

PERANCANGAN PENGENDALI PENDULUM TERBALIK

* Kendalian tak-linier dan tak stabil Unstable and Non-Linear Plant.

Dengan menggunakan persamaan LAGRANGE, diperoleh Persamaan (Keadaan) sebagai berikut:

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_3 = x_4$$

\dot{x}_2 dan \dot{x}_4 dapat diperoleh dari solusi 2 (dua) persamaan berikut (2 persamaan, 2 tak diketahui).

$$(1) (M+m)\dot{x}_2 + ml\dot{x}_4 \cos x_3 - mlx_4^2 \sin x_3 = F(t)$$

$$(2) ml^2\dot{x}_4 + ml\dot{x}_2 \cos x_3 - mgl \sin x_3 = 0$$

yang menghasilkan solusi:

$$\dot{x}_2 = \frac{F(t) - \frac{1}{2}mg \sin 2x_3 + mlx_4^2 \sin x_3}{M + m \sin^2 x_3}$$

$$\dot{x}_4 = \frac{g \sin x_3 - \dot{x}_2 \cos x_3}{l}$$

* LINEARISASI

Untuk menerapkan rancangan Sistem Kendali dengan Umpan Balik Peubah Keadaan (State Variable Feedback), maka kendalian tak-linier harus di-linearisasi terlebih dahulu, yaitu dengan meng-asumsikan pendulum berdiri tegak dengan $\theta(t)$ dan $\frac{d\theta(t)}{dt}$ KECIL setiap saat, atau $x_3 \rightarrow 0$ dan $x_4 \rightarrow 0$.

dengan: $x_3 \rightarrow 0$ maka $\sin x_3 \approx x_3$ dan $\cos x_3 \approx 1$
 $x_4 \rightarrow 0$ maka $x_4^2 \rightarrow 0$

Jadi, dari:

$$(1) (M+m)\dot{x}_2 + ml\dot{x}_4 = F(t)$$

$$(2) ml^2\dot{x}_4 + ml\dot{x}_2 - mglx_3 = 0$$

$$\dot{x}_4 = \frac{mglx_3 - ml\dot{x}_2}{ml^2} = \frac{g}{l}x_3 - \frac{1}{l}\dot{x}_2$$

substitusi ke (1):

$$(M+m)\dot{x}_2 + ml \left[\frac{g}{l}x_3 - \frac{1}{l}\dot{x}_2 \right] = F(t)$$

$$(M+m)\dot{x}_2 + mgx_3 - m\dot{x}_2 = F(t)$$

$$M\dot{x}_2 + mgx_3 = F(t)$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{mg}{M}x_3 + \frac{1}{M}F(t)$$

substitusi ke (2)

$$\dot{x}_4 = \frac{g}{l}x_3 - \frac{1}{l} \left[-\frac{mg}{M}x_3 + \frac{1}{M}F(t) \right]$$

$$= \frac{(M+m)g}{Ml}x_3 - \frac{1}{Ml}F(t)$$