac.id  
#628164312162 } 24 jam

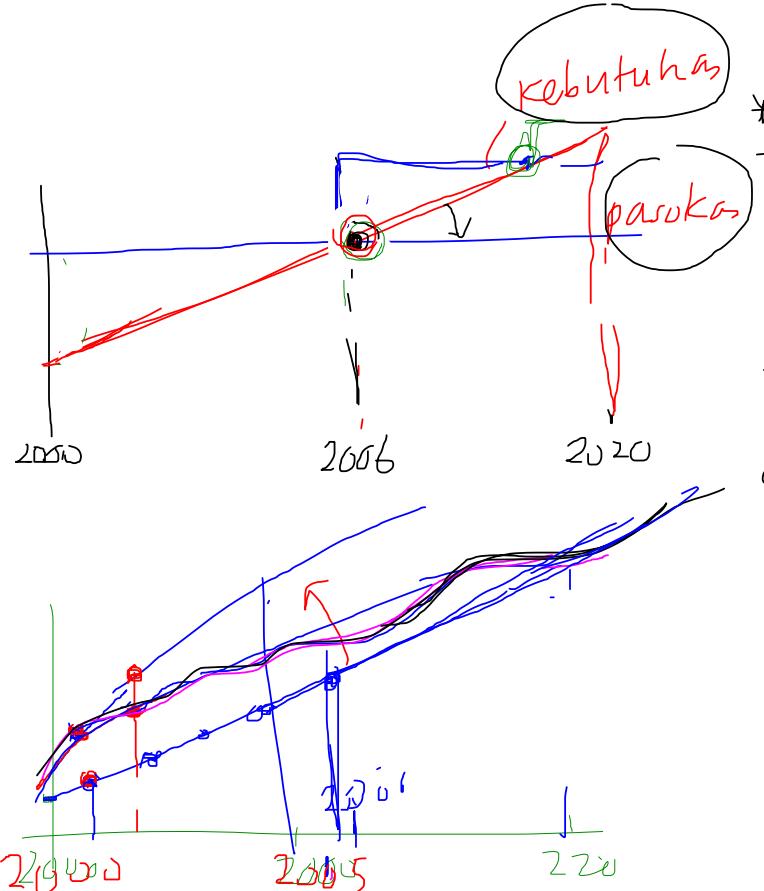
## Time Continuum



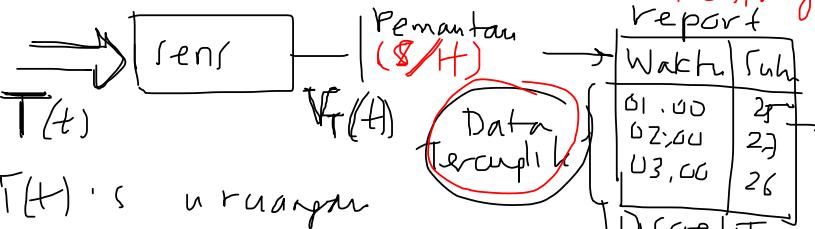
$$\text{Kecepatan, } \frac{S}{t}$$

$$v(t) = \frac{dS}{dt}$$

**ANALOG**



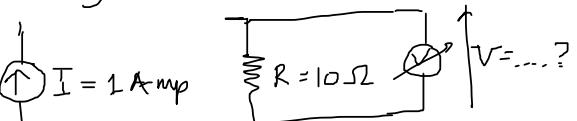
## \* Discrete-Time



Kontinu  
DIGITAL

Contoh Sistem Deterministik vs Stochastic

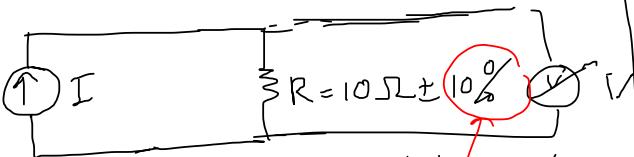
\* Rangkaian Listrik



$$\text{Hukum Ohm, } V = I.R.$$

$$\begin{aligned} I = 1 \text{ Amp} &\rightarrow V = 1 \times 10 = 10 \text{ Volt} \\ I = 2 \text{ Amp} &\rightarrow V = 2 \times 10 = 20 \text{ Volt} \end{aligned}$$

(DETERMINISTIK)



$$9\Omega \leq R \leq 11\Omega \rightarrow 10\%$$

$$I = 1 \text{ Amp} \rightarrow 9 \text{ Volt} \leq V \leq 11 \text{ Volt}$$

$$I = 2 \text{ Amp} \rightarrow 18 \text{ Volt} \leq V \leq 22 \text{ Volt}$$

(STOCHASTIK)

VISIBILITAS

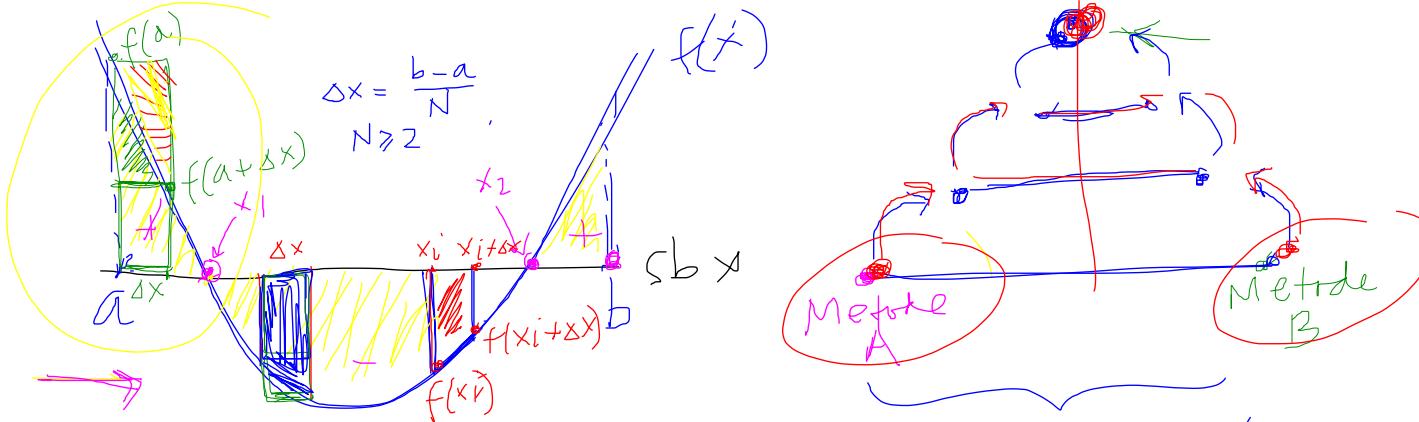
"stokastik"

deterministik

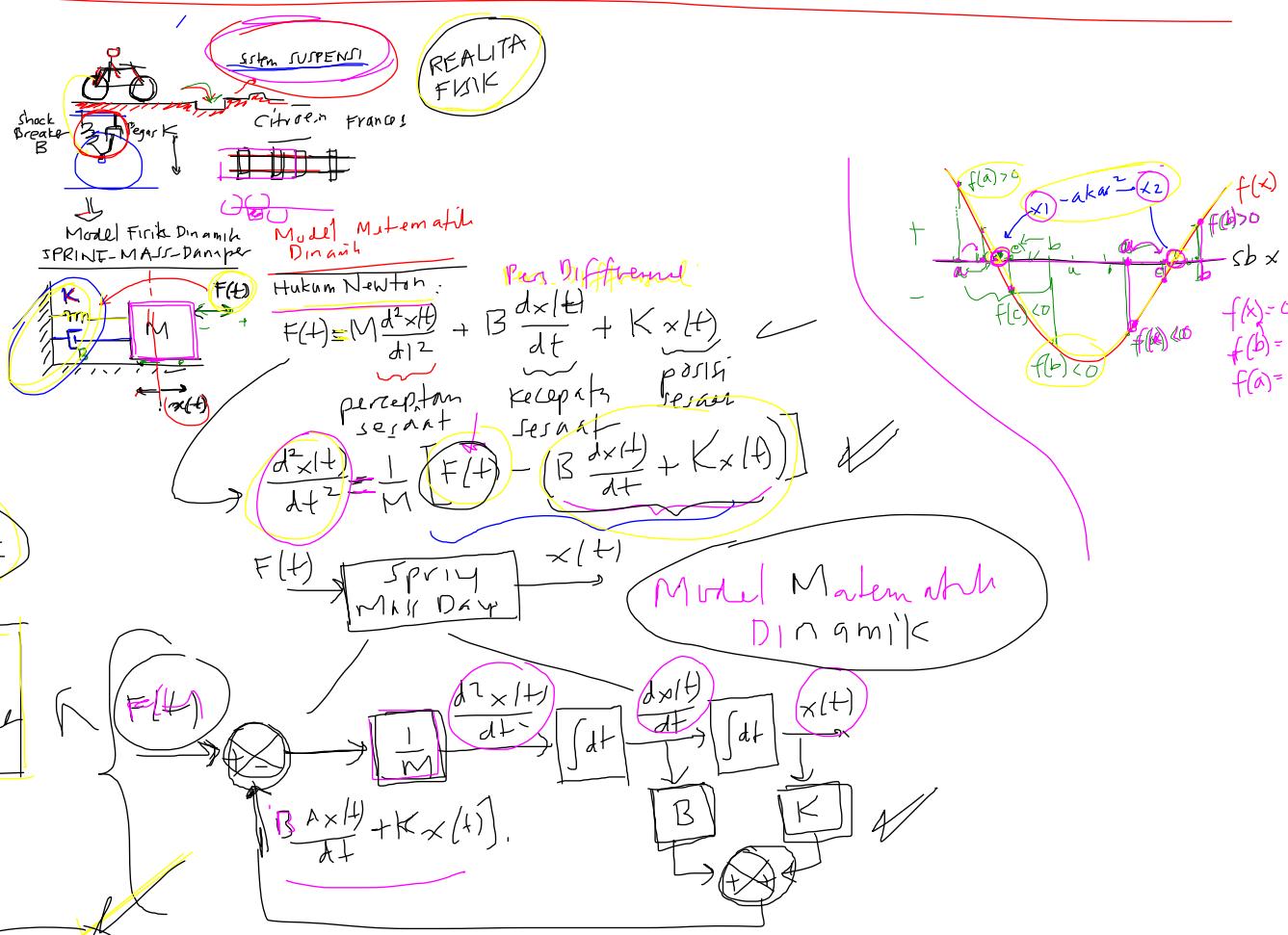
posisi

RU'YAT  
HISAB

Imkan nur. RU'YAT



metode trapesium lebih bagus daripada metode 4-persimpangan  
ESTIMASI ERROR



Prins. SIMULASI PERC  
Metode Numerik

$$e^t = \frac{1}{0!} + \frac{1}{1!} t + \frac{1}{2!} t^2 + \frac{1}{3!} t^3 + \dots = 2,718 \dots$$

Persamaan diferensial  
 $\frac{dx(t)}{dt} = -2x(t), x(0) = 10$   
 Tentukan  $x(t)$  secara analitik!  
 $x(t)$  adalah SOLUSI persamaan  
 diferensial di atas, dan  
 karena dicari secara analitik  
 maka hasilnya akan EXACT!

$$\left[ \frac{dx(t)}{dt} = -2x(t) \right] \times$$

$$\frac{dx(t)}{x(t)} = -2 dt$$

$$\ln[x(t)] = -2t + K$$

$$e^{\ln[x(t)]} = e^{-2t+K}$$

$$x(t) = e^{-2t+K}$$

$$= e^{K-2t} = Ae^{-2t}$$

$$x(t) = Ae^{-2t}$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = -2Ae^{-2t} = -2x(t)$$

$$t=0 \quad x(0) = 10$$

$$Ae^{-2 \cdot 0} = 10$$

$$A = 10$$

$$x(t) = 10e^{-2t}$$

$$\text{exact}$$

$$x(t) = 10e^{-2t}$$

$$x(0) = 10$$

$$x(0.1) = 10e^{-0.2}$$

$$x(0.2) = 10e^{-0.4}$$

$$x(0.3) = 10e^{-0.6}$$

$$x(0.4) = 10e^{-0.8}$$

$$x(0.5) = 10e^{-1.0}$$

$$x(0.6) = 10e^{-1.2}$$

$$x(0.7) = 10e^{-1.4}$$

$$x(0.8) = 10e^{-1.6}$$

$$x(0.9) = 10e^{-1.8}$$

$$x(1.0) = 10e^{-2.0}$$

$$x(1.1) = 10e^{-2.2}$$

$$x(1.2) = 10e^{-2.4}$$

$$x(1.3) = 10e^{-2.6}$$

$$x(1.4) = 10e^{-2.8}$$

$$x(1.5) = 10e^{-3.0}$$

$$x(1.6) = 10e^{-3.2}$$

$$x(1.7) = 10e^{-3.4}$$

$$x(1.8) = 10e^{-3.6}$$

$$x(1.9) = 10e^{-3.8}$$

$$x(2.0) = 10e^{-4.0}$$

$$x(2.1) = 10e^{-4.2}$$

$$x(2.2) = 10e^{-4.4}$$

$$x(2.3) = 10e^{-4.6}$$

$$x(2.4) = 10e^{-4.8}$$

$$x(2.5) = 10e^{-5.0}$$

$$x(2.6) = 10e^{-5.2}$$

$$x(2.7) = 10e^{-5.4}$$

$$x(2.8) = 10e^{-5.6}$$

$$x(2.9) = 10e^{-5.8}$$

$$x(3.0) = 10e^{-6.0}$$

$$x(3.1) = 10e^{-6.2}$$

$$x(3.2) = 10e^{-6.4}$$

$$x(3.3) = 10e^{-6.6}$$

$$x(3.4) = 10e^{-6.8}$$

$$x(3.5) = 10e^{-7.0}$$

$$x(3.6) = 10e^{-7.2}$$

$$x(3.7) = 10e^{-7.4}$$

$$x(3.8) = 10e^{-7.6}$$

$$x(3.9) = 10e^{-7.8}$$

$$x(4.0) = 10e^{-8.0}$$

$$x(4.1) = 10e^{-8.2}$$

$$x(4.2) = 10e^{-8.4}$$

$$x(4.3) = 10e^{-8.6}$$

$$x(4.4) = 10e^{-8.8}$$

$$x(4.5) = 10e^{-9.0}$$

$$x(4.6) = 10e^{-9.2}$$

$$x(4.7) = 10e^{-9.4}$$

$$x(4.8) = 10e^{-9.6}$$

$$x(4.9) = 10e^{-9.8}$$

$$x(5.0) = 10e^{-10.0}$$

$$x(5.1) = 10e^{-10.2}$$

$$x(5.2) = 10e^{-10.4}$$

$$x(5.3) = 10e^{-10.6}$$

$$x(5.4) = 10e^{-10.8}$$

$$x(5.5) = 10e^{-11.0}$$

$$x(5.6) = 10e^{-11.2}$$

$$x(5.7) = 10e^{-11.4}$$

$$x(5.8) = 10e^{-11.6}$$

$$x(5.9) = 10e^{-11.8}$$

$$x(6.0) = 10e^{-12.0}$$

$$x(6.1) = 10e^{-12.2}$$

$$x(6.2) = 10e^{-12.4}$$

$$x(6.3) = 10e^{-12.6}$$

$$x(6.4) = 10e^{-12.8}$$

$$x(6.5) = 10e^{-13.0}$$

$$x(6.6) = 10e^{-13.2}$$

$$x(6.7) = 10e^{-13.4}$$

$$x(6.8) = 10e^{-13.6}$$

$$x(6.9) = 10e^{-13.8}$$

$$x(7.0) = 10e^{-14.0}$$

$$x(7.1) = 10e^{-14.2}$$

$$x(7.2) = 10e^{-14.4}$$

$$x(7.3) = 10e^{-14.6}$$

$$x(7.4) = 10e^{-14.8}$$

$$x(7.5) = 10e^{-15.0}$$

$$x(7.6) = 10e^{-15.2}$$

$$x(7.7) = 10e^{-15.4}$$

$$x(7.8) = 10e^{-15.6}$$

$$x(7.9) = 10e^{-15.8}$$

$$x(8.0) = 10e^{-16.0}$$

$$x(8.1) = 10e^{-16.2}$$

$$x(8.2) = 10e^{-16.4}$$

$$x(8.3) = 10e^{-16.6}$$

$$x(8.4) = 10e^{-16.8}$$

$$x(8.5) = 10e^{-17.0}$$

$$x(8.6) = 10e^{-17.2}$$

$$x(8.7) = 10e^{-17.4}$$

$$x(8.8) = 10e^{-17.6}$$

$$x(8.9) = 10e^{-17.8}$$

$$x(9.0) = 10e^{-18.0}$$

$$x(9.1) = 10e^{-18.2}$$

$$x(9.2) = 10e^{-18.4}$$

$$x(9.3) = 10e^{-18.6}$$

$$x(9.4) = 10e^{-18.8}$$

$$x(9.5) = 10e^{-19.0}$$

$$x(9.6) = 10e^{-19.2}$$

$$x(9.7) = 10e^{-19.4}$$

$$x(9.8) = 10e^{-19.6}$$

$$x(9.9) = 10e^{-19.8}$$

$$x(10.0) = 10e^{-20.0}$$

$$x(10.1) = 10e^{-20.2}$$

$$x(10.2) = 10e^{-20.4}$$

$$x(10.3) = 10e^{-20.6}$$

$$x(10.4) = 10e^{-20.8}$$

$$x(10.5) = 10e^{-21.0}$$

$$x(10.6) = 10e^{-21.2}$$

$$x(10.7) = 10e^{-21.4}$$

$$x(10.8) = 10e^{-21.6}$$

$$x(10.9) = 10e^{-21.8}$$

$$x(11.0) = 10e^{-22.0}$$

$$x(11.1) = 10e^{-22.2}$$

$$x(11.2) = 10e^{-22.4}$$

$$x(11.3) = 10e^{-22.6}$$

$$x(11.4) = 10e^{-22.8}$$

$$x(11.5) = 10e^{-23.0}$$

$$x(11.6) = 10e^{-23.2}$$

$$x(11.7) = 10e^{-23.4}$$

$$x(11.8) = 10e^{-23.6}$$

$$x(11.9) = 10e^{-23.8}$$

$$x(12.0) = 10e^{-24.0}$$

$$x(12.1) = 10e^{-24.2}$$

$$x(12.2) = 10e^{-24.4}$$

$$x(12.3) = 10e^{-24.6}$$

$$x(12.4) = 10e^{-24.8}$$

$$x(12.5) = 10e^{-25.0}$$

$$x(12.6) = 10e^{-25.2}$$

$$x(12.7) = 10e^{-25.4}$$

$$x(12.8) = 10e^{-25.6}$$

$$x(12.9) = 10e^{-25.8}$$

$$x(13.0) = 10e^{-26.0}$$

$$x(13.1) = 10e^{-26.2}$$

$$x(13.2) = 10e^{-26.4}$$

$$x(13.3) = 10e^{-26.6}$$

$$x(13.4) = 10e^{-26.8}$$

$$x(13.5) = 10e^{-27.0}$$

$$x(13.6) = 10e^{-27.2}$$

$$x(13.7) = 10e^{-27.4}$$

$$x(13.8) = 10e^{-27.6}$$

$$x(13.9) = 10e^{-27.8}$$

$$x(14.0) = 10e^{-28.0}$$

$$x(14.1) = 10e^{-28.2}$$

$$x(14.2) = 10e^{-28.4}$$

$$x(14.3) = 10e^{-28.6}$$

$$x(14.4) = 10e^{-28.8}$$

$$x(14.5) = 10e^{-29.0}$$

$$x(14.6) = 10e^{-29.2}$$

$$x(14.7) = 10e^{-29.4}$$

$$x(14.8) = 10e^{-29.6}$$

$$x(14.9) = 10e^{-29.8}$$

$$x(15.0) = 10e^{-30.0}$$

$$x(15.1) = 10e^{-30.2}$$

$$x(15.2) = 10e^{-30.4}$$

$$x(15.3) = 10e^{-30.6}$$

$$x(15.4) = 10e^{-30.8}$$

$$x(15.5) = 10e^{-31.0}$$

$$x(15.6) = 10e^{-31.2}$$

$$x(15.7) = 10e^{-31.4}$$

$$x(15.8) = 10e^{-31.6}$$

$$x(15.9) = 10e^{-31.8}$$

$$x(16.0) = 10e^{-32.0}$$

$$x(16.1) = 10e^{-32.2}$$

$$x(16.2) = 10e^{-32.4}$$

$$x(16.3) = 10e^{-32.6}$$

$$x(16.4) = 10e^{-32.8}$$

$$x(16.5) = 10e^{-33.0}$$

$$x(16.6) = 10e^{-33.2}$$

$$x(16.7) = 10e^{-33.4}$$

$$x(16.8) = 10e^{-33.6}$$

$$x(16.9) = 10e^{-33.8}$$

$$x(17.0) = 10e^{-34.0}$$

$$x(17.1) = 10e^{-34.2}$$

$$x(17.2) = 10e^{-34.4}$$

$$x(17.3) = 10e^{-34.6}$$

$$x(17.4) = 10e^{-34.8}$$

$$x(17.5) = 10e^{-35.0}$$

$$x(17.6) = 10e^{-35$$

$$x_1 = x(t) \quad x_2 = \frac{dx(t)}{dt} \quad x_3 = \frac{d^2x(t)}{dt^2} \quad \dots$$

[n x 1]

$$\begin{bmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dx_2}{dt} \\ \vdots \\ \frac{dx_n}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ -\frac{a_0}{a_n} & -\frac{a_1}{a_n} & -\frac{a_2}{a_n} & \dots & -\frac{a_{n-1}}{a_n} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

[n x n]

SISTEM n buah pers-diff pertama

Fungsi van de Pul.

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \mu(x(t))^2 - 1 \frac{dx(t)}{dt} + x(t) = 0$$

pers. differensial order kedua

2 buah pers. diff order pertama

$$x(t) = x_1 \rightarrow \frac{dx(t)}{dt} = \frac{dx_1}{dt} = x_2$$

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = \frac{d^2x_1}{dt^2} = x_2' = x_2$$

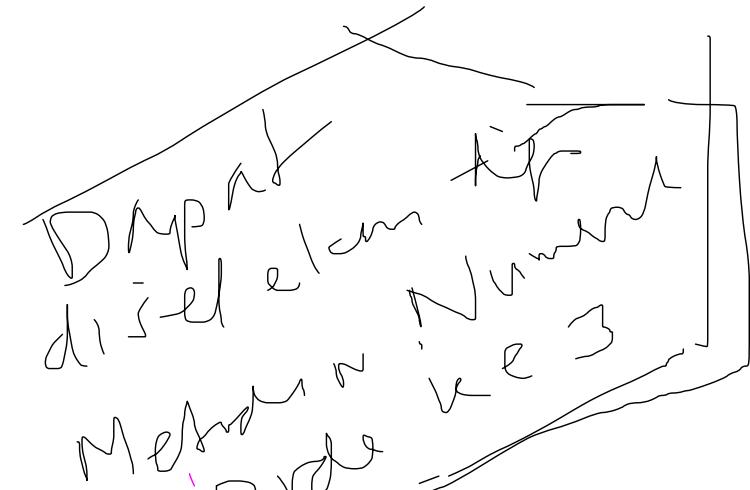
$$x_2 + \mu(x_1 - 1)x_2 + x_1 = 0$$

(1)

$$\frac{dx_1}{dt} = x_1 = x_2$$

(2)

$$\frac{dx_2}{dt} = x_2 = -\mu(x_1 - 1)x_2 - x_1$$



2 buah  
pers-diff  
order pertama