

**CATATAN KULIAH
(*CLASSNOTES*)**

**SISTEM KENDALI
OPTIMAL
(*Optimal Control
Systems*)
PART I: *Optimization***

Rhiza S. Sadjad

2017-2018

RENCANA PEMBELAJARAN

NAMA MATAKULIAH : **SISTEM KENDALI OPTIMAL**
KODE MATAKULIAH : **458D432 (Tahun IV, Semester Awal, 2 SKS, Pilihan)**
DOSEN-DOSEN : 1. Dr. Ir. H. Rhiza S. Sadjad, MSEE
2. Dr. Hj. Andi Ejah Umraeni Salam, ST, MT

1. DAFTAR PUSTAKA:

1. **Ogata**, Katsuhiko, "*Modern Control Engineering*", Prentice Hall of India, New Delhi, atau terjemahannya (jilid 2) terbitan Penerbit Erlangga, Jakarta
2. **Fletcher**, R., "*Practical Methods of Optimization*", John Wiley & Sons, Chichester, NY.
3. **Athans**, Michael and Peter L. **Falb**, "*Optimal Control*", McGraw-Hill Book Company, NY.

2. TUJUAN:

Penyajian matakuliah ini bertujuan memberi kesempatan kepada mahasiswa Program Studi Teknik Elektro untuk mempelajari berbagai metode optimisasi dan penerapannya pada berbagai masalah, baik yang bersifat umum mau pun yang terkait dengan dunia Teknik Elektro, khususnya pada analisis dan desain sistem kendali optimal.

3. SILABUS SINGKAT:

METODE OPTIMISASI: *Linear Programming, Routing Problems, Travelling Salesman Problems, Block City Police Patrol Problem, Searching Methods: Line Searching, Gradient Descent, Monte Carlo*, Kasus Penembakan Meriam. SISTEM KENDALI OPTIMAL: *Linear Quadratic Regulator*: pengenalan, orde pertama, orde kedua, persamaan Riccati, sistem waktu diskrit.

4. KOMPETENSI UTAMA:

1. Menguasai dasar-dasar teori kendali, baik yang klasik mau pun modern, serta aplikasinya dalam analisis dan perancangan sistem kendali
2. Mampu memakai paket-paket perangkat lunak komputer untuk pemodelan dan simulasi masalah-masalah Teknik Elektro khususnya dan masalah rekayasa pada umumnya

5. KOMPETENSI PENDUKUNG:

1. Mampu berwirausaha/bekerja sendiri/bekerja-sama dalam bidang Teknik Elektro.
2. Mampu menggunakan bahasa asing sebagai "*second language*"
3. Mampu menggunakan bahasa-bahasa pemrograman yang umum digunakan dalam dunia engineering

6. LAINNYA:

Memiliki jiwa kepemimpinan, peneliti dan entrepreneur serta mampu bersaing

PEKANAN:

Pekan ke	Topik	Sub-topik	
1	PENGANTAR KULIAH	Administrasi Perkuliahan	
2		- Pengertian OPTIMISASI, OPTIMAL	
3		- Pengantar <i>Linear Programming</i>	
4		- Contoh kasus-kasus <i>Linear Programming</i> : - Jalangkote dan Roti Maros	
5		- Coto Makassar dan Sop Saudara	
6		- Program "linprog" dari MATLAB	
7		- Aplikasi <i>Linear Programming</i> dalam Sistem Kelistrikan	
8		METODE OPTIMISASI	
9			- <i>Routing</i> : - <i>Start from the end</i>
10			- <i>Travelling Salesman Problems</i>
	- <i>Block City Police Patrol Problems</i>		
	- <i>Searching</i> : - <i>Line Searching</i>		
	- <i>Steepest Gradient Descent</i>		
	- <i>Monte Carlo</i>		
	- Kasus Penembakan Meriam		
11	SISTEM KENDALI OPTIMAL	- Pengenalan optimisasi sistem kendali dengan <i>Linear Quadratic Regulator (LQR)</i>	
12		- LQR untuk sistem order pertama	
13		- LQR untuk sistem order kedua	
14		- Persamaan RICCATI dan solusinya	
15		- Penerapan solusi persamaan RICCATI	
16		- LQR untuk sistem kendali waktu diskrit	
		FINAL	(<i>open book, 100 menit</i> , sesuai jadwal)

Sistem Kendali Optimal (2 sks)

Bag. I : Metode Optimisasi $\rightarrow$ RHZ

Bag. II : Kendali Optimal $\rightarrow$ EAU/IDA

$\hookrightarrow$ LQR $\leftarrow$

Optimum
Optimal
to optimize
 $\downarrow$
optimization

$\longrightarrow$ Bah. Indonesia: Optimum

$\longrightarrow$ Optimal

$\longrightarrow$ meng-optimal-kan
Optimum

$\longrightarrow$ optimisasi
optimasi
optim^ualisasi

$\rightarrow$ OK

Bag I Metode Optimisasi

optimisasi $\left\{ \begin{array}{l} \text{meminimalkan biaya/kerugian} \\ \text{ATAU} \\ \text{memaximalkan kinerja/keuntungan} \end{array} \right.$

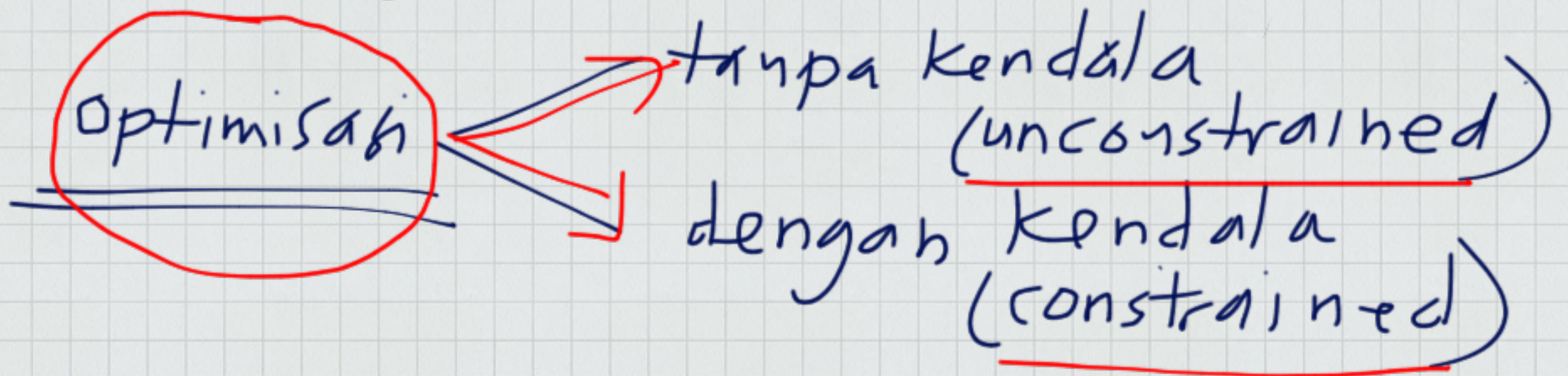
- * Fungsi biaya (Cost Function)
- * Fungsi tujuan (Objective Function)
- * Index Kinerja (Performance Index)

Contoh: Suatu sistem kendali mempunyai galat (error) = E dan untuk mengurangi galat diperlukan upaya (effort) = U . salah satu

contoh Fungsi Tujuan untuk di minimisasi, misalnya =

$$\rightarrow J = \sqrt{E^2 + U^2} \rightarrow J_{\min}$$

yaitu di-minimum-kan untuk mengurangi E sampai sekecil mungkin dengan upaya U yang seminiimum mungkin.



* Contoh unconstrained optimization

Diketahui data dari Fungsi Biaya yang akan di-minimisasi, sebagai berikut:

Parameter x $J(x)$ = Fungsi Biaya

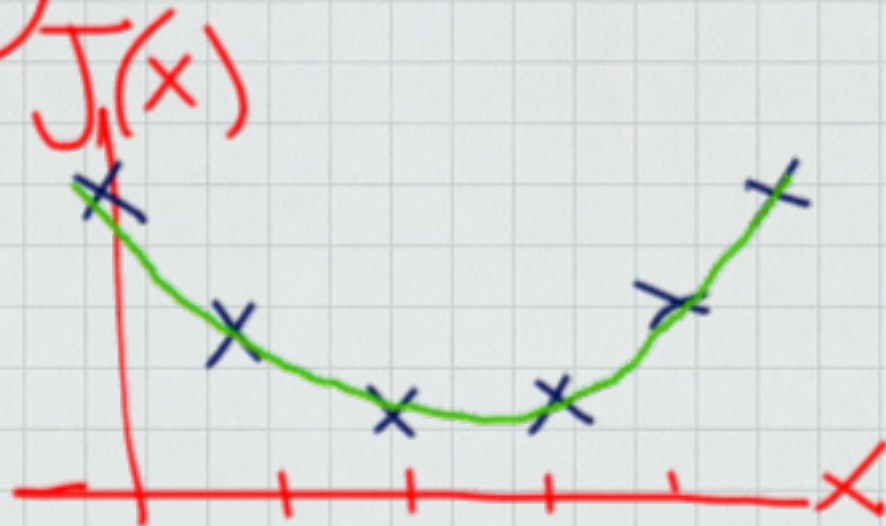
0	10
1	7
3	5
→ 5	4 ←
8	6
10	9

Tentukan x_{min} shg $J(x_{min}) = J_{min}$!

Secara sepintas lalu, dapat dilihat bahwa $J_{min} = J(5) = 4$.

Jika diinginkan J_{min} yang lebih presisi, misalnya, bisa digunakan metode "curve fitting".

Assumsi $J(x)$ adalah suatu kurva kontinu yang melalui n buah titik data



Misalnya $n=3$ $J(x)$ melalui $P(3,5)$
 $Q(5,4)$ dan $R(8,6)$ dan memenuhi
kurva: $J(x) = ax^2 + bx + c$

sehingga:

$$\begin{aligned} J(3) &= 9a + 3b + c = 5 \\ J(5) &= 25a + 5b + c = 4 \\ J(8) &= 64a + 8b + c = 6 \end{aligned}$$

dalam matrix:

$$\begin{bmatrix} 9 & 3 & 1 \\ 25 & 5 & 1 \\ 64 & 8 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 3 & 1 \\ 25 & 5 & 1 \\ 64 & 8 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,23 \\ -2,867 \\ 10 \end{bmatrix}$$

$$J(x) = ax^2 + bx + c$$

$$\text{dengan } \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,233 \\ -2,367 \\ 10 \end{bmatrix}$$

$J_{\min}$ diperoleh utk

$$\frac{dJ(x)}{dx} = 0 \rightarrow 2ax + b = 0$$
$$\bar{x} = -\frac{b}{2a}$$

$$J_{\min} = a\bar{x}^2 + b\bar{x} + c$$
$$= \underline{3,9988}$$

$$= \underline{5,0714}$$

Bagaimana jika $n = 4$ atau 5, atau
 $n = 6$ ~

* Pemrograman Linier (Linear Programming)

Bentuk Umum: $J(x) = -C^T x \rightarrow \text{maksimalkan}$

Minimalkan: $J(x) = C^T x$

Subject To: $Ax \leq b$

$-Ax \geq -b$

Fungsi Kendala
(Constraints)

$A [n \times n]$ $b [n \times 1]$

DICARI x sehingga $J(x)$ minimum
(solusi)

Fungsi Biaya
(Cost Function)

$c = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix} = \text{unit cost}$
biaya satuan

$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \text{peubah}$

* Jalangkote dan Roti Maros

Misalnya x_1 : jumlah Jalangkote yang terjual
 x_2 : jumlah Roti Maros yang terjual

Keuntungan: $J(x) = Px_1 + Qx_2 \leftarrow$

Kendala bahan: Telur: M butir

Tepung: N kg

Untuk Jalangkote: m_1 telur + n_1 kg tepung

Roti Maros: m_2 telur + n_2 kg tepung

$$m_1 x_1 + m_2 x_2 \leq M$$

$$n_1 x_1 + n_2 x_2 \leq N$$

$$\begin{bmatrix} m_1 & m_2 \\ n_1 & n_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_A$

$$x \leq b$$

Minimisasi

$$J(x) = - \begin{bmatrix} P & Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

* Coto dan Sop Sandara

Dalam 1 pekan meng-konsumsi:

x_1 porsi SOP Sandara

x_2 porsi Coto

dengan biaya: $J(x) = Px_1 + Qx_2$ yang

seminimum mungkin:

Kendala:

- karbohidrat : K (minimum)
- protein : P (minimum)
- lemak : L (maximum)
- daya : R (maximum)

Fungsi Kendala:

$$k_1x_1 + k_2x_2 \geq K$$

$$-k_1x_1 - k_2x_2 \leq -K$$

(karbohidrat)

protein :

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 \geq P$$

$$-p_1 x_1 - p_2 x_2 \leq -P$$

lemak
dan

$$l_1 x_1 + l_2 x_2 \leq L$$

$$P x_1 + Q x_2 \leq R$$

Minimisasi

$$J(x) = P x_1 + Q x_2 = \begin{bmatrix} P & Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Subject To.

$$\begin{bmatrix} -k_1 & -k_2 \\ -p_1 & -p_2 \\ l_1 & l_2 \\ P & Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} -K \\ -P \\ L \\ R \end{bmatrix}$$

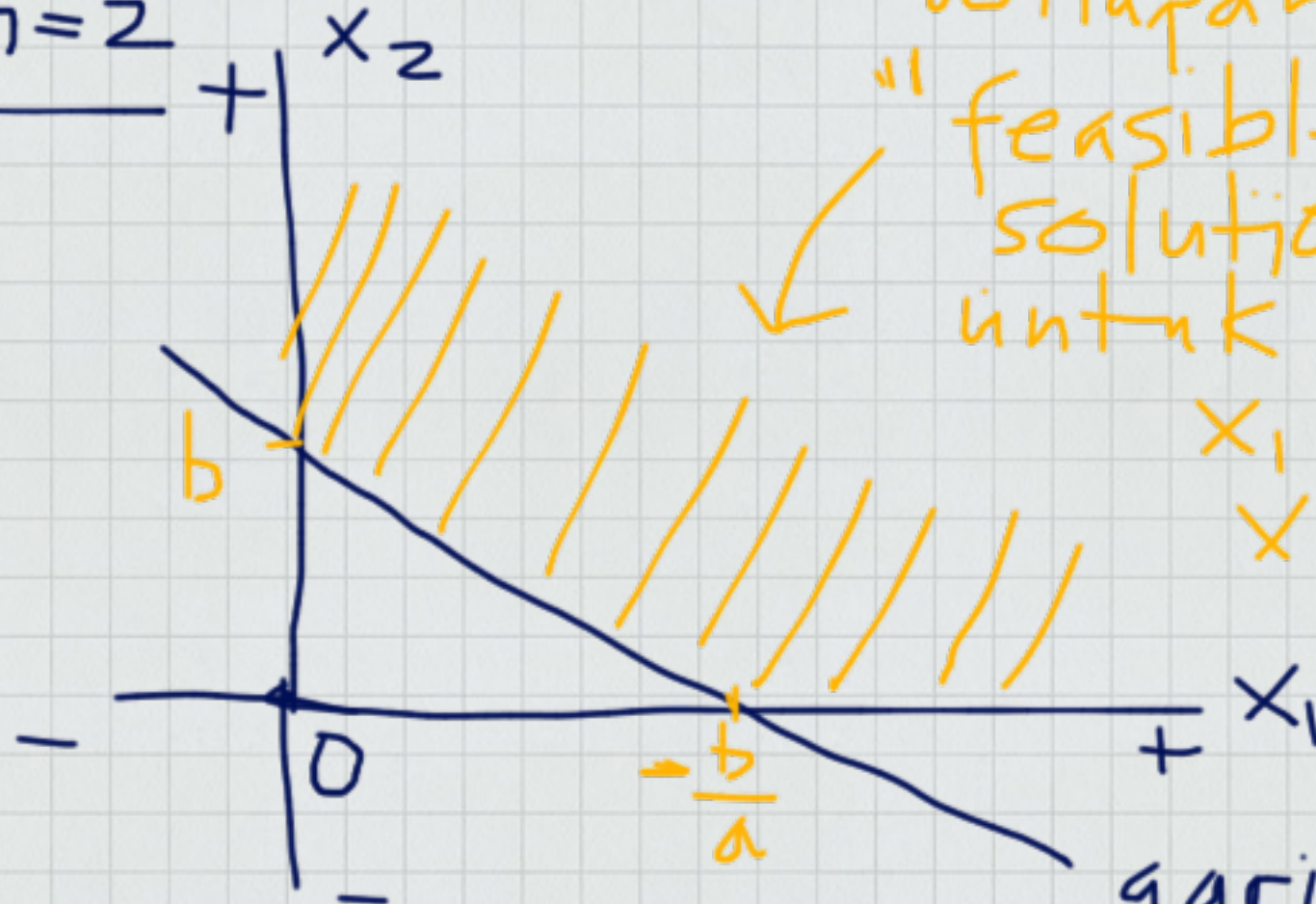
$$\begin{bmatrix} -K \\ -P \\ L \\ R \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} -K \\ -P \\ L \\ R \end{bmatrix}^T$$

* Metoda GRAFIS

$n \leq 3$

$n = 3$

Kasus $n=2$



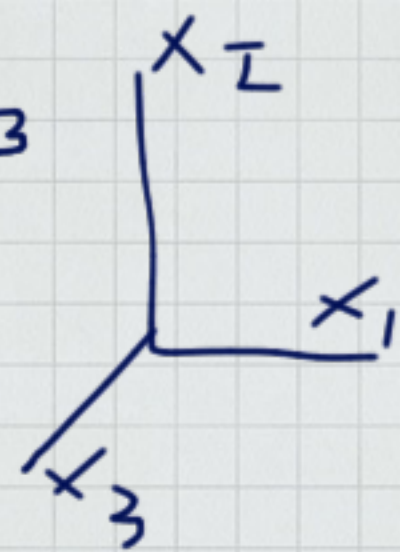
wilayah
"feasible
solutions"
untuk kendala

$$\begin{aligned} x_1 &\geq 0 & x_2 &\geq 0 \\ x_2 &\geq ax_1 + b \end{aligned}$$

bidang
wilayah "feasible solutions!"

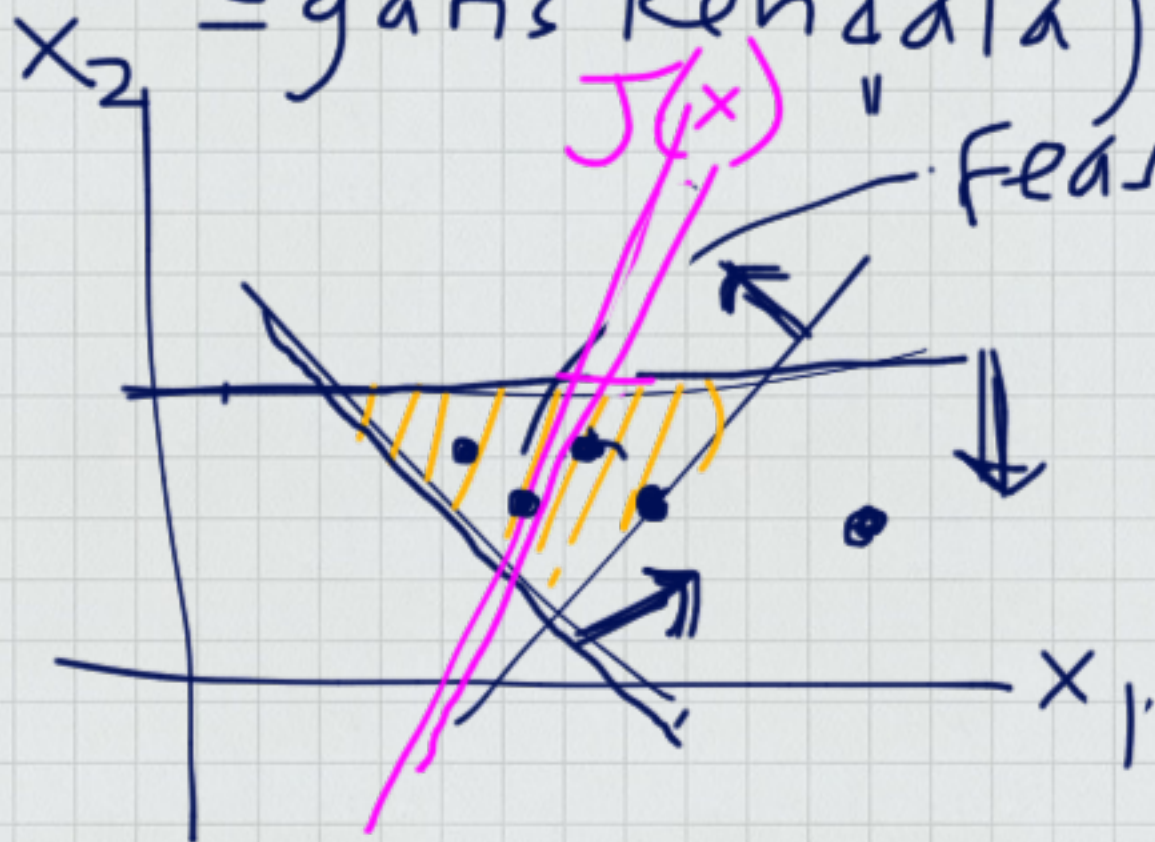
$S = \{x_1, x_2\} \in$ yang memenuhi semua fungsi kendala

garis
kendala
 $x_2 = ax_1 + b \rightarrow$



Teori = Titik optimum (yang meminimumkan $J(x)$) adalah elemen dari himpunan "feasible solutions", dan terletak pada "cortex" (garis batas wilayah "feasible solutions"

Bukti: x_2 = garis kendala) "feasible solutions"



Dengan demikian titik optimum dapat dicari dengan "menelusuri cortex"

* Kasus "Jalangkote dan Roti Maras"

Maximalkan: $J(x) = Px_1 + Qx_2$

Kendala : telur: $m_1x_1 + m_2x_2 \leq M$

tepung: $n_1x_1 + n_2x_2 \leq N$

x_2 (Roti Maras)

$$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0$$

$$\text{Telur: } x_2 \leq -\frac{m_1}{m_2}x_1 + \frac{M}{m_2}$$

$$\text{Tepung } x_2 \leq -\frac{n_1}{n_2}x_1 + \frac{N}{n_2}$$

Feasible solutions: $OABC$

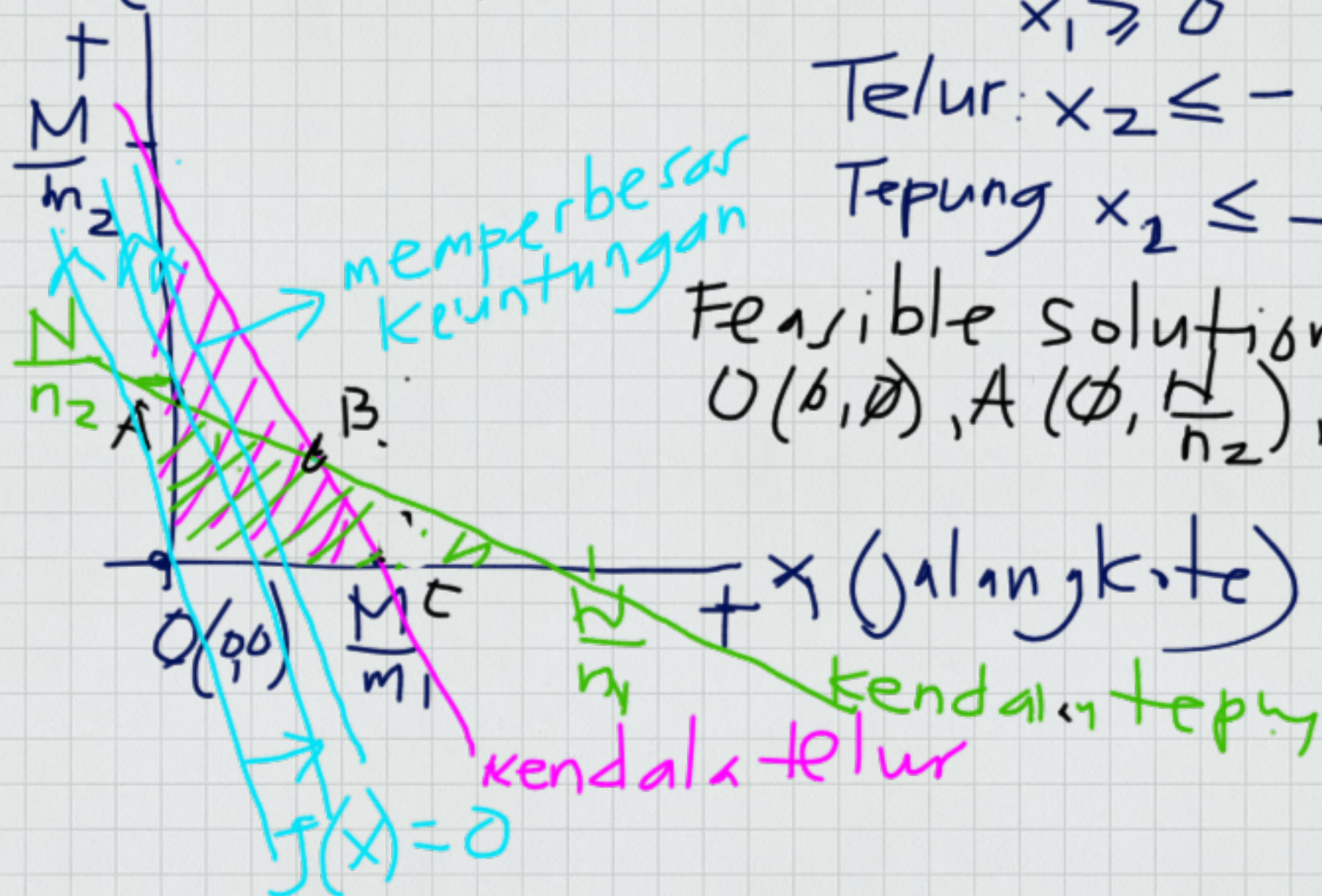
$O(0,0)$, $A(0, \frac{M}{m_2})$, $B(x_B, y_B)$, $C(\frac{M}{m_1}, 0)$

Corter: OA, AB, BC, CO

Gambarkan

$$J(x) = \emptyset$$

$$x_2 = -\frac{P}{Q}x_1$$



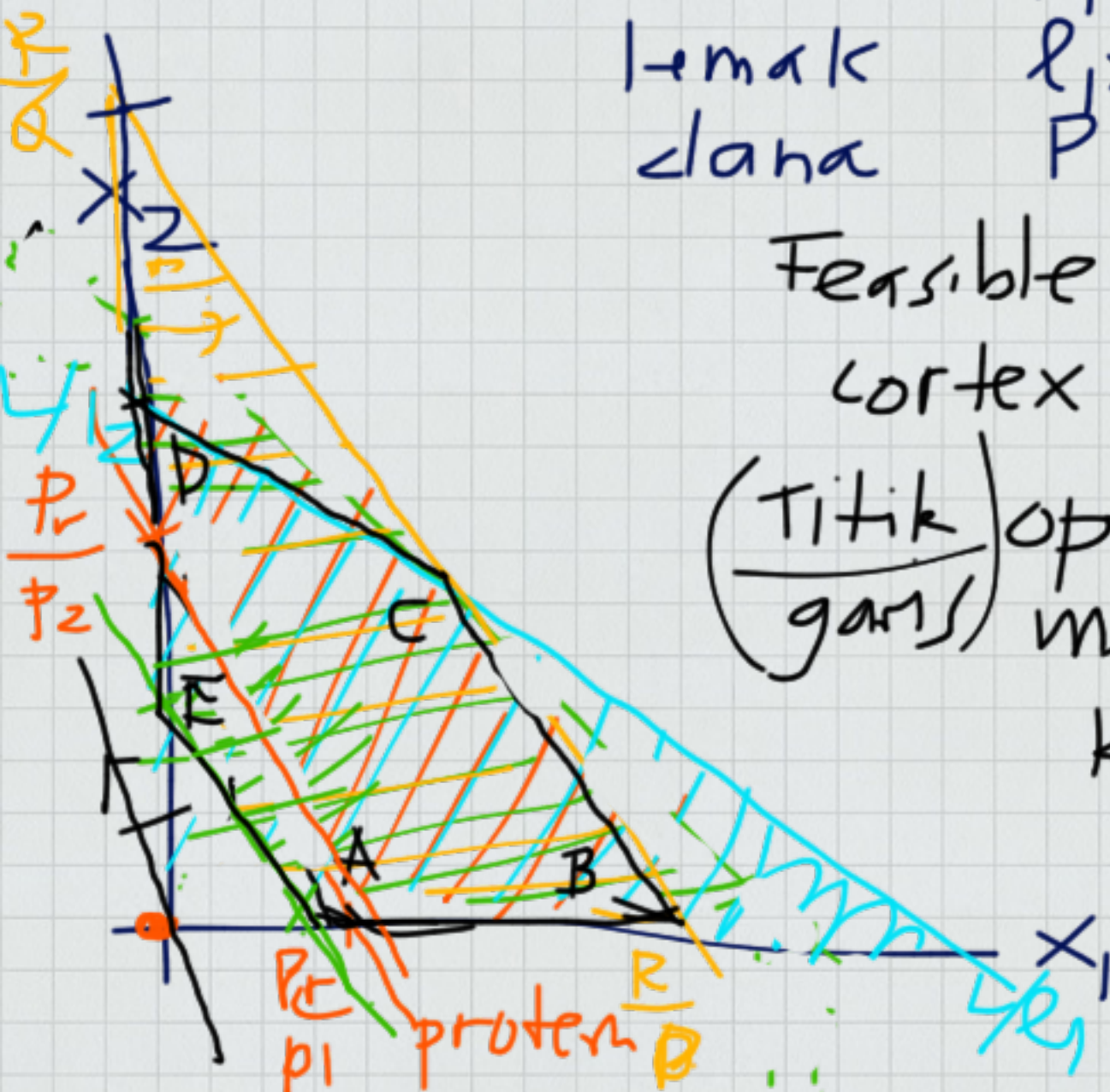
* Kasus "Coto dan Sop" *

x_1 : Sop
 x_2 : Coto

Minimumkan : $J(x) = P x_1 + Q x_2$

Kendala : protein : $p_1 x_1 + p_2 x_2 \geq P_r$
karbohidrat : $k_1 x_1 + k_2 x_2 \geq K$
lemak : $l_1 x_1 + l_2 x_2 \leq L$
dana : $P x_1 + Q x_2 \leq R$

"trivial solution"
 $x_1 = 0$
 $x_2 = 0$



Feasible solution ABCDE dengan
cortex: AB, BC, CD, DE dan EA

(Titik garis) optimum diperoleh dengan
menggeser garis $J(x) = 0$
ke kanan sampai mema-
suki wilayah "feasible
solution"

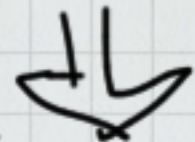
*Tugas 1

Cari titik optimum untuk kasus "Jalangkote dan Roti Maros" dan kasus "Sop dan Coto" dengan memberikan angka² yang "masuk akal" dengan metode "grafis".

kasus "PLN"
"sembarang"

next

SIMPLEX



MATLAB

{

>>> linprog
>>> help linprog

Format Umum dari kasus LP:

$$\underset{x}{\text{Minimize}} \quad c^T x \quad \text{Subject to} \quad A^* x \leq b$$

$$\text{Fungsi Biaya: } J(x) = c^T x \quad \text{Fungsi Kendala: } A^* x \leq b$$

Contoh Kasus Jalangkote & Roti Maros
 $x_1 = \text{Jalangkote}$ $x_2 = \text{Roti Maros}$
 $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$

$$\text{Fungsi Keuntungan: } J(x) = P x_1 + Q x_2$$

>>> $c = \begin{bmatrix} -P \\ -Q \end{bmatrix}$

Kendala :

telur	$m_1 x_1 + m_2 x_2 \leq M$
tepung	$n_1 x_1 + n_2 x_2 \leq N$

$$A = \begin{bmatrix} m_1 & m_2 \\ n_1 & n_2 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix}$$

→ Coba sendiri untuk Kasus Sop & Coto.

$x_1 = \text{Sop}$ $x_2 = \text{Coto}$ $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$

- Tentukan matrix z : C, A dan b
- Catatan fungsi kendala dengan " $>$ ", diubah menjadi " $\leq$ "

Contoh :

$$\begin{aligned} k_1 x_1 + k_2 x_2 &\geq K \\ \underline{-k_1 x_1 - k_2 x_2} &\leq \underline{-K} \end{aligned}$$

* Kasus PLXI

Misalkan ada 5 Pembangkit, dengan kapasitas maximum, masing:

$$\text{Pembangkit A} = P_1 \text{ MW}$$

$$B = P_2 \text{ MW}$$

$$C = P_3 \text{ MW}$$

$$D = P_4 \text{ MW}$$

$$E = P_5 \text{ MW}$$

$$\text{Total: } P \text{ MW}$$

Ada 4 wilayah Distribusi, dengan beban puncaknya: Wilayah I = Q_1 MW

$$\text{Total} = Q \text{ MW}$$

$$\text{II} = Q_2 \text{ MW}$$

$$\text{III} = Q_3 \text{ MW}$$

$$\text{IV} = Q_4 \text{ MW}$$

$$\boxed{P \gg Q}$$

Matrix Distribusi Beban:

Wilayah Pembangkit	I	II	III	IV	Kendala Kapasitas
A	x_1	-	x_2	x_3	$\leq P_1$
B	-	x_4	-	x_5	$\leq P_2$
C	x_6	x_7	x_8	x_9	$\leq P_3$
D	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	$\leq P_4$
E	E_1	E_2	E_3	E_4	$\leq P_5$

$$E_1 = Q_1 - x_1 - x_6 - x_{10}$$

$$E_2 = Q_2 - x_4 - x_7 - x_{11}$$

$$E_3 = Q_3 - x_2 - x_8 - x_{12}$$

$$E_4 = Q_4 - x_3 - x_5 - x_9 - x_{13}$$

Kendala:

$$x_{11}, x_{13} \geq 0 \rightarrow$$

$$E_1, E_4 \geq 0 \rightarrow$$

$$A = [22 \times 13]$$

$$b = [22 \times 1]$$

Fungsi Biaya: 13 biaya satuan + biaya tetap

$$J(x) = c^T x + K$$

$$K \in \{Q_1, Q_2, Q_3, Q_4\}$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{13} \end{bmatrix}$$

$$c = \begin{bmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_{13} \end{bmatrix}$$

$$J(x) = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_{13} x_{13} + \underbrace{p_1 E_1 + p_2 E_2 + \dots + p_4 E_4}_{p_1 [Q_1 - x_4 - x_6 - x_{10}]}$$

$$= (c_1 - p_1) x_1 +$$

$$p_1 Q_1 - p_1 x_4 - p_1 x_6 - p_1 x_{10}$$

$$K = p_1 Q_1 + p_2 Q_2 + \dots$$

Tugas 2

* Kerjakan ulang Tugas 1 dengan LINPROG (MATLAB)

* 'Karanglah' suatu kasus PLN dengan 7 peubah saja $\rightarrow x_1 \text{ s/d } x_7$

Susun : * Fungsi Biaya $J(x) = C^T x$
* Kendala $Ax \leq b$

Gunakan LINPROG untuk menentukan distribusi $x_1, x_2, \dots, x_7$ yang biaya totalnya paling murah

Metode Optimisasi:

- * LP

- * Routing

- * Searching X

- * Routing:



- * The shortest path

- * The fastest path

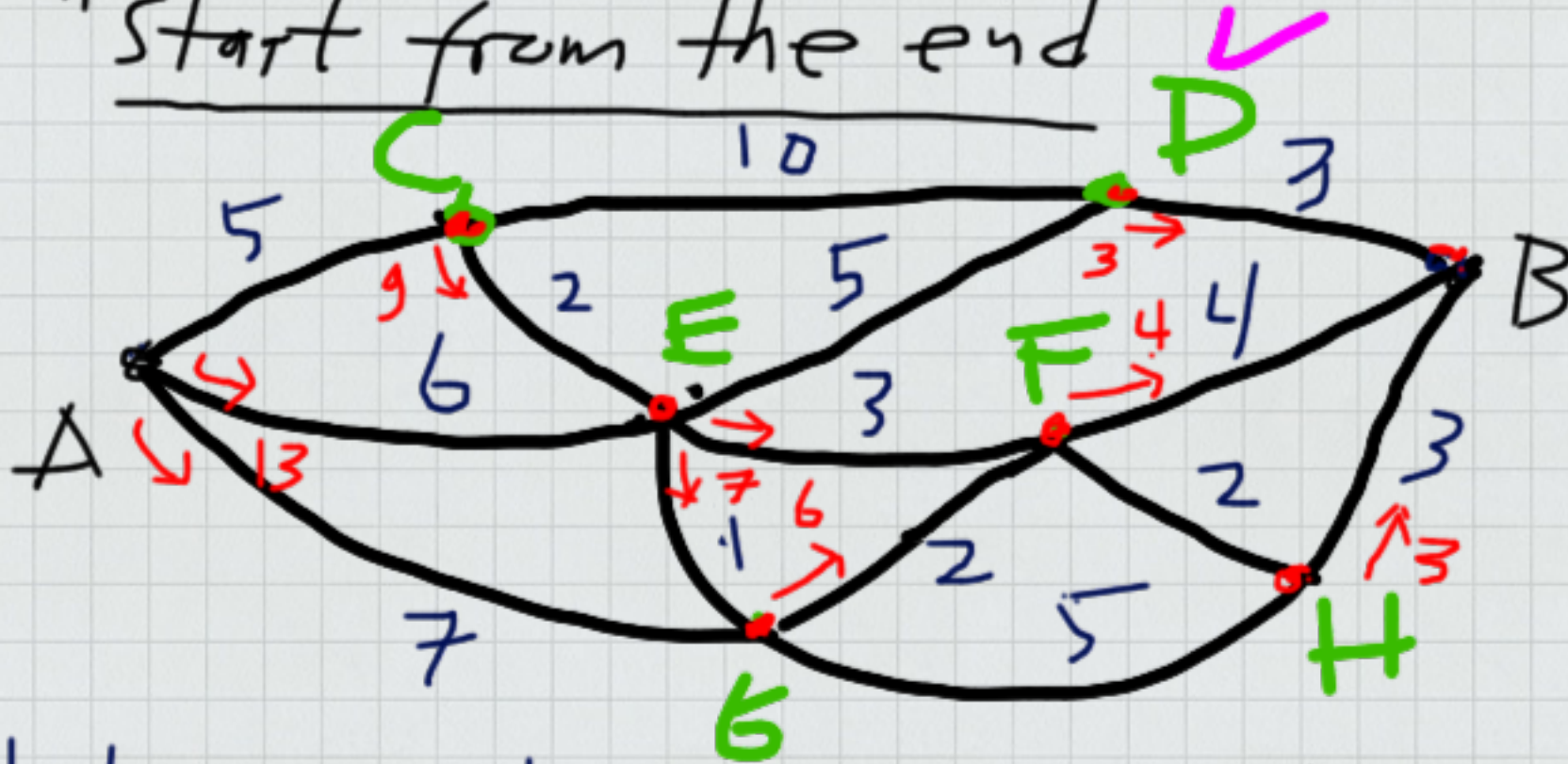
- * The BEST path

Kriteria

← "Ant Algorithm"

* The shortest path →

"Start from the end"



Tentukan route dari A ke B terdekat

Jalur terdekat 13 km :

Bgm dari ke B ke A
(Tugas 3.1)

- (1) A E F B
- (2) A E G F B
- (3) A G F B

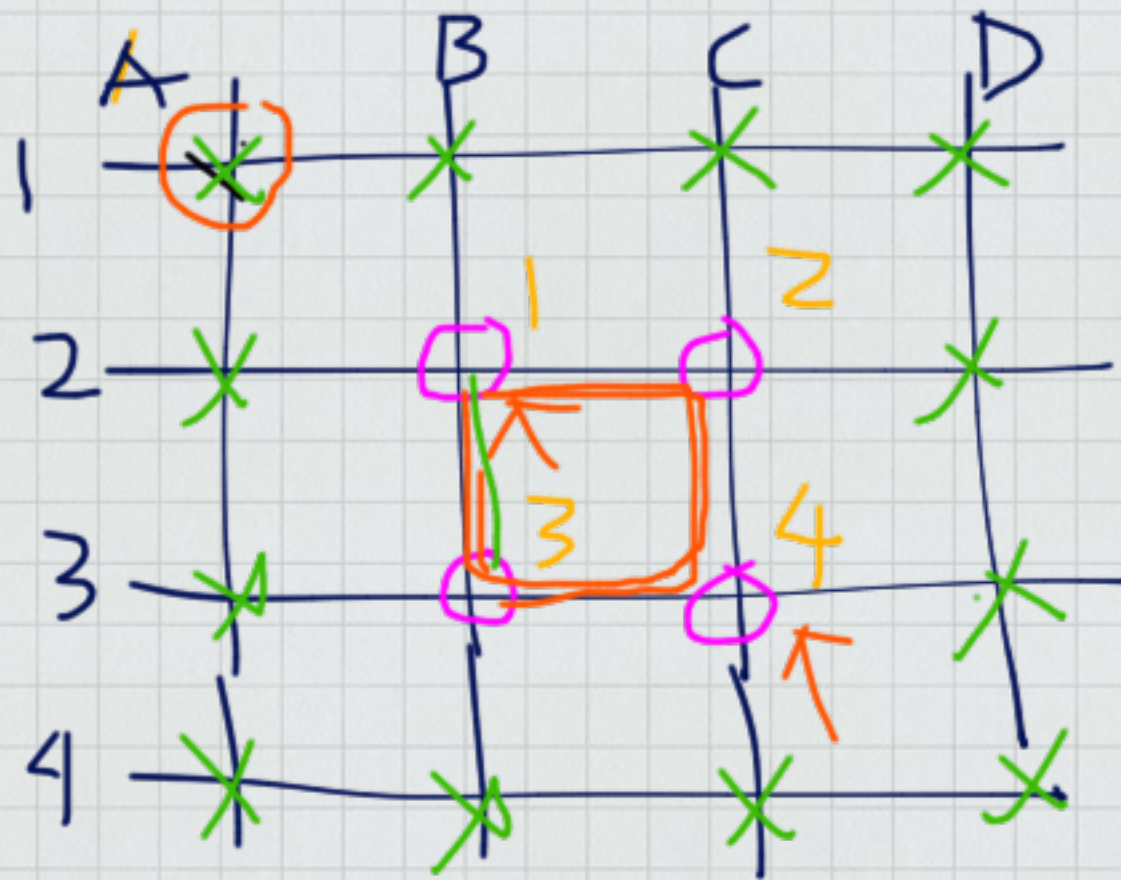
*The Travelling Salesman Problem

Seorang salesman akan berjalan dari A kembali ke A dengan melewati SEMUA kota minimal 1 kali

Tugas 3.2. Tentukan route terpendek untuk seorang "Travelling Salesman" yang berangkat dari Makassar, kembali ke Makassar, dan melewati semua Kota/Kab di Sulsel minimal 1x

Lihat
Google Map

* Block City Police Patrol Problem



Ada 4 alternatif
penempatan pos
polisi, yaitu :
(1) B2, (2) C2, (3) B3
atau (4) C3.

Mana yang
paling baik?

Ada 15 titik tujuan $\rightarrow$ waktu rata²
untuk mencapai 15 titik tersebut dari
alternatif (1), (2), (3) dan (4)
Tugas. 3.3. Karanglah suatu masalah spt.
di atas!

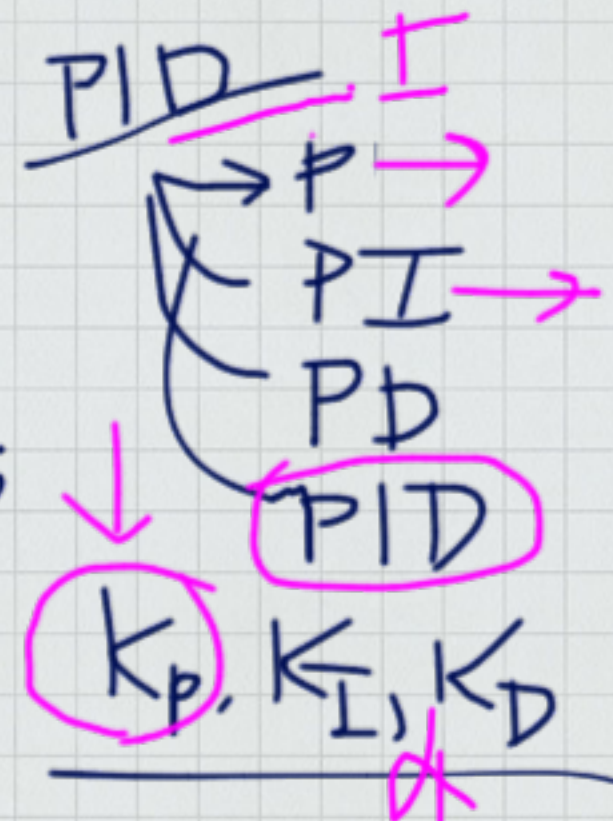
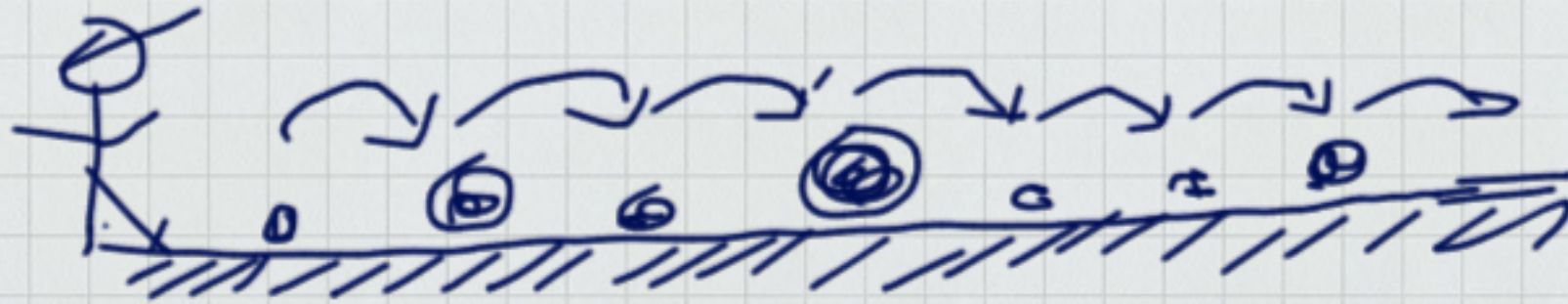
* SEARCHING (Pelacakan)

$$J(x) = ax^2 + bx + c$$

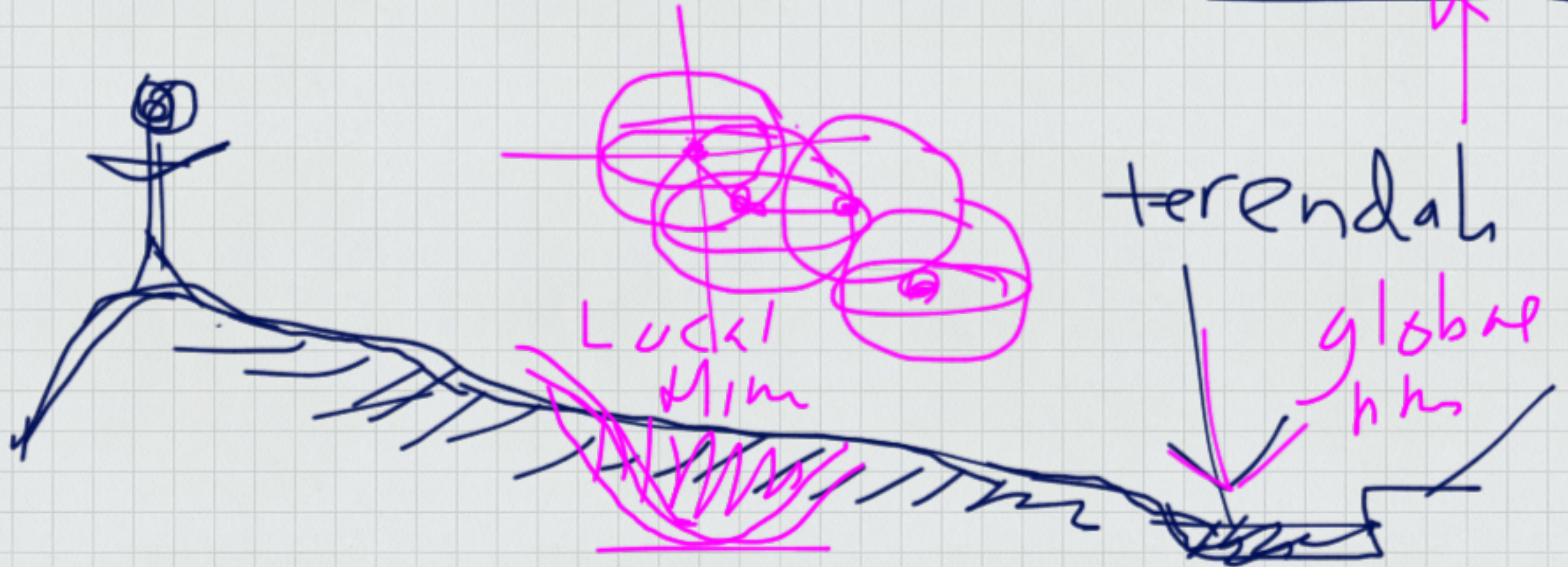
Khalitik { $\frac{dJ(x)}{dx} = 0 \rightarrow 2ax + b = 0$
 $x = -\frac{b}{2a}$
 $\frac{d^2J(x)}{dx^2} = 2a > 0 \rightarrow \text{minimum}$
 $< 0 \rightarrow \text{maximum}$

Jika $J(x)$ suatu fungsi kontinyu, maka $\underline{J_{\max}}$ atau $\underline{J_{\min}}$ bisa "diikuti"

* Golden Searching :



* Steepest Gradient Descent



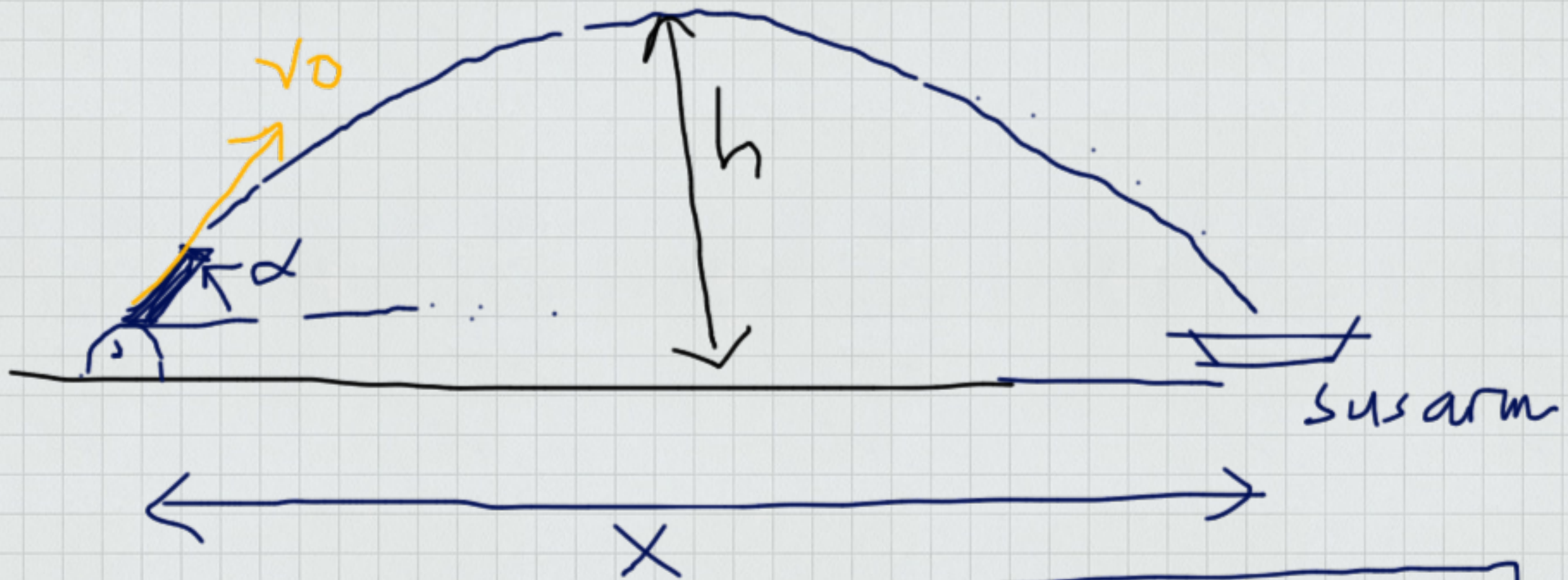
* Monte Carlo →

↑ x "dilempar" random (acak)

↓ makin banyak coba
makin teliti

Stokhasitik

* Meriam Kapal



α : elevasi $0 < \alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max} < 90^\circ$

v_0 : kez. awal peluru

$$v_{0\min} \leq v_0 \leq v_{0\max}$$

Optimisasi:

Minimize $J(\alpha)$
Subject to : batas α dan v_0

$$J(\alpha) = [P \cdot t_a + Qh + Rv_0] \text{ rupiah}$$

$t_a \rightarrow$ waktu tempuh peluru [sec]

P : [rupiah/sec]

$h \rightarrow$ tinggi maksimum [m]

Q : [rupiah/m]

$v_0 \Rightarrow$ kecepatan awal $\rightarrow$ bahan peledak
 R [rupiah/m/sec]

Kesimpulan:

$X [km]$ $\alpha_{opt} (^\circ)$ $V_0 (m/sec) \rightarrow$ mesile

min 1 km — —

 $\ln$
$$h K_m$$
 $m dx$

$$v_0 \sin \alpha - g t_p = 0 \rightarrow t_p = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$t_a = 2t_p = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$h = y(t_p) = [v_0 \sin \alpha] t_p - \frac{1}{2} g (t_p)^2$$

$$= [v_0 \sin \alpha] \left[\frac{v_0 \sin \alpha}{g} \right] - \frac{1}{2} g \left[\frac{v_0 \sin \alpha}{g} \right]^2$$

$$= \frac{[v_0 \sin \alpha]^2}{g} - \frac{1}{2} \frac{[v_0 \sin \alpha]^2}{g}$$

$$h = \frac{[v_0 \sin \alpha]^2}{2g}$$

* gerak horizontal: GLB

$$X = [v_0 \cos \alpha] [t_a]$$

$$= [v_0 \cos \alpha] \left[\frac{2v_0 \sin \alpha}{g} \right]$$

$$= \frac{v_0^2 2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} = \frac{v_0^2}{g} [\sin 2\alpha]$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{gX}{\sin 2\alpha}} \rightarrow t_a = \frac{2 \sin \alpha}{g} \sqrt{\frac{gX}{\sin 2\alpha}}$$

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{gX}{\sin 2\alpha} \frac{\sin^2 \alpha}{2g} = \frac{X \sin^2 \alpha}{4 \cancel{\sin \alpha} \cos \alpha}$$
$$= \frac{X}{4} \tan \alpha$$

* gerak horizontal: GLB

$$X = [v_0 \cos \alpha] [t_a]$$

$$= [v_0 \cos \alpha] \left[\frac{2v_0 \sin \alpha}{g} \right]$$

$$= \frac{v_0^2 2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} = \frac{v_0^2}{g} [\sin 2\alpha]$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{gX}{\sin 2\alpha}} \rightarrow t_a = \frac{2 \sin \alpha}{g} \sqrt{\frac{gX}{\sin 2\alpha}}$$

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{gX}{\sin 2\alpha} \frac{\sin^2 \alpha}{2g} = \frac{X \sin^2 \alpha}{4 \cancel{\sin \alpha} \cancel{\cos \alpha}} = \frac{X}{4} \tan \alpha$$

$$J(\alpha) = P \frac{2 \sin \alpha}{g} \sqrt{\frac{gX}{\sin 2\alpha}} + Q \frac{X}{4} \tan \alpha + R \sqrt{\frac{X}{\sin 2\alpha}}$$

Kalkulus:

$$\frac{dJ(\alpha)}{d\alpha} = 0 \rightarrow \alpha \rightarrow \frac{d^2 J(\alpha)}{d\alpha^2} > 0$$

→ Searching dari α_{min} s/d α_{max}
 Untuk setiap X ←



$$V_{0min} \leq V_0 \leq V_{0max}$$

Bah. Inggris

Optimum

Optimization

Optimal

Bahasa Indonesia

Optimum

{ Optimisasi
Optimasi

Optimal

{ Optimalisasi

Metode

Optimisasi

Optimisasi Tanpa Kendala
(Unconstrained Optimization)

Optimisasi Dengan Kendala
(Constrained Optimization)

⇒ Sistem Kendali Optimal

Error (Galat) ✓

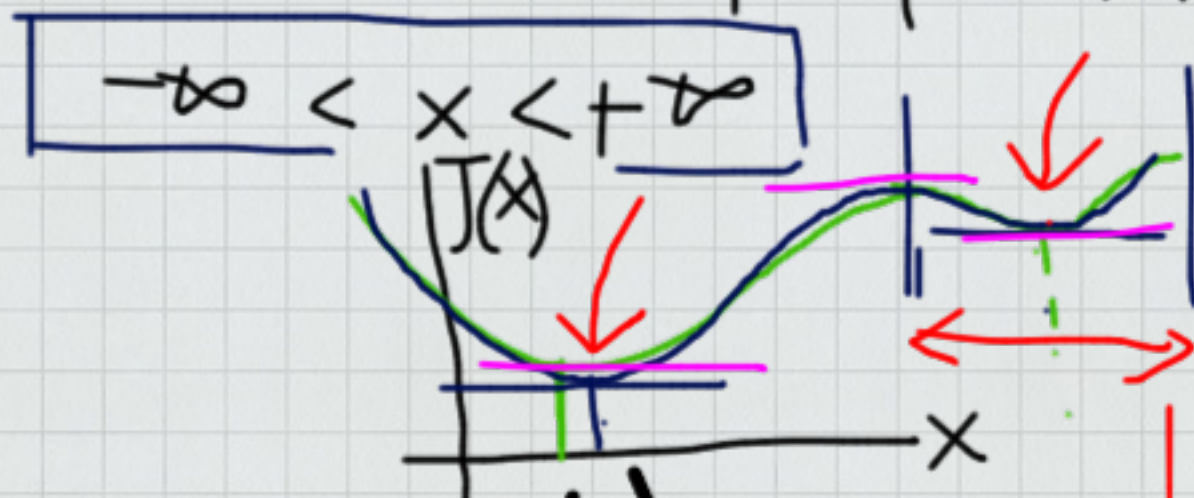
Effort (Usaha) ✓

LQR ←

^{kata kerja}
(to optimize) = to minimize costs ✓
= to maximize performance

Unconstrained

Min $J(x)$ cost function
Max $F(x)$ - objective function
- performance index



Constrained

Min $J(x)$
Max $F(x)$

Subject to

$$Ax \leq b$$

closed set

$$J(x) = C^T x$$
$$Ax \leq b$$

"Linear Programming"

x	$J(x)$
1	5
2	4
3	1
4	6
5	10

Minimize $J(x)$
Subject to

$$1 \leq x \leq 5$$

Can x shg $J(x)$ minimum!

* Curve fitting

3 titik data terkecil:

$$x=2 \rightarrow J(x)=4$$

$$x=3 \rightarrow J(x)=1$$

$$x=4 \rightarrow J(x)=6$$

$$\frac{dJ(x)}{dx} = 0 \rightarrow 2ax + b = 0$$

$$x = -\frac{b}{2a}$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$4a + 2b + c = 4$$

$$9a + 3b + c = 1$$

$$16a + 4b + c = 6$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 9 & 3 & 1 \\ 16 & 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 9 & 3 & 1 \\ 16 & 4 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{bmatrix}$$

* Pemrograman Linier (Linear Programming)

Bentuk Umum: $J(x) = -C^T x \rightarrow \text{maksimalkan}$

Minimalkan: $J(x) = C^T x$

Subject To: $Ax \leq b$

$-Ax \geq -b$

Fungsi Kendala
(Constraints)

$A [n \times n]$ $b [n \times 1]$

DICARI x sehingga $J(x)$ minimum
(solusi)

Fungsi Biaya
(Cost Function)

$c = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix} = \text{unit cost}$
biaya satuan

$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \text{peubah}$

* Jalangkote dan Roti Maros

Misalnya x_1 : jumlah Jalangkote yang terjual
 x_2 : jumlah Roti Maros yang terjual

Keuntungan: $J(x) = Px_1 + Qx_2 \leftarrow$

Kendala bahan: Telur: M butir

Tepung: N kg

Untuk Jalangkote: m_1 telur + n_1 kg tepung

Roti Maros: m_2 telur + n_2 kg tepung

$$m_1 x_1 + m_2 x_2 \leq M$$

$$n_1 x_1 + n_2 x_2 \leq N$$

$$\begin{bmatrix} m_1 & m_2 \\ n_1 & n_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_A$

$$x \leq b$$

Minimisasi

$$J(x) = - \begin{bmatrix} P & Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

* Coto dan Sop Sandara

Dalam 1 pekan meng-konsumsi:

x_1 porsi SOP Sandara

x_2 porsi Coto

dengan biaya: $J(x) = Px_1 + Qx_2$ yang

seminimum mungkin:

Kendala:

- karbohidrat : K (minimum)
- protein : P (minimum)
- lemak : L (maximum)
- daya : R (maximum)

Fungsi Kendala:

$$k_1x_1 + k_2x_2 \geq K$$

$$-k_1x_1 - k_2x_2 \leq -K$$

(karbohidrat)

protein :

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 \geq \underline{P}$$

$$-p_1 x_1 - p_2 x_2 \leq -\underline{P}$$

lemak
dan

$$l_1 x_1 + l_2 x_2 \leq L$$

$$P x_1 + Q x_2 \leq R$$

Minimisasi

$$J(x) = P x_1 + Q x_2 = \underbrace{[P \quad Q]}_{C^T} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}}_x$$

Subject To.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} -k_1 & -k_2 \\ -p_1 & -p_2 \\ l_1 & l_2 \\ P & Q \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}}_x \leq \underbrace{\begin{bmatrix} -K \\ -P \\ L \\ R \end{bmatrix}}_b$$

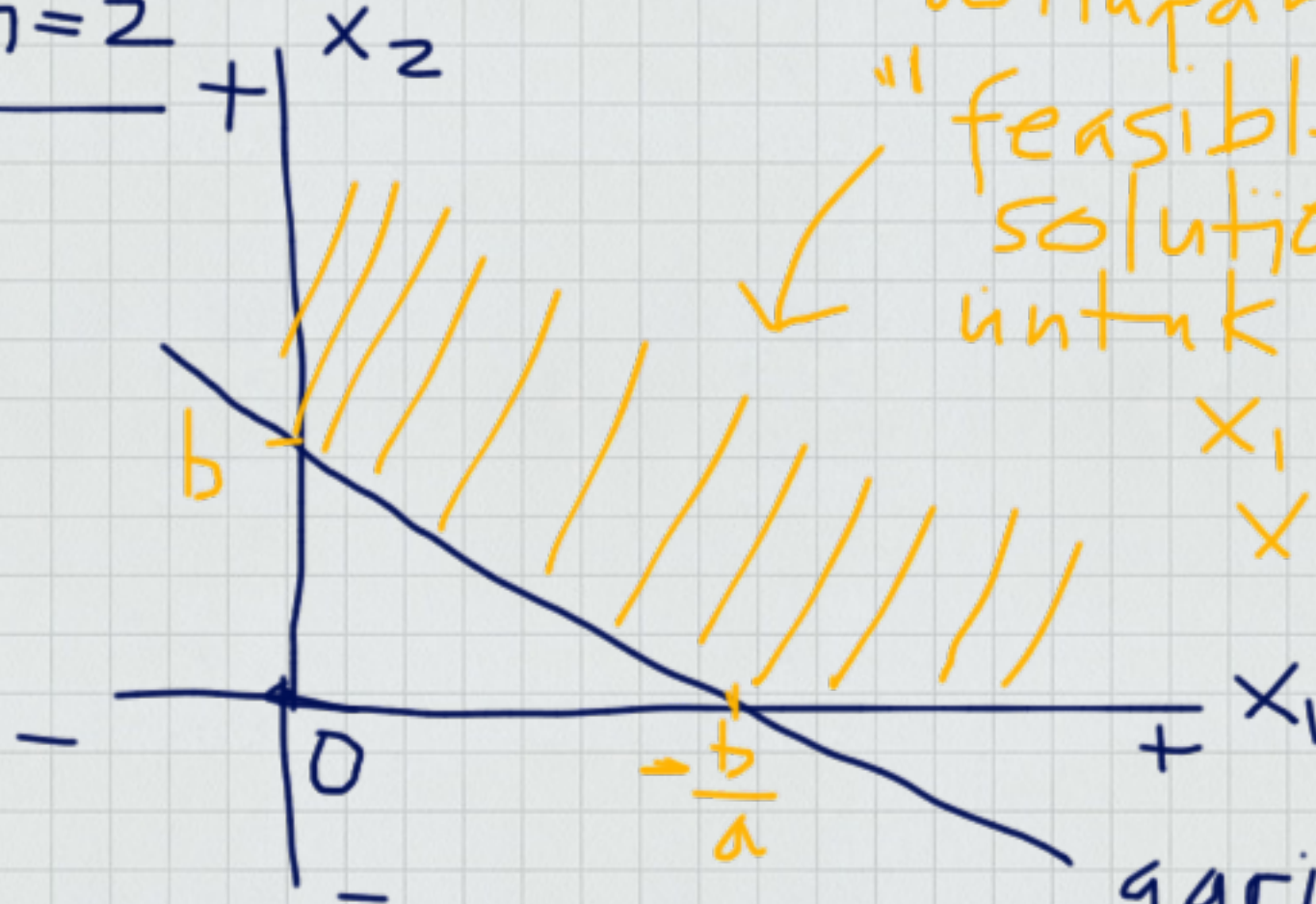
~~A~~ ~~x~~

* Metoda GRAFIS

$n \leq 3$

$n = 3$

Kasus $n=2$



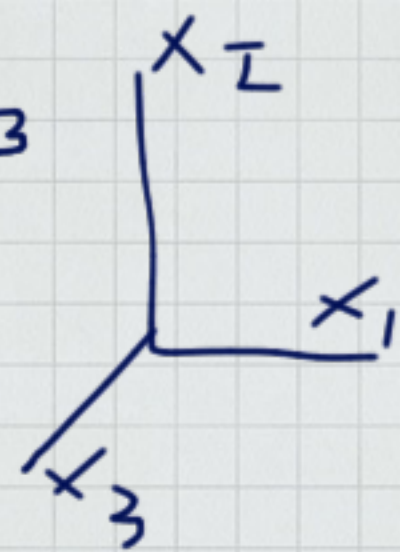
wilayah
"feasible
solutions"
untuk kendala

$$\begin{aligned} x_1 &\geq 0 & x_2 &\geq 0 \\ x_2 &\geq ax_1 + b \end{aligned}$$

bidang
wilayah "feasible solutions!"

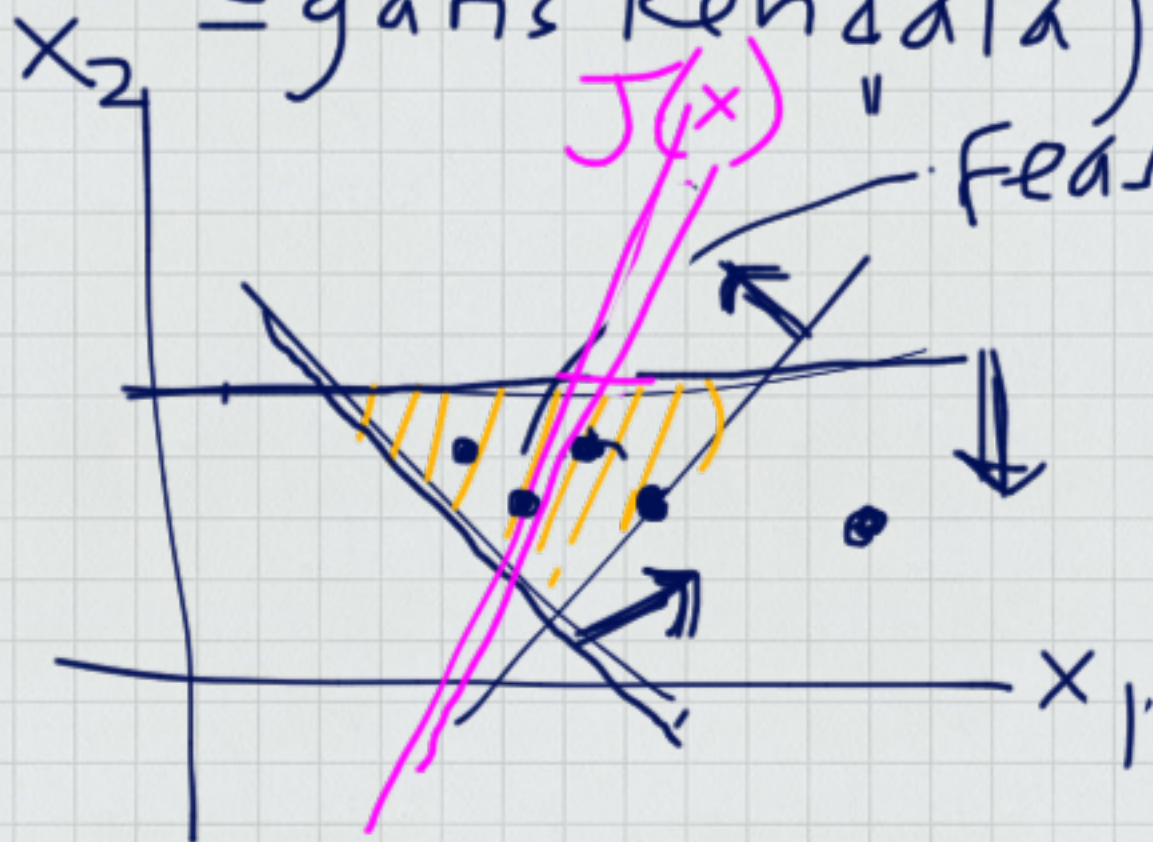
$S = \{x_1, x_2\} \in$ yang memenuhi semua fungsi kendala

garis
kendala
 $x_2 = ax_1 + b \rightarrow$



Teori = Titik optimum (yang meminimumkan $J(x)$) adalah elemen dari himpunan "feasible solutions", dan terletak pada "cortex" (garis batas wilayah "feasible solutions"

Bukti: x_2 = garis kendala) "feasible solutions"



Dengan demikian titik optimum dapat dicari dengan "menelusuri cortex"

* Kasus "Jalangkote dan Roti Maras"

Maximalkan: $J(x) = Px_1 + Qx_2$

Kendala : telur: $m_1x_1 + m_2x_2 \leq M$

tepung: $n_1x_1 + n_2x_2 \leq N$

x_2 (Roti Maras)

$$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0$$

$$\text{Telur: } x_2 \leq -\frac{m_1}{m_2}x_1 + \frac{M}{m_2}$$

$$\text{Tepung } x_2 \leq -\frac{n_1}{n_2}x_1 + \frac{N}{n_2}$$

Feasible solutions: $OABC$

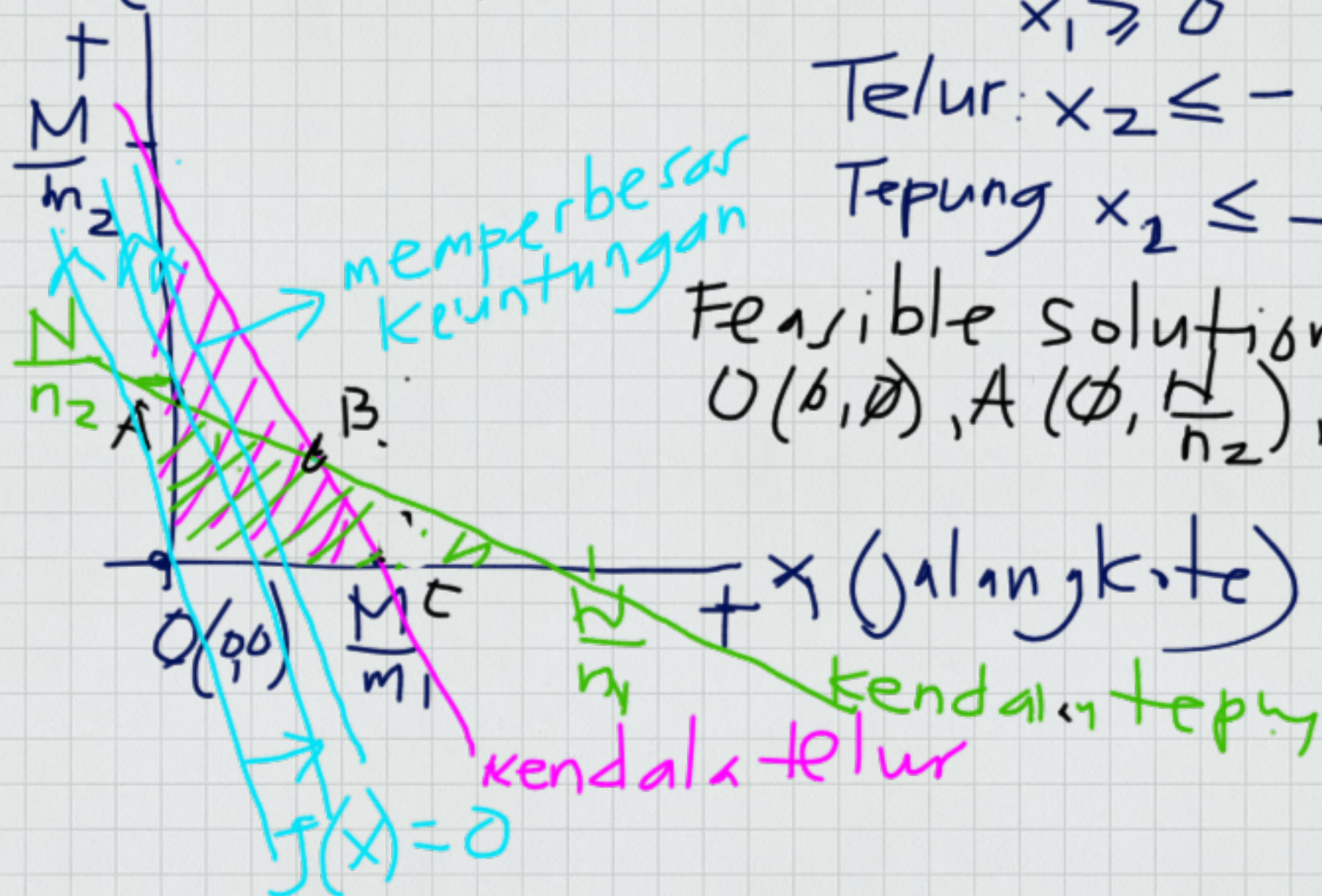
$O(0,0)$, $A(0, \frac{N}{n_2})$, $B(x_B, y_B)$, $C(\frac{M}{m_1}, 0)$

Cortex: OA, AB, BC, CO

Gambarkan

$$J(x) = \emptyset$$

$$x_2 = -\frac{P}{Q}x_1$$



* Kasus "Coto dan Sop" *

x_1 : Sop
 x_2 : Coto

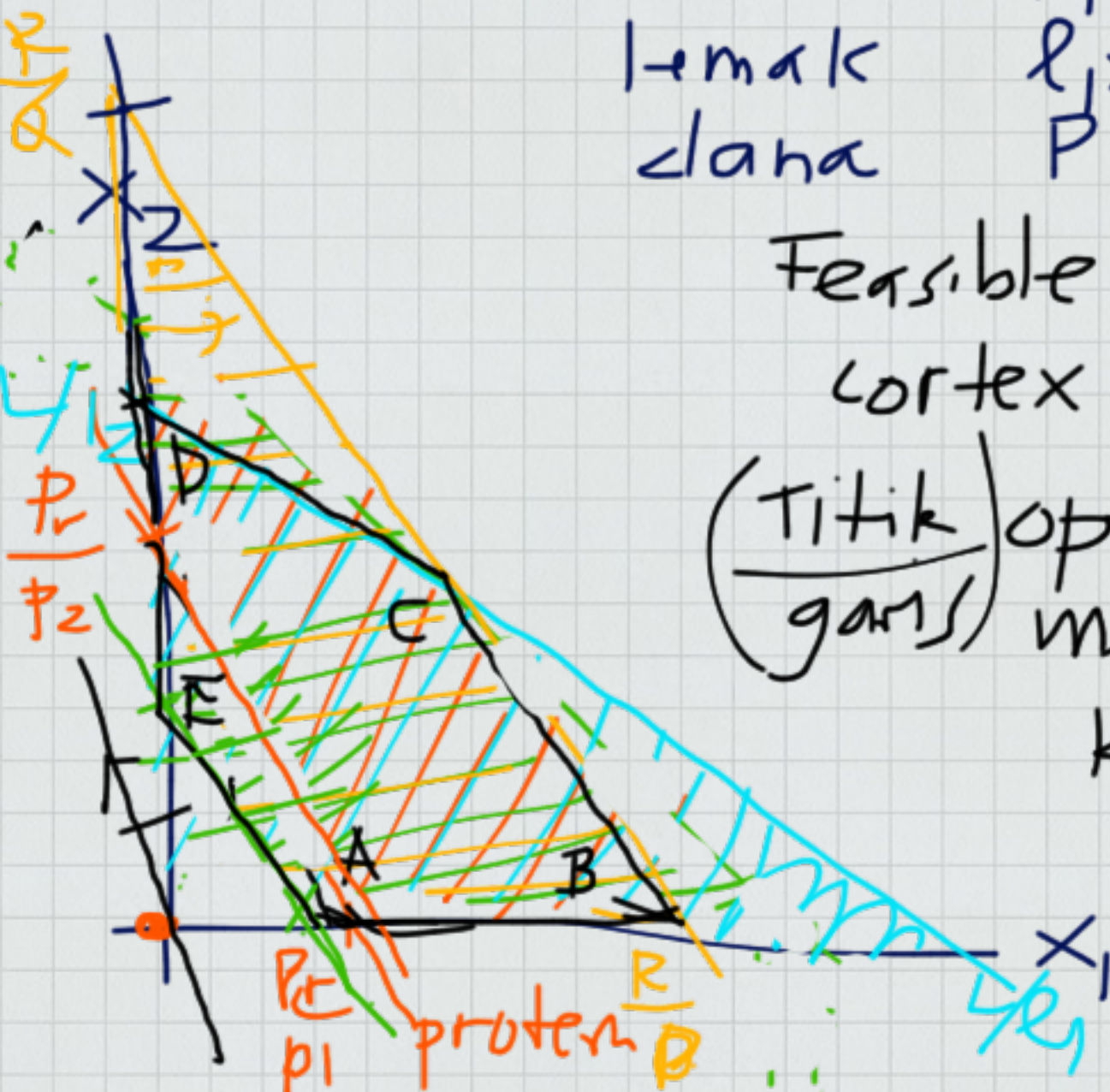
Minimumkan : $J(x) = P x_1 + Q x_2$

Kendala : protein : $p_1 x_1 + p_2 x_2 \geq P_r$
karbohidrat : $k_1 x_1 + k_2 x_2 \geq K$
lemak : $l_1 x_1 + l_2 x_2 \leq L$
dana : $P x_1 + Q x_2 \leq R$

"trivial solution"

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 0$$



Feasible solution ABCDE dengan
cortex: AB, BC, CD, DE dan EA

(Titik garis) optimum diperoleh dengan
menggeser garis $J(x) = 0$
ke kanan sampai mema-
suki wilayah "feasible
solution"

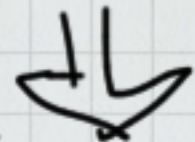
*Tugas 1

Cari titik optimum untuk kasus "Jalangkote dan Roti Maros" dan kasus "Sop dan Coto" dengan memberikan angka² yang "masuk akal" dengan metode "grafis".

kasus "PLN"
"sembarang"

next

SIMPLEX



MATLAB

{

>>> linprog
>>> help linprog

Format Umum dari kasus LP:

$$\underset{x}{\text{Minimize}} \quad c^T x \quad \text{Subject to} \quad A^* x \leq b$$

$$\text{Fungsi Biaya: } J(x) = c^T x \quad \text{Fungsi Kendala: } A^* x \leq b$$

Contoh Kasus Jalangkote & Roti Maros
 $x_1 = \text{Jalangkote}$ $x_2 = \text{Roti Maros}$
 $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$

$$\text{Fungsi Keuntungan: } J(x) = P x_1 + Q x_2$$

>>> $c = \begin{bmatrix} -P \\ -Q \end{bmatrix}$

Kendala :

telur	$m_1 x_1 + m_2 x_2 \leq M$
tepung	$n_1 x_1 + n_2 x_2 \leq N$

$$A = \begin{bmatrix} m_1 & m_2 \\ n_1 & n_2 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix}$$

→ Coba sendiri untuk Kasus Sop & Coto.

$x_1 = \text{Sop}$ $x_2 = \text{Coto}$ $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$

- Tentukan matrix z : C, A dan b
- Catatan fungsi kendala dengan " $>$ ", diubah menjadi " $\leq$ "

Contoh :

$$\begin{aligned} k_1 x_1 + k_2 x_2 &\geq K \\ \underline{-k_1 x_1 - k_2 x_2} &\leq \underline{-K} \end{aligned}$$

* Kasus PLXI

Misalkan ada 5 Pembangkit, dengan kapasitas maximum, masing:

$$\text{Pembangkit A} = P_1 \text{ MW}$$

$$B = P_2 \text{ MW}$$

$$C = P_3 \text{ MW}$$

$$D = P_4 \text{ MW}$$

$$E = P_5 \text{ MW}$$

$$\text{Total: } P \text{ MW}$$

Ada 4 wilayah Distribusi, dengan beban puncaknya: Wilayah I = Q_1 MW

$$\text{Total} = Q \text{ MW}$$

$$\text{II} = Q_2 \text{ MW}$$

$$\text{III} = Q_3 \text{ MW}$$

$$\text{IV} = Q_4 \text{ MW}$$

$$\boxed{P \gg Q}$$

Matrix Distribusi Beban:

Wilayah Pembangkit	I	II	III	IV	Kendala Kapasitas
A	x_1	-	x_2	x_3	$\leq P_1$
B	-	x_4	-	x_5	$\leq P_2$
C	x_6	x_7	x_8	x_9	$\leq P_3$
D	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	$\leq P_4$
E	E_1	E_2	E_3	E_4	$\leq P_5$

$$E_1 = Q_1 - x_1 - x_6 - x_{10}$$

$$E_2 = Q_2 - x_4 - x_7 - x_{11}$$

$$E_3 = Q_3 - x_2 - x_8 - x_{12}$$

$$E_4 = Q_4 - x_3 - x_5 - x_9 - x_{13}$$

Kendala:

$$x_{11}, x_{13} \geq 0 \rightarrow$$

$$E_1, E_4 \geq 0 \rightarrow$$

$$A = [22 \times 13]$$

$$b = [22 \times 1]$$

Fungsi Biaya: 13 biaya satuan + biaya tetap

$$J(x) = c^T x + K$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{13} \end{bmatrix}$$

$$c = \begin{bmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_{13} \end{bmatrix}$$

$$K \in \{Q_1, Q_2, Q_3, Q_4\}$$

$$J(x) = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_{13} x_{13} + \underbrace{p_1 E_1 + p_2 E_2 + \dots + p_4 E_4}$$

$$p_1 [Q_1 - x_4 - x_6 - x_{10}]$$

$$p_1 Q_1 - p_1 x_4 - p_1 x_6 - p_1 x_{10}$$

$$= (c_1 - p_1) x_1 +$$

$$K = p_1 Q_1 + p_2 Q_2 + \dots$$

Tugas 2

* Kerjakan ulang Tugas 1 dengan LINPROG (MATLAB)

* 'Karanglah' suatu kasus PLN dengan 7 peubah saja $\rightarrow x_1 \text{ s/d } x_7$

Susun : * Fungsi Biaya $J(x) = C^T x$
* Kendala $Ax \leq b$

Gunakan LINPROG untuk menentukan distribusi $x_1, x_2, \dots, x_7$ yang biaya totalnya paling murah

Metode Optimisasi:

- * LP

- * Routing

- * Searching X

- * Routing:



- * The shortest path

- * The fastest path

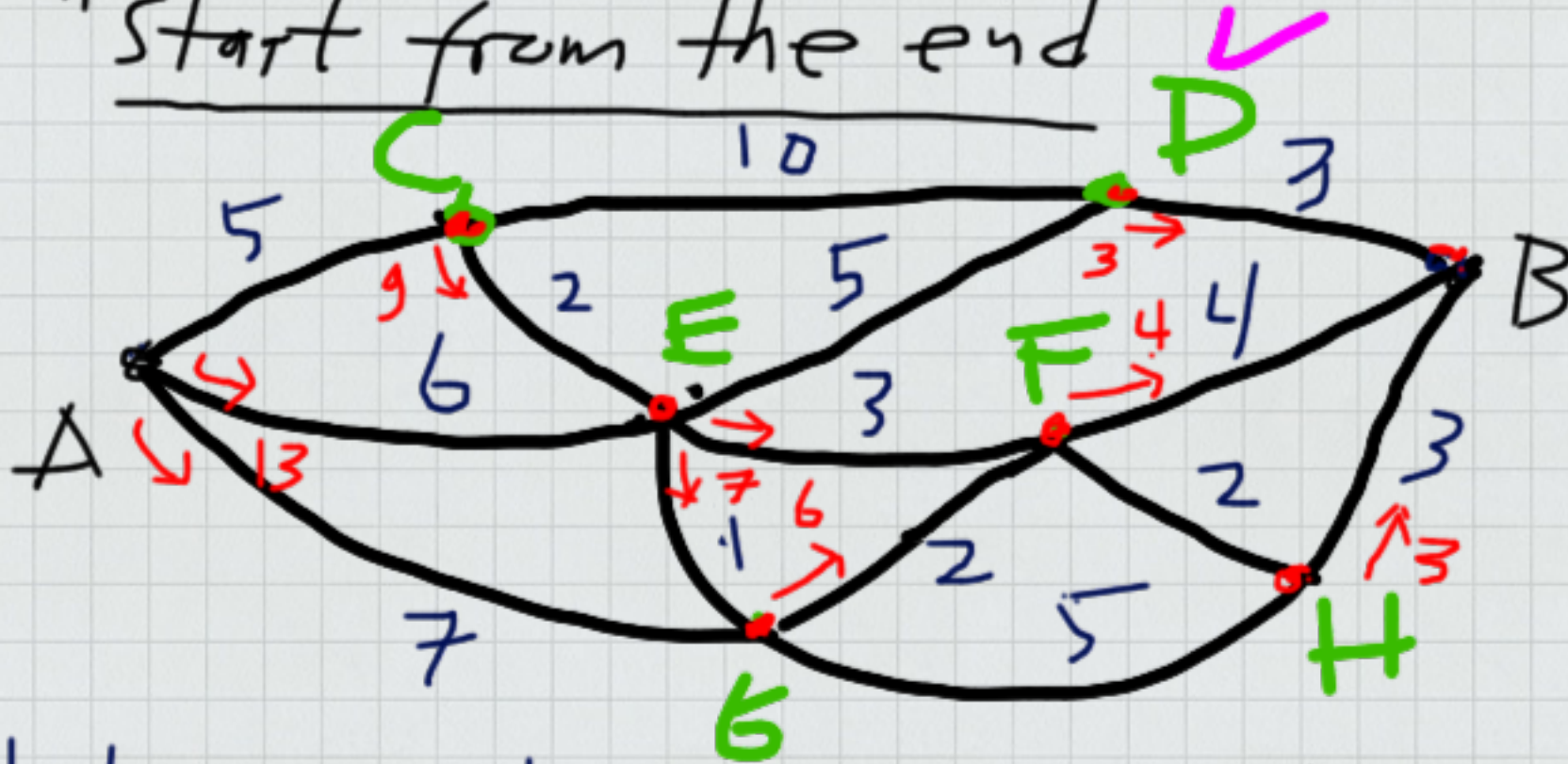
- * The BEST path

↳ kriteria

← "Ant Algorithm"

* The shortest path →

"Start from the end"



Tentukan route dari A ke B terdekat

Jalur terdekat 13 km :

Bgm dari ke B ke A
(Tugas 3.1)

- (1) A E F B
- (2) A E G F B
- (3) A G F B

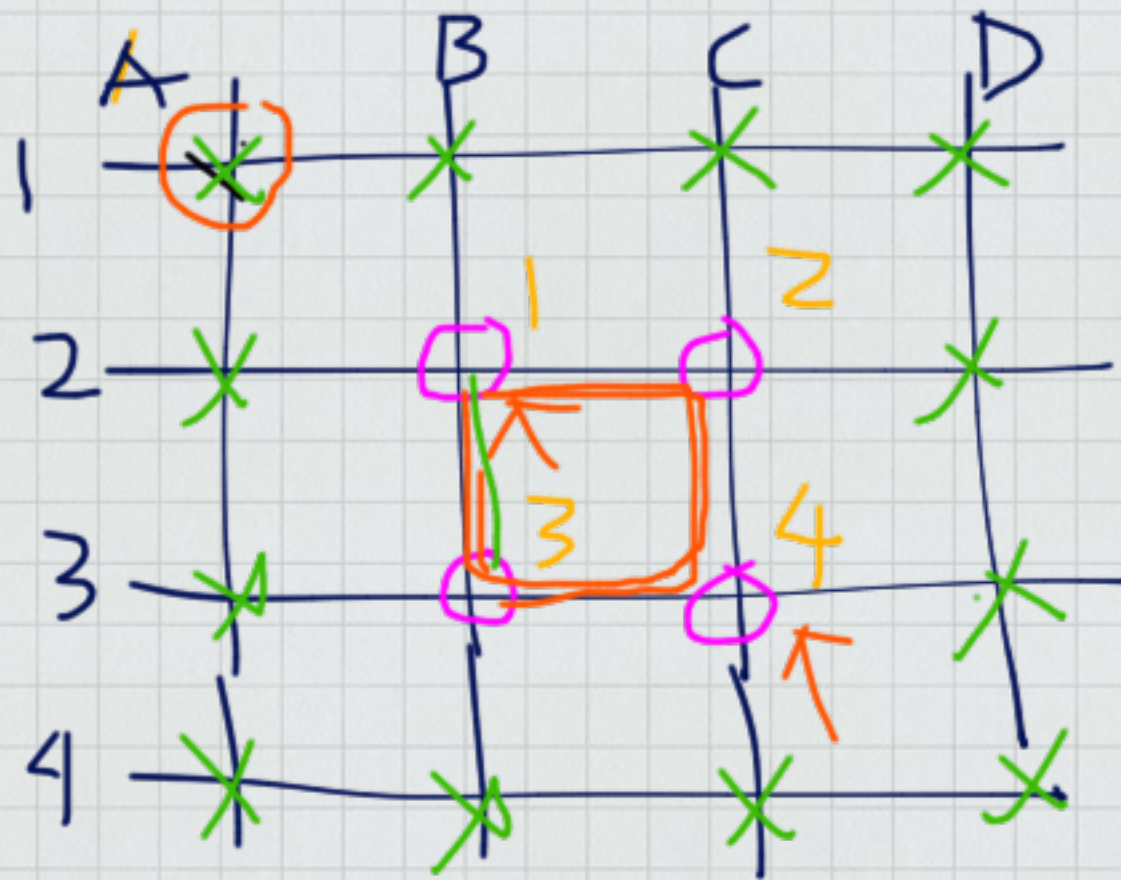
*The Travelling Salesman Problem

Seorang salesman akan berjalan dari A kembali ke A dengan melewati SEMUA kota minimal 1 kali

Tugas 3.2. Tentukan route terpendek untuk seorang "Travelling Salesman" yang berangkat dari Makassar, kembali ke Makassar, dan melewati semua Kota/Kab di Sulsel minimal 1x

Lihat
Google Map

* Block City Police Patrol Problem



Ada 4 alternatif
penempatan pos
polisi, yaitu :
(1) B2, (2) C2, (3) B3
atau (4) C3.

Mana yang
paling baik?

Ada 15 titik tujuan $\rightarrow$ waktu rata²
untuk mencapai 15 titik tersebut dari
alternatif (1), (2), (3) dan (4)
Tugas. 3.3. Karanglah suatu masalah spt.
di atas!

Dikumpulkan: PEKAN DEPAN !

- A. Dengan menggunakan program linprog.m dari MATLAB, kerjakan ulang Tugas 1. Apakah hasilnya cocok?
- B. Suatu sistem distribusi tegangan rendah pada suatu wilayah diketahui susunan biaya operasional-nya sebagai berikut:

Pembangkit	Kapasitas Total (KVA)	Biaya operasional untuk penyaluran daya ke masing-masing wilayah [Rp./KVA]:			
		I	II	III	IV
A	150	1000	500	1200	-
B	250	-	1500	-	500
C	200	400	-	-	1000
D	500	500	250	1250	250

Kebutuhan daya pada saat beban puncak adalah sebagai berikut:

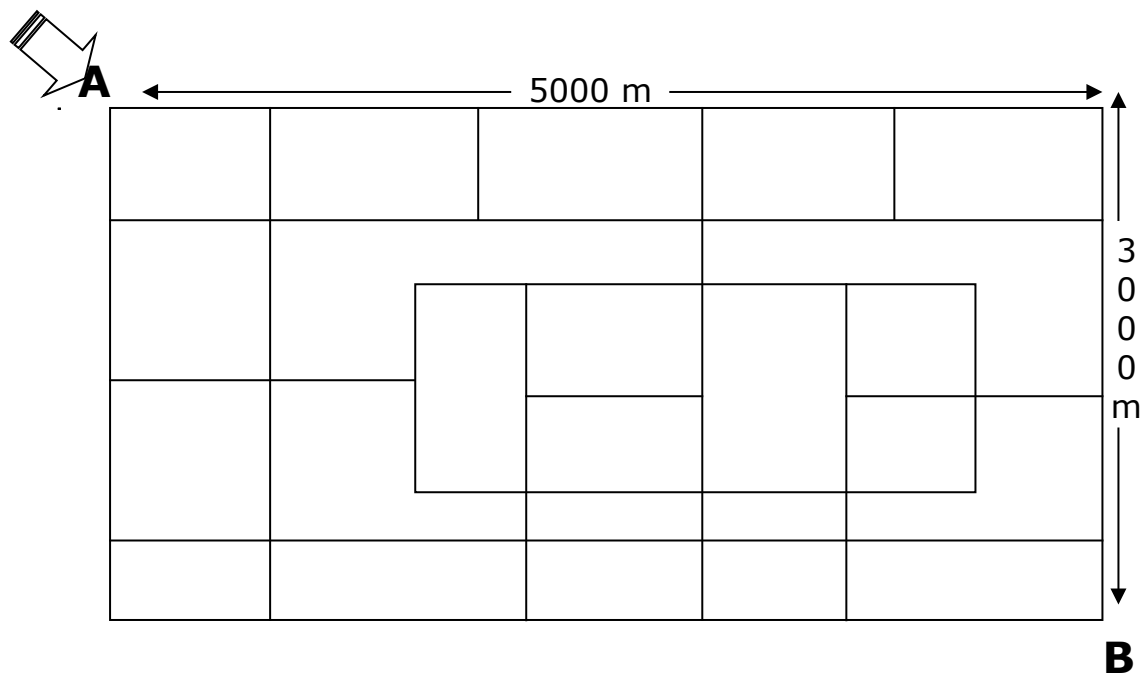
Wilayah:	I	II	III	IV
Beban puncak (KVA):	300	200	250	250

Diketahui pula bahwa Wilayah I **minimum P KVA** harus di-catu oleh gabungan pembangkit A dan/atau C, sedangkan Wilayah IV **minimum Q KVA** harus dicatu oleh gabungan pembangkit B dan/atau D.

- Susunlah **fungsi biaya $J(x)=C^T X$** hanya dengan hanya 7 (tujuh) peubah saja: **X_1 s/d X_7 !**
- Susunlah **fungsi-fungsi kendala** berdasarkan data yang diketahui di atas, masih menggunakan "P" dan "Q" sebagai batas.
- Ubahlah bentuk fungsi-fungsi kendala pada soal 1.b. di atas menjadi bentuk standar **$AX \leq b$** , dengan matrix b masih mengandung nilai P dan Q yang belum ditentukan
- Selesaikan masalah ini dengan menggunakan perintah "**linprog**" dari MATLAB dengan format **$[X,J]=\text{linprog}(f,A,b,Aeq,beq,LB,UB)$** :
 - Tentukan matrix **f, A, b, Aeq, beq, LB** dan **UB** yang sesuai untuk persoalan ini
 - Carilah nilai-nilai **P** dan **Q** (dengan coba-coba) sehingga dapat dihasilkan suatu solusi optimum (yang me-minimisasi-kan biaya operasional total) yang "masuk akal".
 - Tunjukkan dalam bentuk Tabel, daya listrik yang harus disalurkan dari masing-masing pembangkit ke masing-masing wilayah beserta biaya operasional-nya masing-masing sehingga biaya operasional totalnya se-minimum mungkin.

Hal-hal yang kurang jelas dan sulit difahami dapat di-konsultasi-kan dengan dosen. Dianjurkan untuk mulai mengerjakan TUGAS ini seawal mungkin, jangan menunggu sampai dekat-dekat waktunya dikumpul. Semakin cepat semakin baik, kalau tidak sekarang kapan lagi, kalau bukan kita, siapa lagi....!

Suatu sistem transmisi tegangan menengah direncanakan akan menembus suatu blok kota, dengan menelusuri jalan-jalan dalam blok kota tersebut, seperti terlihat pada gambar:



(Jarak-jarak yang belum tercantum, silakan diperkirakan sendiri)

1. Jika jalur transmisi tersebut memasuki blok kota di atas dari sudut persimpangan A dan ke luar dari sudut persimpangan B, tentukan **jalur terpendek** melalui jalan-jalan di blok kota di atas (*Routing Problem*), dan hitung berapa panjangnya kabel penghubung dari A ke B tersebut.
2. Pada salah satu persimpangan yang dilalui oleh transmisi tegangan menengah itu, akan ditempatkan sebuah trafo untuk memberi catuan tegangan rendah bagi lampu penerangan jalan yang akan ditempatkan pada setiap titik persimpangan. Tentukan titik persimpangan yang akan ditempati trafo tersebut sehingga **paling sedikit** diperlukan kabel catuan ke semua titik persimpangan lainnya (*Block City Police Patrol Problem*), hitunglah total panjang kabel yang diperlukan.
3. Di dekat trafo pada soal 2, ditempatkan pula gardu pengawas. Pengawas secara rutin akan memeriksa semua lampu penerangan, mulai dari gardu pengawas sampai kembali ke gardu pengawas itu lagi dengan **melalui semua titik** persimpangan minimal sekali. Tentukan jalur yang ditempuh pengawas sehingga total perjalanannya yang sependek mungkin, dan hitung pulalah jarak yang ditempuhnya untuk pemeriksaan lampu tersebut.

Hal-hal yang kurang jelas dan sulit difahami dapat di-konsultasi-kan dengan dosen. Dianjurkan untuk mulai mengerjakan TUGAS ini seawal mungkin, jangan menunggu sampai dekat-dekat waktunya dikumpul. Semakin cepat semakin baik, kalau tidak sekarang kapan lagi, kalau bukan kita, siapa lagi....!

Dibawa dan dikumpulkan pada saat UJIAN FINAL AKHIR SEMESTER

I. PEMROGRAMAN LINIER (**LINEAR PROGRAMMING**) (40 point)

Suatu sistem distribusi tegangan rendah pada suatu wilayah diketahui susunan biaya operasional-nya sebagai berikut:

Pembangkit	Kapasitas Total (KVA)	Biaya operasional untuk penyaluran daya ke masing-masing wilayah [Rp./KVA]:			
		I	II	III	IV
A	150	600	500	700	-
B	250	-	750	-	550
C	200	400	-	-	800
D	500	500	250	250	250

Kebutuhan daya pada saat beban puncak adalah sebagai berikut:

Wilayah:	I	II	III	IV
Beban puncak (KVA):	300	200	275	225

Diketahui pula bahwa Wilayah I **minimum P KVA** harus di-catu oleh gabungan pembangkit A dan/atau C, sedangkan Wilayah IV **minimum Q KVA** harus dicatu oleh gabungan pembangkit B dan/atau D.

- Susunlah **fungsi biaya $J(x)=C^T X$** hanya dengan hanya 7 (tujuh) peubah saja: **X_1 s/d X_7** ! (5 point)
- Susunlah **fungsi-fungsi kendala** berdasarkan data yang diketahui di atas, masih menggunakan "P" dan "Q" sebagai batas. (5 point)
- Ubahlah bentuk fungsi-fungsi kendala pada soal 1.b. di atas menjadi bentuk standar **$AX \leq B$** , dengan matrix B masih mengandung nilai P dan Q yang belum ditentukan (5 point)
- Selesaikan masalah ini dengan menggunakan perintah "**linprog**" dari MATLAB dengan format **$[X,J]=\text{linprog}(f,A,b,Aeq,beq,LB,UB)$** :
 - Tentukan matrix **f, A, b, Aeq, beq, LB** dan **UB** yang sesuai untuk persoalan ini (5 point)
 - Dengan batas-batas nilai P: **$0 \leq P \leq 300$ KVA** dan nilai Q: **$0 \leq Q \leq 225$ KVA** **rancanglah** (tuliskan penjelasan panjang-lebar tentang metode anda merancang) program pelacakan (*searching*) 2 peubah untuk menentukan nilai(-nilai) P dan Q yang menghasilkan J minimum (20 point)

II. PELACAKAN (**SEARCHING**) (30 point)

Diketahui suatu persoalan optimisasi mempunyai Fungsi Biaya berupa *Fungsi Rosenbrock*:

$J(x,y) = 1 + 9x^2 - (AB)xy^2 - 2y + (CD)y^2 + (EF)y^4$ dengan **19AB-CD-EF** adalah **THN-BLN-TGL** kelahiran ayah/ibu anda

- Plot-lah Fungsi Biaya di atas dengan "**3D-plot**" untuk **$-1 \leq x \leq 1$** dan **$-1 \leq y \leq 1$** - jangan di-plot untuk nilai x dan y di luar batas-batas tersebut - terangkan cara anda membuat plot! (10 point)
- Carilah **Jmax** dan **Jmin** dalam bidang di antara **$-1 \leq x \leq 1$** dan **$-1 \leq y \leq 1$** seteliti mungkin dengan metode:
 - Line Searching (5 point)
 - Steepest Gradient Descent (5 point)
 - Monte Carlo (*random searching*) (5 point)
- Diskusikan dan perbandingkan ketiga metode di atas ! (5 point)

III. SUDUT ELEVASI PENEMBAKAN MERIAM (30 point)

Menurut hasil penelitian biaya dan *penalty* penembakan suatu meriam dapat ditentukan berdasarkan tabel berikut ini (karanglah sendiri nilai **P**, **Q** dan **R** sesuai selera anda):

Jenis biaya/penalty	Simbol/Satuan	Nilai Biaya	Satuan Biaya
Kecepatan awal	V_0 [m/detik]	P	Rp./(m/detik)
Tinggi maksimum lintasan	h [m]	Q	Rp./m
Waktu lintasan	t_a [detik]	R	Rp./detik

Turunkan fungsi biaya **$J(\alpha, V_0)$** , **$J(\alpha)$** dan **$J(V_0)$** untuk suatu sasaran berjarak **1500 m** dari meriam ! Diketahui percepatan gravitasi di tempat tersebut **$g = 9,8 \text{ m/detik}^2$** (10 point)

- Tentukan batas-batas minimum dan maksium dari **α** dan **V_0** yang masuk akal, lalu gambarkan plot **$J(\alpha, V_0)$** [dengan "**3D-plot**"], **$J(\alpha)$** dan **$J(V_0)$** dari soal III a dalam batas-batas tersebut ! (10 point)
- Carilah nilai **α** dan **V_0** yang menghasilkan biaya minimum untuk soal III.a. di atas, lalu cari pula masing-masing nilai **α** dan untuk **V_0** berbagai jarak sasaran di **antara 500 m sampai 2000 m** sehingga dapat dibuat tabel dan grafik hubungan antara sudut elevasi **α [°]**, kecepatan awal peluru **V_0 [m/detik]** dan biaya minimum (10 point).

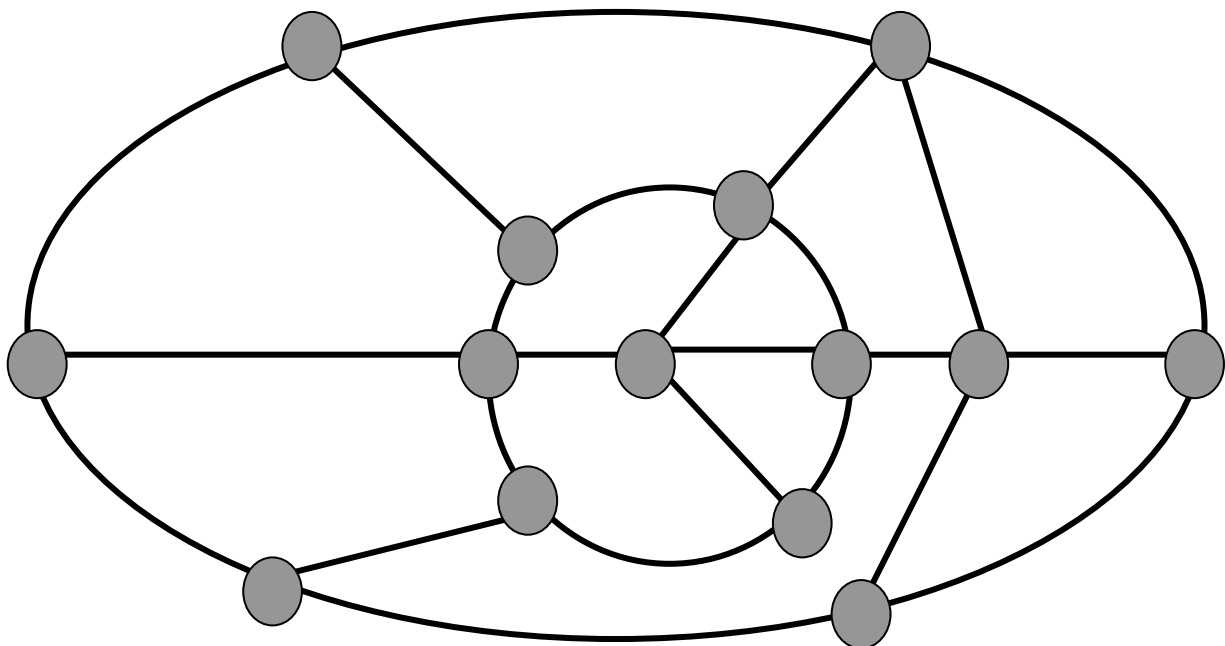
1. Suatu sistem distribusi tegangan rendah pada suatu wilayah diketahui susunan biaya operasional-nya sebagai berikut:

Pembangkit	Kapasitas Max (KVA)	Biaya operasional untuk penyaluran daya ke masing-masing wilayah [Rp./KVA]:	
		I	II
A	1000	600	500
B	1100	-	700
C	1200	800	-

Kebutuhan daya pada saat beban puncak adalah sebagai berikut:

Wilayah:	I	II
Beban puncak (KVA):	1750	1500

- Susunlah **fungsi biaya** $J(\mathbf{X}) = \mathbf{C}^T \mathbf{X} + \mathbf{R}$ ($\mathbf{R}$ =fixed cost) hanya dengan hanya 2 (dua) peubah saja, yaitu $\mathbf{X}_1$ dan $\mathbf{X}_2$! (5 point)
 - Susunlah **fungsi-fungsi kendala** berdasarkan data yang diketahui di atas (5 point)
 - Ubahlah bentuk fungsi-fungsi kendala pada soal 1.b. di atas menjadi bentuk standar $\mathbf{A}\mathbf{X} \leq \mathbf{B}$ (5 point)
 - Dengan menggunakan metode grafis, tentukan distribusi yang optimal dari ketiga pembangkit di atas ke dua wilayah ! (15 point)
 - Jika persoalan di atas akan diselesaikan dengan program *linprog* pada **MATLAB**, bagaimana caranya? Jelaskan!(10 point)
2. Di bawah ini adalah konfigurasi suatu jaringan TCP/IP. Jika akan dikirimkan paket data dari *node A* ke *node B*, tentukan *route* yang tercepat (10 point), dan berapa RTT-nya(10 point).?
Note: RTT = round-trip time, silakan isi sendiri data RTT antar node dalam satuan ms, tidak perlu dgambar ulang pada lembar jawaban.



1. Suatu sistem distribusi tegangan rendah pada suatu wilayah diketahui susunan biaya operasional-nya sebagai berikut:

Pembangkit	Kapasitas Max (KVA)	Biaya operasional untuk penyaluran daya ke masing-masing wilayah [Rp./KVA]:	
		I	II
A	1000	600	-
B	1100	-	700
C	1200	800	500

Kebutuhan daya pada saat beban puncak adalah sebagai berikut:

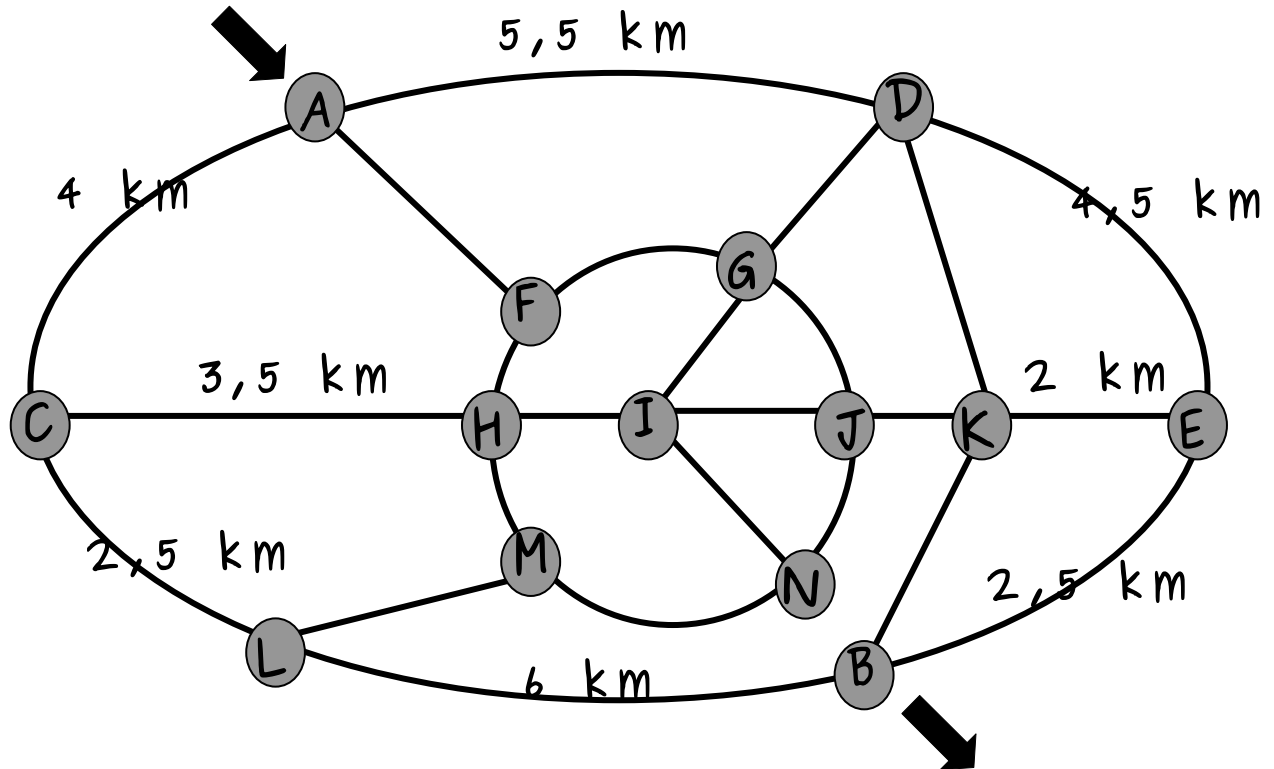
Wilayah:	I	II
Beban puncak (KVA):	1750	1500

Tentukanlah nilai X_1 dan X_2 pada tabel di bawah ini sehingga biaya operasional penyaluran daya yang se-minimal mungkin:

Pembangkit	Kapasitas Max (KVA)	Penyaluran daya ke masing-masing wilayah [KVA]:	
		I	II
A	1000	X_1	
B	1100		X_2
C	1200	$1750 - X_1$	$1500 - X_2$

Jawab: (40 point):

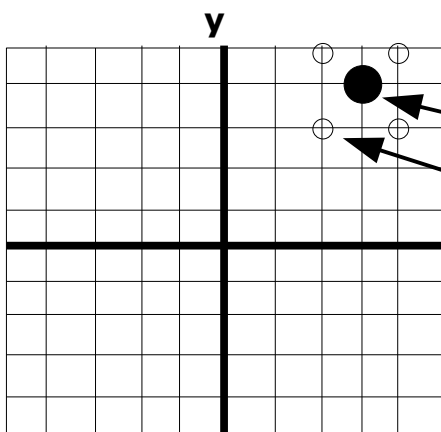
2. Di bawah ini adalah peta jalan sebuah kota. Jika akan digelar jaringan tegangan menengah dari A ke B, tentukan jalur terpendek menelusuri tepi jalan (10 point), dan berapa panjang kabel-nya(10 point)? Catatan: Lengkapi terlebih dahulu jarak-jarak yang belum tersedia.



Jawab:

3. Suatu fungsi biaya $J(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{x}^2 + \mathbf{y}^2$ akan di-minimisasi pada batas-batas $-1 \leq \mathbf{x} \leq 1$ dan $-1 \leq \mathbf{y} \leq 1$ menggunakan metode *gradient steepest descent* dengan titik awal $\mathbf{x}_0 = 0.6$ dan $\mathbf{y}_0 = 0.8$, kemudian titik berikutnya adalah yang yang menghasilkan J terkecil di antara **4 (empat) titik** di sekeliling titik awal $(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0)$, begitu seterusnya. Bagaimana meyakinkan diri bahwa titik yang terakhir adalah memang menghasilkan J minimum? Tunjukkan dan jelaskan ! (40 point)

Petunjuk:Buatlah tabel sebagai berikut, misalnya:



	x	y	J
(x_0, y_0)	0.6	0.8	1.00
$-\Delta x, -\Delta y$	0.4	0.6	0.52
$-\Delta x, +\Delta y$	0.4	1.0	1.16
$+\Delta x, +\Delta y$	0.8	0.6	1.00
$+\Delta x, -\Delta y$	0.8	1.0	1.64

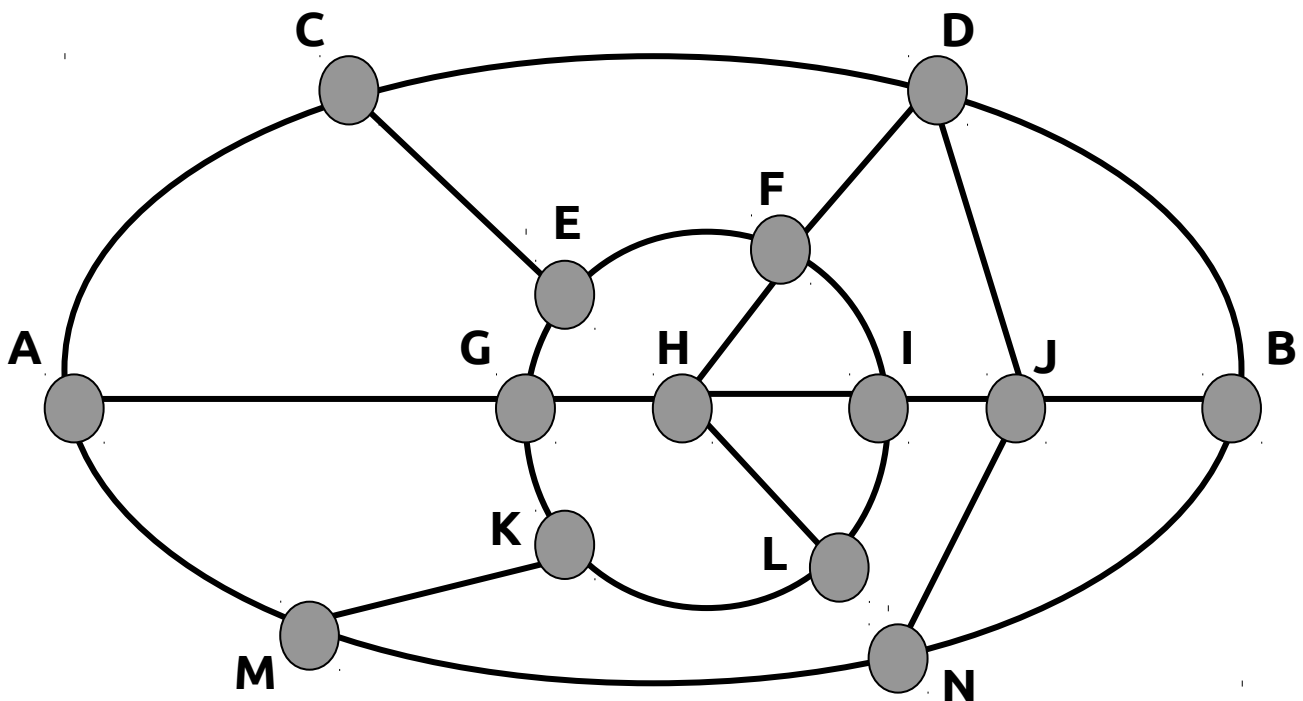
1. Suatu sistem distribusi tegangan rendah pada suatu wilayah diketahui susunan biaya operasional-nya sebagai berikut:

Pembangkit	Kapasitas Max (KVA)	Biaya operasional untuk penyaluran daya ke masing-masing wilayah [Rp./KVA]:	
		I	II
A	1000	600	500
B	1100	-	700
C	1200	800	-

Kebutuhan daya pada saat beban puncak adalah sebagai berikut:

Wilayah:	I	II
Beban puncak (KVA):	1750	1500

- a) Susunlah **fungsi biaya $J(X) = C^T X + R$** ($R = \text{fixed cost}$) hanya dengan hanya 2 (dua) peubah saja, yaitu X_1 dan X_2 ! (5 point)
 - b) Susunlah **fungsi-fungsi kendala** berdasarkan data yang diketahui di atas (5 point)
 - c) Ubahlah bentuk fungsi-fungsi kendala pada soal 1.b. di atas menjadi bentuk standar **$AX \leq B$** (5 point)
 - d) Dengan menggunakan metode grafis, tentukan distribusi yang optimal dari ketiga pembangkit di atas ke dua wilayah ! (15 point)
 - e) Jika persoalan di atas akan diselesaikan dengan program *linprog* pada **MATLAB**, bagaimana caranya? Jelaskan! (10 point)
2. Di bawah ini adalah konfigurasi suatu jaringan TCP/IP. Jika akan dikirimkan paket data dari *node A* ke *node B*, tentukan *route* yang tercepat (10 point), dan berapa RTT-nya (10 point).?
Note: RTT = round-trip time, data RTT antar node dalam satuan **ms**, tidak perlu dgambar ulang pada lembar jawaban.



Jangan lupa tuliskan Nama-ta' dan Nomer Stambuk pada lembar jawaban !

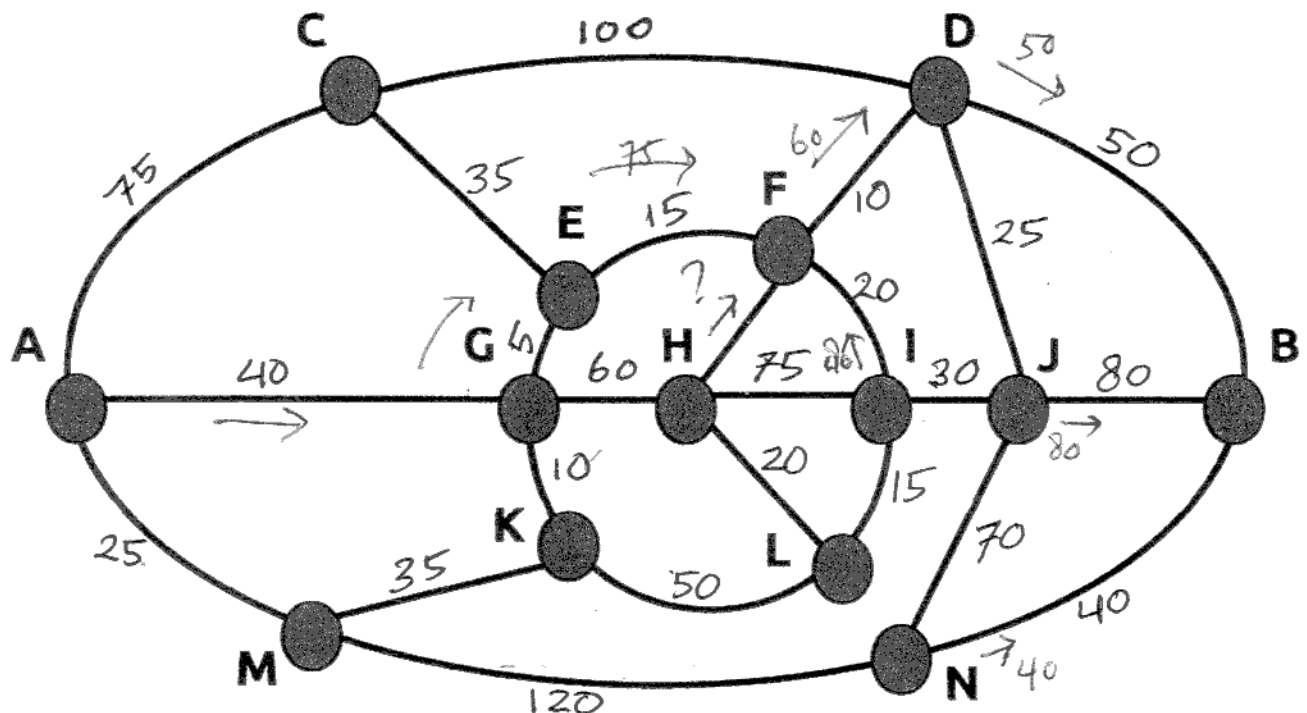
1. Dari suatu simulasi, diperoleh 3 (tiga) titik yang menghasilkan fungsi biaya terendah, yaitu $J(2) = 10$, $J(3) = 5$ dan $J(4) = 15$.
 - a) Tentukan nilai koefisien a , b dan c dari suatu fungsi parabola $J(x) = ax^2 + bx + c$ yang tepat melalui ketiga titik tersebut di atas. (10 points)
 - b) Tentukan dari $J(x)$ pada soal 1a) di atas nilai x yang meminimumkan $J(x)$ (10 points).
 - c) Dari soal 1b) di atas, tentukan $J_{\min}$ (10 points)!
2. Suatu sistem distribusi tegangan rendah pada suatu wilayah diketahui susunan biaya operasional-nya sebagai berikut:

Pembangkit	Kapasitas Max (KVA)	Biaya operasional untuk penyaluran daya ke masing-masing wilayah [Rp./KVA]:	
		I	II
A	1000	600	500
B	1100	-	700
C	1200	800	-

Kebutuhan daya pada saat beban puncak adalah sebagai berikut:

Wilayah:	I	II
Beban puncak (KVA):	1750	1500

- a) Susunlah fungsi biaya $J(X) = C^T X + R$ ($R = \text{fixed cost}$) hanya dengan hanya 2 (dua) peubah saja, yaitu X_1 dan X_2 ! (10 points)
 - b) Susunlah fungsi-fungsi kendala berdasarkan data yang diketahui di atas (10 points)
 - c) Ubahlah bentuk fungsi-fungsi kendala pada soal 2b) di atas menjadi bentuk standar $AX \leq B$ (10 points)
 - d) Dengan menggunakan metode grafis, tentukan distribusi yang optimal dari ketiga pembangkit di atas ke dua wilayah! (15 points)
 - e) Jika persoalan di atas akan diselesaikan dengan program *linprog* pada **MATLAB**, bagaimana caranya? Jelaskan! (5 point)
3. Di bawah ini adalah konfigurasi suatu jaringan TCP/IP. Jika akan dikirimkan paket data dari node A ke node B, tentukan route yang tercepat (10 points), dan berapa RTT-nya (10 points).?
Note: RTT = round-trip time, data RTT antar node dalam satuan ms, tidak perlu digambar ulang pada lembar jawaban.



MUH. NASARUDDIN R
D21116510

①.

3. menyusun Rute :

$$ACDB = 225$$

$$AGHJB = 235$$

$$AMNB = 185$$

$$AGEFDB = 120$$

$$AGKLJB = 225$$

$$AGEFIJ = 190$$

ditolak dari round trip time maka paket data akan lebih cepat sampai ketika melalui titik AGEFDB dengan RTT sebesar 120 ms

1. a. Dik : $j(z) = 10$

$$j(3) = 5$$

$$j(4) = 15$$

$$\Rightarrow ax^2 + bx + c$$

$$4a + 2b + c = 10 \Rightarrow c = 10 - 4a - 2b$$

$$9a + 3b + c = 5$$

$$16a + 4b + c = 15$$

Substitusi $c = 10 - 4a - 2b$ ke pers

$$9a + 3b + 10 - 4a - 2b = 5 \Rightarrow$$

$$5a + b + 10 = 5 \Rightarrow 5a + b = -5$$

$$16a + 4b + 10 - 4a - 2b = 15 \Rightarrow$$

$$12a + 2b + 10 = 15 \Rightarrow 12a + 2b = 5$$

$$\begin{array}{l|l} 5a + b = -5 & \times 2 \\ 12a + 2b = 5 & \times 1 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} 10a + 2b = -10 \\ 12a + 2b = 5 \end{array}$$

$$-2a = -15$$

$$a = 15/2$$

substitusi $a = 15/2$ ke pers

$$5a + b = -5$$

$$5(15/2) + b = -5$$

$$37.5 + b = -5 \Rightarrow b = -42.5$$

Substitusi a dan b

$$4a + 2b + c = 10$$

7,5

45/2

$$9a + 2b + c = 10$$

$$1(7,5) + 2(27,5) + c = 10$$

$$c = 10 - 1(7,5) - 2(27,5)$$

$$= 10 - 30 + 85$$

$$= 65$$

10

$$D. J(x) = 7,5x^2 - 42,5x + 65$$

$$x = \frac{-b}{a} = \frac{-(-42,5)}{7,5} = 5,66$$

03

$$C. J(x) = 7,5x^2 - 42,5x + 65$$

$$J(5,66) = 7,5(5,66)^2 - 42,5(5,66) + 65$$

$$= 7,5(32,111) - 42,5(5,66) + 65$$

$$= 240,83 - 240,83 + 65$$

$$= 65$$

04

2. Daya yang didistribusikan 3 pembangkit

Pembangkit	I	II	maximal	6000 Bekas penerak
A	x_1	x_2	1000	I = 1750
B	-	$1500 - x_2$	1100	II = 1500
C	$1750 - x_1$		1200	

a. Fungsi biaya

$$J(x) = CT + R$$

$$= 600x_1 + 500x_2 + 800(1750 - x_1) + 700(1500 - x_2)$$

$$= 600x_1 + 500x_2 + 1400.000 - 800x_1 + 1050.000 - 700x_2$$

$$J(x) = -200x_1 - 200x_2 + 2450.000$$

07

07

b. Fungsi kendala

$$x_1 + x_2 \leq 1000$$

$$1500 - x_2 \leq 1100 \Rightarrow x_2 \geq 400$$

$$-x_1 + 1750 \leq 1200 \Rightarrow x_1 \geq 550$$

1750 - 1200 = 550
1500 - 1100 = 400

06

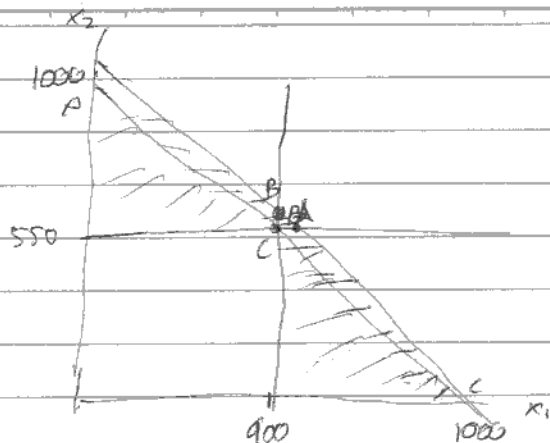
$$c. Ax \leq B \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \\ -1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 1000 \\ -400 \\ -550 \\ 1750 \\ 1500 \end{bmatrix}$$

X

08

d.



$$x_1 + x_2 \leq 1000$$

$$x_1 \leq 0 \Rightarrow x_2 \leq 1000$$

$$x_2 \leq 0 \Rightarrow x_1 \leq 1000$$

$$A : x_2 = 1000$$

$$x_1 = 0$$

$$C : x_2 = 0$$

$$x_1 = 1000$$

Bentuk titik A

$$x_1 + x_2 \leq 1000$$

$$x_2 \leq 900$$

$$x_1 \leq 1000 - 400$$

$$x_1 \leq 600$$

$$J(x) = -200x_1 - 200x_2 + 2450.000$$

$$= -200(600) - 200(400) + 2450.000$$

$$= 2250.000$$

untuk titik B

$$x_1 + x_2 \leq 1000$$

$$x_1 = 550$$

$$x_2 = 450$$

$$J(x) = -200(550) - 200(450) + 2450.000$$

$$= -200.000 + 2450.000$$

$$= 2250.000$$

titik C

$$x_1 = 550$$

$$x_2 = 400$$

$$J(x) = -200(550) - 200(400) + 2450.000$$

$$= -190.000 + 2450.000$$

$$= 2260.000$$

Jadi titik optimum pada titik A dengan nilai $x_1 = 550$, $x_2 = 400$ dengan nilai 2260.000

$$e. A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

ketik pada matlab perintah disamping

$$B = \begin{bmatrix} 1000 & -400 & -500 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -200 & -200 \end{bmatrix}$$

terus :

02

$$x = \text{linprog}(C, A, B)$$

Nama : Ema Robertho Nani

NIM : D41116311

78

1. Dik $f(2) = 10$

$$f(3) = 5$$

$$f(4) = 15$$

a. $f(x) = ax^2 + bx + c$

$$f(2) = 4a + 2b + c = 10 \quad \dots (1)$$

$$f(3) = 9a + 3b + c = 5 \quad \dots (2)$$

$$f(4) = 16a + 4b + c = 15 \quad \dots (3)$$

Persamaan 1 - Persamaan 2

$$4a + 2b + c = 10$$

$$9a + 3b + c = 5$$

$$-5a - b = 5$$

$$5a + b = -5 \quad \dots (4)$$

Persamaan 1 - Persamaan 3

$$4a + 2b + c = 10$$

$$16a + 4b + c = 15$$

$$-12a - 2b = -5$$

$$12a + 2b = 10 \quad \dots (5)$$

Persamaan 4 - Persamaan 5

$$5a + b = -5$$

$$12a + 2b = 10$$

$$-7a = -15$$

$$a = 7,5$$

Masukkan nilai a ke persamaan 4

$$5a + b = -5 \Rightarrow 5(7,5) + b = -5$$

$$b = -42,5$$

Masukkan nilai a dan b ke persamaan 1

$$4(7,5) + 2(-42,5) + c = 10$$

$$c = 10 + 55 = 65$$

Jadi, nilai $a = 7,5$; $b = -42,5$; dan $c = 65$

$$f(x) = 7,5x^2 - 42,5x + 65$$

b. $\frac{d}{dx} f(x) = 0 \Rightarrow 2ax + b = 0$

$$\bar{x} = -\frac{b}{2a} = \frac{-(-42,5)}{2(7,5)} = \frac{42,5}{15} = 2,833$$

Jadi, untuk $f(x)$ minimum nilai x nya adalah 2,833

$$\begin{aligned}
 C. J_{\min} &= J(2.833) = 7.5 (2.833)^2 + (-42.5)(2.833) + 65 \\
 &= 60.1941 - 120.4025 + 65 \\
 &= 4.7916
 \end{aligned}$$

30

2.

Wilayah Pembangkit	Kapasitas Max		Biaya Operasional
	I	II	
A	x_1	x_2	1000
B	-	$1500 - x_2$	1100
C	$1750 - x_1$	-	1200
Beban puncak	1750	1500	

a. Fungsi biaya

$$\begin{aligned}
 f(x) &= C^T x + R \\
 &= 600x_1 + 500x_2 + 800(1750 - x_1) \\
 &\quad + 700(1500 - x_2) \\
 &= 600x_1 + 500x_2 + 1400000 - 800x_1 \\
 &\quad + 1050000 - 700x_2 \\
 &= -200x_1 - 200x_2 + 2450000
 \end{aligned}$$

Wilayah Pembangkit	Biaya Operasional	
	I	II
A	600	500
B	-	700
C	800	-

b. Fungsi kendala

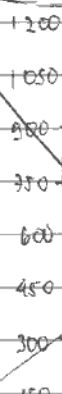
$$\begin{aligned}
 x_1 + x_2 &\leq 1000 \\
 1500 - x_2 &\leq 1100 &\Rightarrow -x_2 &\leq -400 &\Rightarrow x_2 &\geq 400 \\
 1750 - x_1 &\leq 1200 &\Rightarrow -x_1 &\leq -550 &\Rightarrow x_1 &\geq 550
 \end{aligned}$$

c. Bentuk standar $Ax \leq B$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 1000 \\ -400 \\ -550 \end{bmatrix}$$

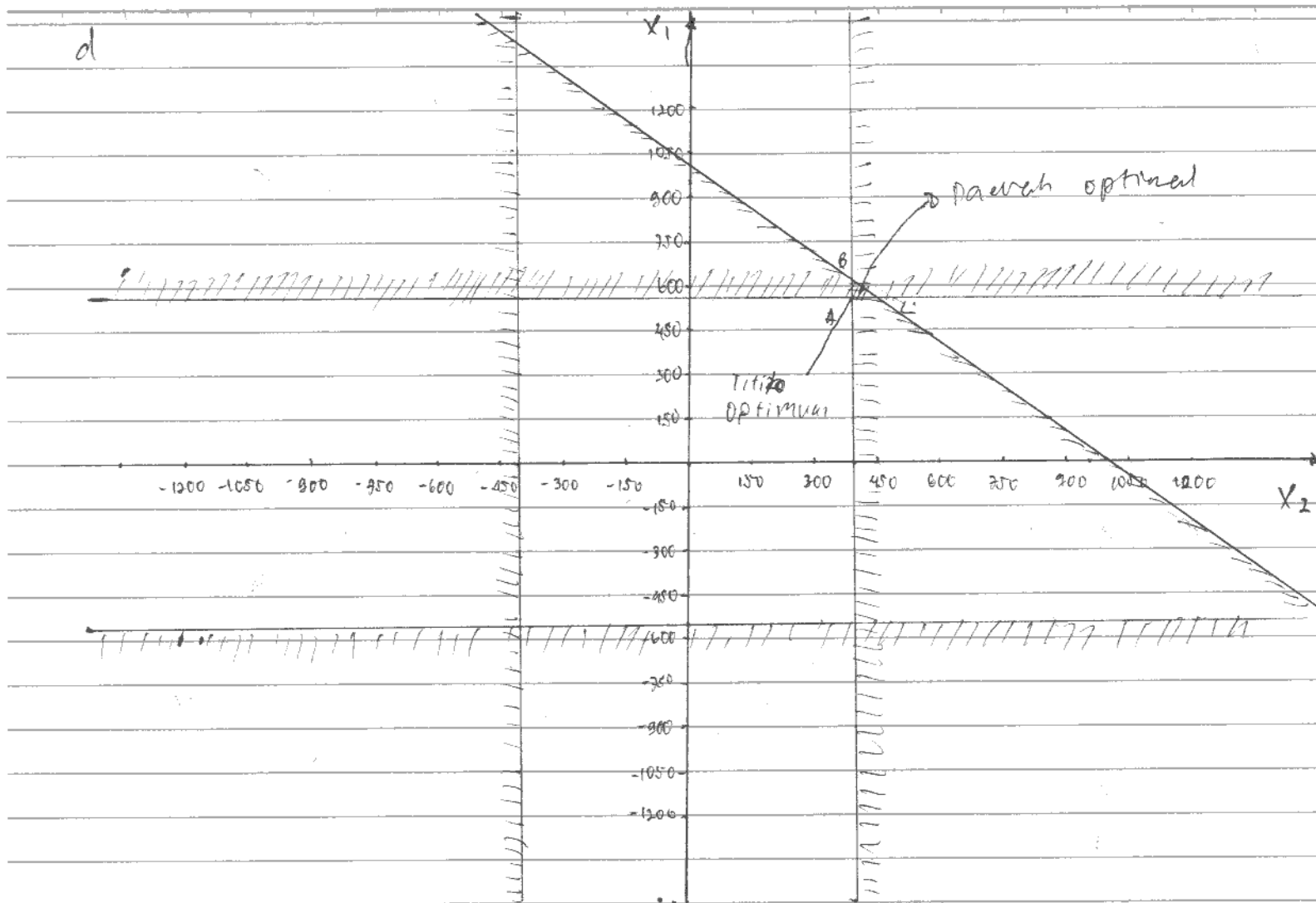
$$\begin{pmatrix} 1750 - x_1 \geq 1200 \\ 1500 - x_2 \geq 1100 \end{pmatrix}$$

d.



06

08



$$\begin{aligned}
 J(x) &= -200 x_1 - 200 x_2 + 2450000 \\
 &= -200 (550) - 200 (400) + 2450000 \\
 &= -110000 - 80000 + 2450000 \\
 &= 2260000
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J(x) &= -200 (600) - 200 (400) + 2450000 \\
 &= 2250000
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J(x) &= -200 (550) - 200 (450) + 2450000 \\
 &= 2250000
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1750 - x_1 + x_2 &= 1000 \Rightarrow x_1 = 550 \\
 1500 - x_2 &= 1100 \Rightarrow x_2 = 400 \\
 &\quad (550, 400)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x_1 + x_2 &= 1000 \\
 x_2 &= 400 \\
 x_1 &= 600 \quad (600, 400)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x_1 + x_2 &= 1000 \\
 x_1 &= 550 \\
 x_2 &= 450 \quad (550, 450)
 \end{aligned}$$

Jadi terdapat titik optimumnya $x_1 = 550$; $x_2 = 450$ atau $x_1 = 600$ dan $x_2 = 400$

dan garis BC
sepanjang

e. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} 1000 \\ -400 \\ -550 \end{bmatrix}$

$C = [-200 \quad -200]$

$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow B = [1000; -400; -550]$

$\Rightarrow C = [-200 \quad -200]$

$\Rightarrow \text{linprog}(C, A, B)$

02

3. ~~Rute~~ Rute dari A ke B

$A - G - H - I - J - B = 40 + 60 + 25 + 30 + 80 = 285$

$A - M - N - B = 25 + 120 + 40 = 185$

$A - M - K - L - I - J - B = 25 + 55 + 80 + 15 + 30 + 80 = 235$

$A - C - D - B = 25 + 100 + 50 = 225$

Jadi, rute tercepatnya adalah

A - M - N - B

RIT dari rute tercepat yaitu A - M - N - B adalah 185 ms

13

ada yg lebih cepat
Hanya 120 ms

Andi Bayu Restu Wardana Ardani

041116319

30/40/20 (90)

1. Dik. $J(2)=10$, $J(3)=5$, $J(4)=15$.

$$J(x) = ax^2 + bx + c$$

Ans.

Peng.

a. $J(2)=10$

$$\Rightarrow 10 = a(2)^2 + b(2) + c$$

$$\Rightarrow 10 = 4a + 2b + c \dots (1)$$

$J(4)=15$

$$\Rightarrow 15 = a(4)^2 + b(4) + c$$

$$\Rightarrow 15 = 16a + 4b + c \dots (3)$$

$J(3)=5$

$$\Rightarrow 5 = a(3)^2 + b(3) + c$$

$$\Rightarrow 5 = 9a + 3b + c \dots (2)$$

Eliminasi: c pada (1) dan (3)

$$15 = 16a + 4b + c$$

$$10 = 4a + 2b + c -$$

$$5 = 12a + 2b \dots (4)$$

Eliminasi: c pada (2) dan (3)

$$15 = 16a + 4b + c$$

$$5 = 9a + 3b + c -$$

$$10 = 7a + b \dots (5)$$

Eliminasi b pada (4) dan (5)

$$5 = 12a + 2b \quad | \times 1 | \quad 5 = 12a + 2b$$

$$10 = 7a + b \quad | \times 2 | \quad 20 = 14a + 2b -$$

$$15 = 2a$$

$$a = \frac{15}{2}$$

Subs. a pada (4)

$$5 = 12\left(\frac{15}{2}\right) + 2b$$

$$5 = 90 + 2b$$

$$5 - 90 = 2b$$

$$-85 = 2b$$

$$b = -\frac{85}{2}$$

Subs. a dan b pada (1)

$$10 = 4\left(\frac{15}{2}\right) + 2\left(-\frac{85}{2}\right) + c$$

$$10 = 30 - 85 + c$$

$$c = 10 + 85 - 30$$

$$c = 65$$

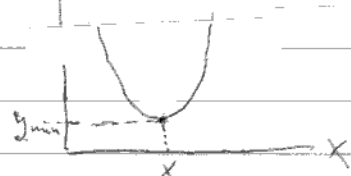
b. dari bagian a diperoleh $J(x) = \frac{15}{2}x^2 - \frac{85}{2}x + 65$

Karena nilai $a > 0$ maka bentuk kurva dari fungsi berupa parabola terbuka ke atas.

untuk $J(x)$ minimum maka $x = \frac{-b}{2a}$

$$x = \frac{-(-\frac{85}{2})}{2(\frac{15}{2})} = \frac{85}{30}$$

$dJ(x)$



c. ~~$J(x) = \frac{15}{2}x^2 - \frac{85}{2}x$~~

c. $J(x) = \frac{15}{2}x^2 - \frac{85}{2}x + 65$

$J\left(\frac{85}{30}\right) = \frac{15}{2}\left(\frac{85}{30}\right)^2 - \frac{85}{2}\left(\frac{85}{30}\right) + 65$

$J\left(\frac{85}{30}\right) = 4,791667$

10

2. Pembangkit	Kapasitas Max (P_x)	Biaya Operasional	
		I	II
A	1000	600	500
B	1100	-	700
C	1200	800	-
Beban puncak (Q_x)		1750	1500

Jawab.

Dengan dua pembangkit daya maka

Pembangkit	I	II	P
A	x_1	x_2	1000
B	-	$1500 - x_2$	1100
C	$1750 - x_1$	-	1200

a. Fungsi biaya dengan 2 pembangkit

$J(x) = C^T x + R$

$= 600x_1 + 500x_2 + 700(1500 - x_2) + 800(1750 - x_1)$

$= 600x_1 + 500x_2 + 1050.000 - 700x_2 + 1400.000 - 800x_1$

$J(x) = -(200x_1 + 200x_2) + 2450.000$

$J(x) = -200x_1 - 200x_2 + 2450.000$

10

$C^T = \begin{bmatrix} -200 & -200 \end{bmatrix}$; $R = 2450.000$

b. fungsi kendala

$x_1 + x_2 \leq 1000$

$1500 - x_2 \leq 1100$

$-x_2 \leq -400$

$$1750 - x_1 \leq 1200$$

$$-x_1 \leq 1200 - 1750$$

$$-x_1 \leq -550$$

$$x_1 \geq 550$$

06

$$c. A x \leq B$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1000 \\ -400 \\ -550 \end{bmatrix}$$

$$1500 - x_2 \geq 0$$

$$1750 - x_1 \geq 0$$

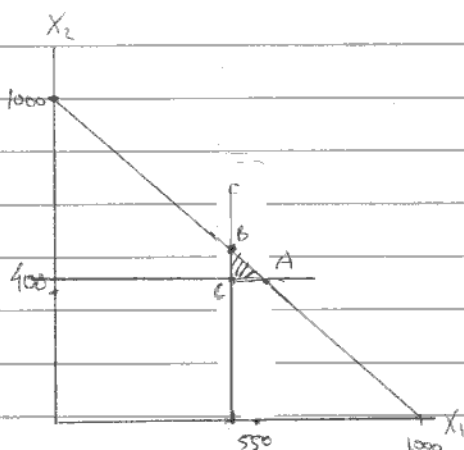
$$A x \leq B$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 1000 \\ -400 \\ -550 \end{bmatrix}$$

$$d. x_1 + x_2 \leq 1000$$

$$\text{misal } x_1 = 0, x_2 \leq 1000$$

$$\text{misal } x_2 = 0, x_1 \leq 1000$$



misal titik A

$$x_1 + x_2 = 1000$$

$$x_2 = 400$$

$$\Rightarrow x_1 + 400 = 1000$$

$$x_1 = 1000 - 400$$

$$x_1 = 600$$

$$J(x) = -(200x_1 + 200x_2) + 2450.000$$

$$= -(200(600) + 200(400)) + 2450.000$$

misal titik B

$$x_1 + x_2 = 1000$$

$$x_1 = 550$$

$$\Rightarrow 550 + x_2 = 1000$$

$$x_2 = 1000 - 550$$

$$x_2 = 450$$

$$J(x) = -(200(550) + 200(450)) + 2450.000$$

$$= -200.000 + 2450.000$$

$$= 2250.000$$

misal titik C

$$x_1 = 550$$

$$x_2 = 400$$

$$J(x) = -(200(550) + 200(400)) + 2450.000$$

$$= -190.000 + 2450.000$$

$$= 2260.000$$

Jadi, nilai optimum pada pembangkit

adalah 2250.000

3. Jadi Pada ~~konfig~~ gambar konfigurasi jaringan TCP/IP, jika diterimakan paket data dari node A ke node B, Dari gambar diperoleh route tercepat yaitu

A - G - E - F - D - B

dengan RTT yaitu $40 + 5 + 15 + 10 + 50 = 120 \text{ ms}$

(20)

2. e. Cara menggunakan linprog pada Matlab

- Pertama, menentukan A dan B yang diperoleh dari ~~mat~~ fungsi kendala dan matrik C yang diperoleh dari fungsi biaya

- Selanjutnya, menggunakan perintah linprog pada Matlab, dengan mengetik

$$X = \text{linprog}(C, A, B)$$

- Menggunakan perintah, sehingga diperoleh nilai optimum x_1 dan x_2 pada distribusi pembangkit

Contoh:

$$\gg A = [1 \ 1; 0 \ -1; -1 \ 0]$$

A =

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\gg B = [1000; -400; -550]$$

B =

$$\begin{bmatrix} 1000 \\ -400 \\ -550 \end{bmatrix}$$

$$\gg C = [-200 \ -200]$$

C =

$$\begin{bmatrix} -200 & -200 \end{bmatrix}$$

$$\gg x = \text{linprog}(C, A, B)$$

X =

Matrik A & B yang diperoleh dari fungsi kendala:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 1000 \\ -400 \\ -550 \end{bmatrix}$$

Matrik C yang diperoleh dari fungsi biaya:

$$C = [-200 \ -200]$$

↓
kembali ke Tabel

(04)