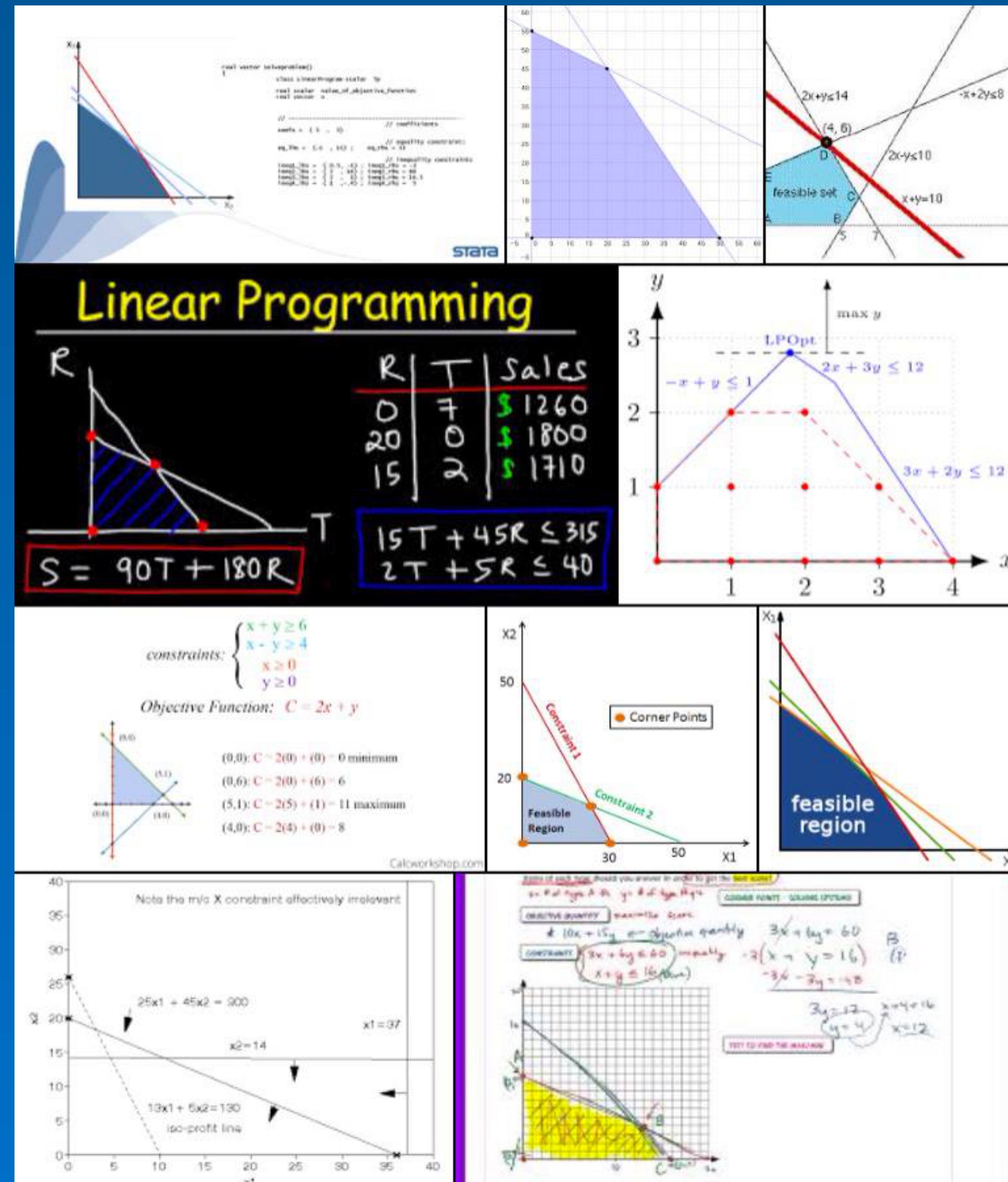
373D4122
SISTEM KENDALI OPTIMAL
MODUL 2 Pemrograman Linier
(LINEAR PROGRAMMING, LP)



(versi kuliah DARLING = semi-DARing semi-LurING)

Semester Akhir 2020-2021

MATERI PERKULIAHAN

- **Bagian 1**: ***Metode OPTIMISASI*** (Pekan 1 s/d 8 oleh RHZ)
- **Bagian 2**: ***Sistem Kendali OPTIMAL*** (Pekan 9 s/d 16 oleh EJA)

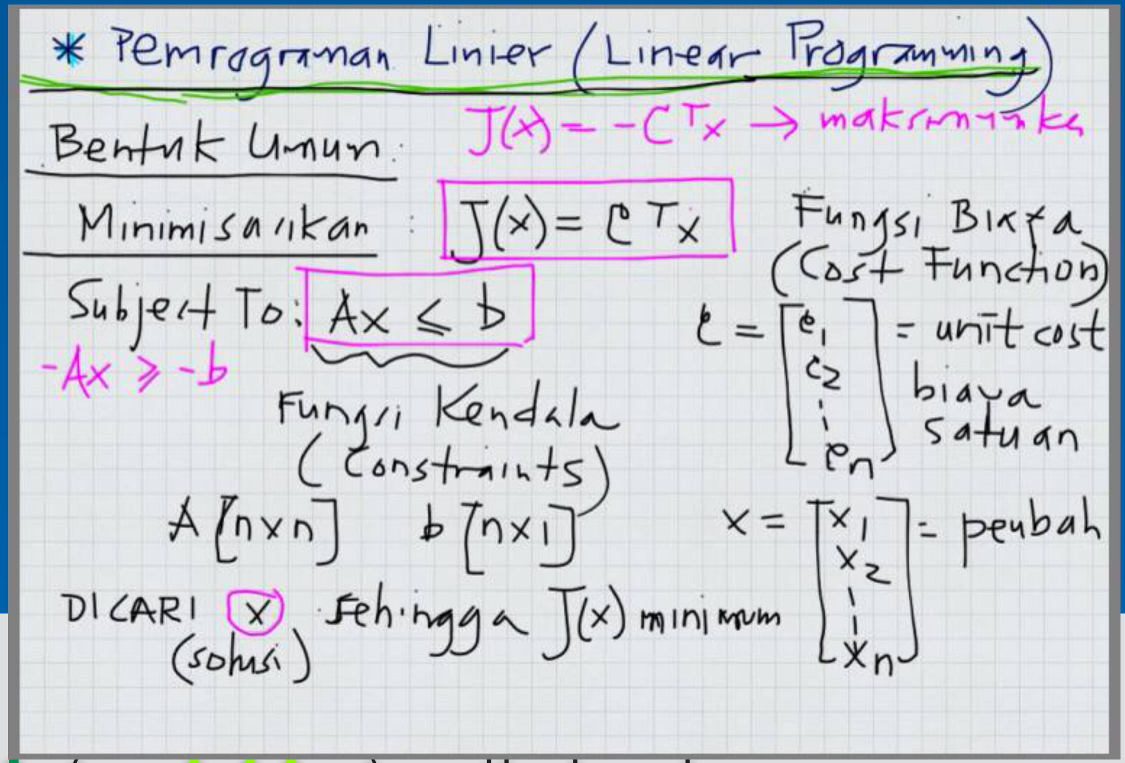
SUMBER PEMBELAJARAN

Website: ***https://web.unhas.ac.id/rhiza/arsip/kuliah/Sistem-Kendali-Optimal/***

Catatan Kuliah: ***https://web.unhas.ac.id/rhiza/arsip/kuliah/Sistem-Kendali-Optimal/Catatan_Kuliah_SKO_Part_1_OPTIMISASI.pdf***

BENTUK UMUM Pemrograman Linier

MINIMISASI Fungsi BIAYA
(*Cost Function*) $J(x) = C^T x$
Fungsi KENDALA
(*Constraints*) $Ax \leq b$



dengan:

x = **vektor** kolom $[n \times 1]$: $[x_1\ x_2\ x_3 \ldots\ldots x_n]^T$ **n peubah** (*variables*) optimisasi

C = **vektor** kolom $[n \times 1]$: $[c_1\ c_2\ c_3 \ldots\ldots c_n]^T$ **biaya satuan** (*unit costs*)

sehingga: $\boxed{J(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + c_nx_n}$

A = **matrix** $[m \times n]$

b = **vektor** kolom $[m \times 1]$: $[b_1\ b_2\ b_3 \ldots\ldots b_m]^T$

Kasus Khusus:

★ **BIAYA = KERUGIAN/PENALTI**

★ **MAKSIMISASI KINERJA/KEUNTUNGAN ==> Index Kinerja (*PERFORMANCE INDEX*) atau Fungsi Tujuan (*OBJECTIVE FUNCTION*):** $J'(x) = -C^T x$

★ **Fungsi Kendala** $Ax \geq b$ diubah menjadi $-Ax \leq -b$

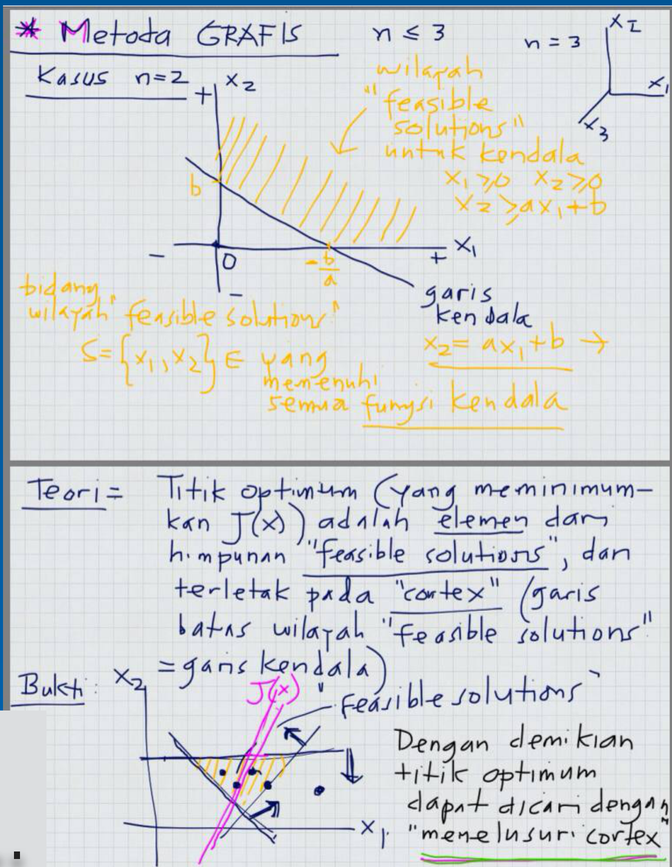
(Wilayah) Feasible Solutions

MINIMISASI Fungsi BIAYA

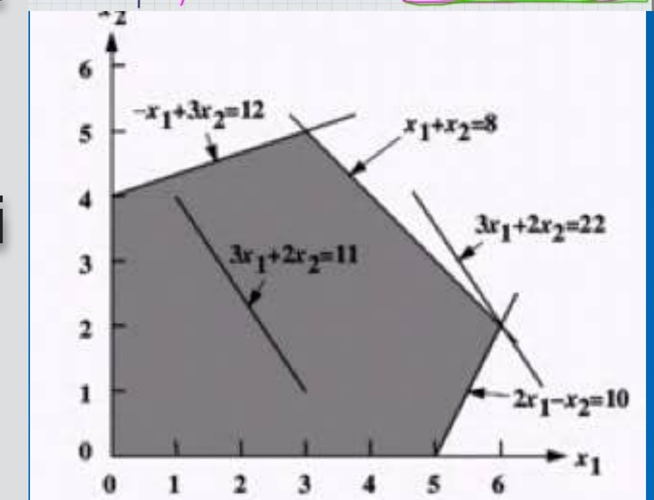
(***Cost Function***) **$J(x) = C^T x$**

Fungsi KENDALA

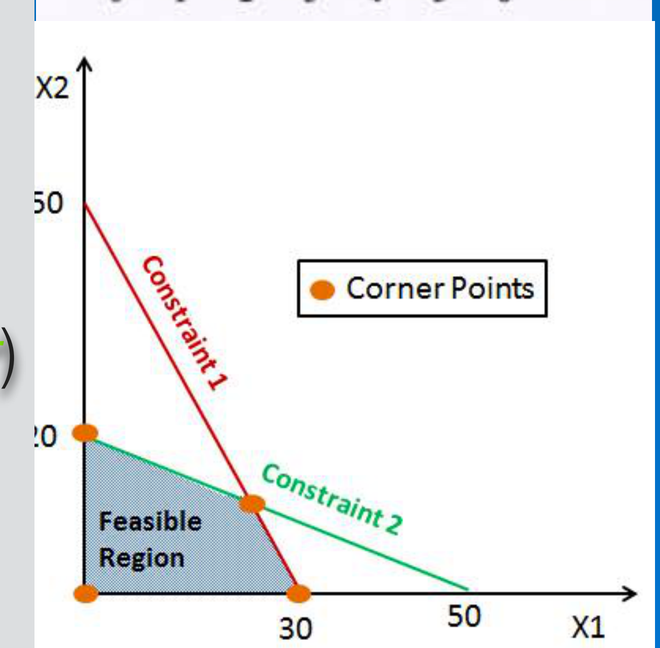
(***Constraints***) **$Ax \leq b$**



Fungsi KENDALA **$Ax \leq b$** bersama dengan syarat batas **{ x_1, x_2 , x_3 , …. x_n } $\geq$ 0** membentuk suatu **wilayah solusi** yang **layak** (***feasible solutions region***). Untuk **n = 2** wilayah ini berbentuk **bidang**, semua titik dalam wilayah tersebut layak menjadi solusi. Untuk **n = 3**, wilayah ini berbentuk **ruang**, sedangkan untuk **n > 3** tidak lagi bisa digambarkan secara grafis.



Batas2 wilayah *feasible solutions* (berbentuk **garis** untuk **n = 2**, berbentuk **bidang** untuk **n = 3**) disebut ***cortex*** (*singular*) atau ***cortices*** (*plural*). **Solusi Optimum J_{min}** untuk masalah pemrograman linier biasanya ada pada **pertemuan *cortices*,** yang disebut **vertex** (*singular*) atau **vertices** (*plural*). Metode mencari solusi optimum dilakukan dengan **menelusuri *cortices***, yang disebut metode **SIMPLEX**.



CONTOH Pemrograman Linier:

JALANGKOTE dan ROTI MAROS

MINIMISASI Fungsi BIAYA

(*Cost Function*) $J(x) = C^T x$

Fungsi KENDALA

(*Constraints*) $Ax \leq b$

Karena ini masalah **MAKSIMISASI** keuntungan, supaya tetap memenuhi bentuk umum, yaitu: **MINIMISASI Fungsi BIAYA** $J(x) = C^T x$, maka:

x = **vektor** kolom [2 x 1]: $[x_1\ x_2]^T$ **2 peubah**

C = **vektor** kolom [2 x 1]: $-[P\ \ Q]^T$ **biaya satuan**

sehingga: $J(x) = -Px_1 - Qx_2$

A = **matrix** [2 x 2]: $\begin{bmatrix} m_1 & m_2 \\ n_1 & n_2 \end{bmatrix}$

b = **vektor** kolom [2 x 1]: $[M\ \ N]^T$

* Jalangkote dan Roti Maros

Misalnya x_1 : jumlah Jalangkote yang terjual
x_2 : jumlah Roti Maros yang terjual

Keuntungan : $J(x) = Px_1 + Qx_2 \leftarrow$

Kendala bahan : Telur : M butir
Tepung : N kg

untuk Jalangkote : m_1 telur + n_1 kg tepung
—"— Roti Maros m_2 telur + n_2 kg tepung

$$\left.\begin{aligned} m_1x_1 + m_2x_2 &\leq M \\ n_1x_1 + n_2x_2 &\leq N \end{aligned}\right\} \underbrace{\begin{bmatrix} m_1 & m_2 \\ n_1 & n_2 \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}}_{x} \leq \underbrace{\begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix}}_{b}$$

Minimisasi

$$J(x) = \overbrace{-[P\ \ Q]}^{C^T} \overbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}}^{x}$$

CONTOH Pemrograman Linier:

COTO dan SOP SAUDARA

MINIMISASI Fungsi BIAYA

(*Cost Function*) $J(x) = C^T x$

Fungsi KENDALA

(*Constraints*) $Ax \leq b$

MINIMISASI Fungsi BIAYA $J(x) = C^T x$,

x = **vektor** kolom [2 x 1]: $[x_1 \;\; x_2]^T$,

C = **vektor** kolom [2 x 1]: $[P \;\; Q]^T$,

sehingga: $J(x) = Px_1 + Qx_2$

A = **matrix** [4 x 2]: $\begin{bmatrix} -k_1 & -k_2 \\ -p_1 & -p_2 \\ l_1 & l_2 \\ P & Q \end{bmatrix}$

b = **vektor** kolom [4 x 1]: $[-K \;\; -P \;\; L \;\; R]^T$

* Coto dan Sop Saudara

Dalam 1 pekan meng-konsumsi:

x_1 porsi SOP Saudara

x_2 porsi Coto

dengan biaya: $J(x) = Px_1 + Qx_2$ yang seminimum mungkin:

Kendala:
- karbohidrat : K (minimum)
- protein P (minimum)
- lemak L (maximum)
- dana R (maximum)

Fungsi Kendala: $k_1x_1 + k_2x_2 \geq K$

$-k_1x_1 - k_2x_2 \leq -K$

(karbohidrat)

protein: $p_1x_1 + p_2x_2 \geq P$

$-p_1x_1 - p_2x_2 \leq -P$

lemak $l_1x_1 + l_2x_2 \leq L$

dana: $Px_1 + Qx_2 \leq R$

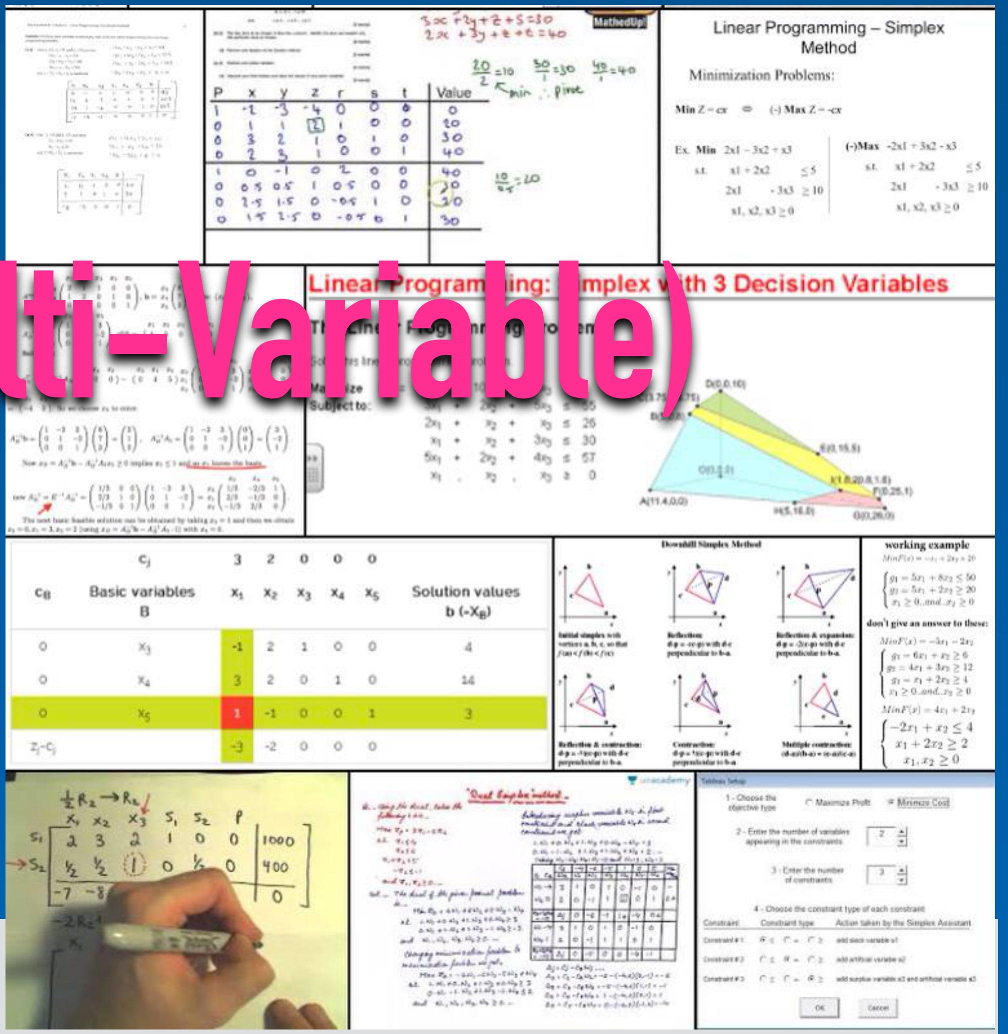
Minimisasi $J(x) = Px_1 + Qx_2 = \underbrace{[P \;\; Q]}_{C^T} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}}_{x}$

Subject To $\underbrace{\begin{bmatrix} -k_1 & -k_2 \\ -p_1 & -p_2 \\ l_1 & l_2 \\ P & Q \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}}_{x} \leq \underbrace{\begin{bmatrix} -K \\ -P \\ L \\ R \end{bmatrix}}_{b}$

TUGAS 2
(PEMROGRAMAN LINIER 2 Peubah, Metode Grafis)

- Dari kasus2 "**Jalangkote dan Roti Maros**" dan "**Coto dan Sop Saudara**" tentukan angka2 yang "wajar dan masuk akal" untuk vektor **C** dan **b** serta matrix **A**
- Pada salib-sumbu {sumbu mendatar = x_1, sumbu tegak = x_2} gambarkan wilayah "***feasible solutions***" masing2 untuk kedua kasus di atas
- Dari gambar wilayah "***feasible solutions***" di atas, tentukan {x_1, x_2, $J(x_1,x_2)$} yang merupakan solusi **OPTIMUM** dari kedua kasus di atas.

PEMROGRAMAN LINIER dengan Peubah Banyak (Multi-Variable)



MINIMISASI Fungsi BIAYA

(*Cost Function*) $J(x) = C^T x$

Fungsi KENDALA

(*Constraints*) $Ax \leq b$

dengan:

x = **vektor** kolom [$n \times 1$]: $[x_1\ x_2\ x_3 \ldots\ldots x_n]^T$ **n peubah** (*variables*) optimisasi

C = **vektor** kolom [$n \times 1$]: $[c_1\ c_2\ c_3 \ldots\ldots c_n]^T$ **biaya satuan** (*unit costs*)

sehingga: $\boxed{J(x) = c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + c_n x_n}$

A = **matrix** [$m \times n$]

b = **vektor** kolom [$m \times 1$]: $[b_1\ b_2\ b_3 \ldots\ldots b_m]^T$

$\boxed{\{m\ ,\ n\} \geq 2}$

TUGAS MANDIRI (TIDAK Dikumpul, PELAJARI saja):

- *Google Search*: "***SIMPLEX METHOD***"
- **MATLAB**: *Command Window*: >>> `help linprog`

CONTOH Pemrograman Linier dengan Peubah Banyak:

Wilayah Distribusi Kelistrikan

Misalkan ada 5 Pembangkit, dengan kapasitas maximum, masing:
Pembangkit A = P_1 MW
B = P_2 MW
C = P_3 MW
D = P_4 MW
E = P_5 MW
Total P MW

Ada 4 wilayah Distribusi, dengan beban puncaknya: Wilayah I = Q_1 MW
II = Q_2 MW
III = Q_3 MW
IV = Q_4 MW
Total = Q MW

$\boxed{P >> Q}$

MINIMISASI Fungsi BIAYA

(*Cost Function*) $J(x) = C^T x + K$

Fungsi KENDALA

(*Constraints*) $Ax \leq b$

$\boxed{\{m\ ,\ n\} \geq 2}$

Matrix Distribusi Beban:

Wilayah Pembangkit	I	II	III	IV	Kendala Kapasitas
A	x_1	–	x_2	x_3	$\leq P_1$
B	–	x_4	–	x_5	$\leq P_2$
C	x_6	x_7	x_8	x_9	$\leq P_3$
D	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	$\leq P_4$
E	E_1	E_2	E_3	E_4	$\leq P_5$

$E_1 = Q_1 - x_1 - x_6 - x_{10}$
$E_2 = Q_2 - x_4 - x_7 - x_{11}$
$E_3 = Q_3 - x_2 - x_8 - x_{12}$
$E_4 = Q_4 - x_3 - x_5 - x_9 - x_{13}$

Kendala:
$x_1, \ldots, x_{13} \geq 0 \rightarrow$
$E_1 \ldots E_4 \geq 0 \rightarrow$

$\boxed{\begin{matrix} A = [22 \times 13] \\ b = [22 \times 1] \end{matrix}}$

$x = \{x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots, x_{13}\}$
$n = 13$

$m = 22$
$n = 13$

dengan:

x = **vektor** kolom [**13 x 1**]: $[x_1\ x_2\ x_3 \ldots\ldots x_{13}]^T$ **n peubah** (***variables***) optimisasi

C = **vektor** kolom [**13 x 1**]: $[c_1\ c_2\ c_3 \ldots\ldots c_{13}]^T$ **biaya satuan** (***unit costs***)

sehingga: $\boxed{J(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \ldots\ldots + c_{13}x_{13} + K}$

A = **matrix** [**m x n**]

b = **vektor** kolom [**m x 1**]: $[b_1\ b_2\ b_3 \ldots\ldots b_{22}]^T$

CONTOH Pemrograman Linier dengan Peubah Banyak:
Wilayah Distribusi PLN (lanjutan)

MINIMISASI Fungsi BIAYA

(*Cost Function*) $J'(x) = C'^{T}x$

Fungsi KENDALA

(*Constraints*) $Ax \leq b$

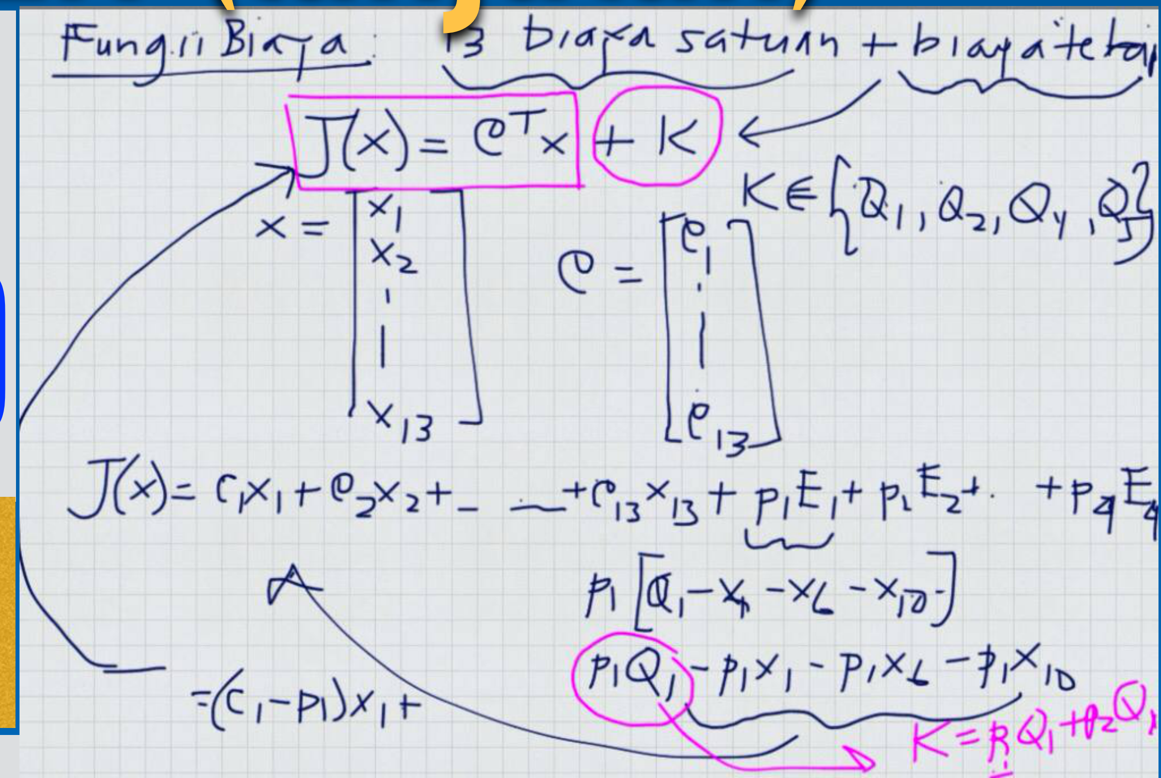
$\boxed{\{m\ ,\ n\} \geq 2}$

$x = \{x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots\ldots, x_{13}\}$

$n = 13$

$m = 22$

$n = 13$



dengan:

$J(x) = \boxed{C'^{T}x} + K = \boxed{c_1'x_1 + c_2'x_2 + c_3'x_3 + \ldots\ldots\ldots + c_{13}'x_{13}} + K$

K = "*fixed cost*" $= p_1Q_1 + p_2Q_2 + p_3Q_3 + p_4Q_4$

b = **vektor** kolom [22×1]: $[b_1\ b_2\ b_3 \ldots\ldots b_{22}]^T$

22 Fungsi KENDALA: **5** kendala **KAPASITAS PEMBANGKIT** (**P1** s/d **P5**), **13** kendala **ALIRAN DAYA POSITIF** (x_1 s/d $x_{13} \geq 0$) dan **4** kendala **BEBAN PUNCAK** (**Q1** s/d **Q4**) yang harus dilayani.

TUGAS 3
(PEMROGRAMAN LINIER n Peubah, Metode Simplex MATLAB)

- Kerjakan kembali Tugas 2 kasus2 "**Jalangkote dan Roti Maros**" dan "**Coto dan Sop Saudara**" dengan menggunakan perintah "***linprog***" pada **MATLAB**. Pelajari penggunaan "***linprog***" dengan seksama.
- Susunlah suatu Matrix Distribusi Kelistrikan dari beberapa wilayah dengan sumber tenaga listrik dari beberapa pembangkit sehingga diperoleh jumlah peubah **n $\geq$ 7**. Tentukanlah dari matrix tersebut vektor **C**, **C'** dan **b** serta matrix **A** dan "***fixed cost***" **K**, sehingga tersusun menjadi bentuk umum **PEMROGRAMAN LINIER** dengan **n** peubah.
- Carilah distribusi tenaga listrik yang **OPTIMUM** (biaya minimum) dengan menggunakan perintah "***linprog***" pada **MATLAB**.

SUMBER MATERI AJAR

- **ON-LINE**: *https://web.unhas.ac.id/rhiza/arsip/kuliah/Sistem-Kendali-Optimal/*

Index of /rhiza/arsip/kuliah/Sistem-Kendali-Optimal

Name	Last modified	Size	Description
Parent Directory		-	
458D432 Sistem Kendali Optimal.doc	27-Mar-2008 11:21	64K	
458D432 Sistem Kendali Optimal.pdf	19-Sep-2013 22:32	54K	
458D432_Sistem_Kendali_Optimal.pdf	07-Oct-2019 23:19	52K	
Catatan_Kuliah_2020/	27-Feb-2020 22:03	-	
Catatan_Kuliah_SKO_Part_1_OPTIMISASI.pdf	08-Oct-2019 00:53	20M	
[illegible]	08-Oct-2019 01:00	-	
JADWAL_AKHIR_SEMESTER_Sem_II_2017-2018.ods	08-May-2018 10:41	13K	
Jadwal_Akhir_Semester_SEM_II_2017-2018.odt	08-May-2018 10:40	29K	
Jadwal_Akhir_Semester_SEM_II_2017-2018.pdf	08-May-2018 10:40	37K	
Mode_DARLING_2021/	14-Feb-2021 08:57	-	
SKO-1.JPG	19-Sep-2013 22:35	242K	
SKO-2.JPG	19-Sep-2013 22:35	257K	
Sampul_Catatan_Kuliah_SISTEM_KENDALI_OPTIMAL.pdf	07-Oct-2019 23:23	17K	
catatan_kuliah_2017/	20-May-2017 23:36	-	
catatan_kuliah_2018/	08-May-2018 11:00	-	
dokumentasi/	20-May-2017 23:11	-	
soal-soal/	21-May-2019 11:54	-	
tugas-tugas/	08-Oct-2019 01:00	-	

- **Buku Ajar**:
  1. **Ogata**, Katsuhiko, "Modern Control Engineering", Prentice Hall of India, New Delhi, atau terjemahannya (jilid 2) terbitan Penerbit Erlangga, Jakarta
  2. **Fletcher**, R., "Practical Methods of Optimization", John Wiley & Sons, Chichester, NY.
  3. **Athans**, Michael and Peter L. **Falb**, "Optimal Control", McGraw-Hill Book Company, NY.

2 (DUA) BAGIAN MATERI KULIAH:

- **Bagian 1**: ***Metode OPTIMISASI*** (Pekan 1 s/d 8 oleh RHZ)

- **Bagian 2**: ***Sistem KENDALI OPTIMAL*** (Pekan 9 s/d 16 oleh EJA)

- **Buku Ajar**:
  1. **Ogata**, Katsuhiko, "Modern Control Engineering", Prentice Hall of India, New Delhi, atau terjemahannya (jilid 2) terbitan Penerbit Erlangga, Jakarta
  2. **Fletcher**, R., "Practical Methods of Optimization", John Wiley & Sons, Chichester, NY.
  3. **Athans**, Michael and Peter L. **Falb**, "Optimal Control", McGraw-Hill Book Company, NY.

MODUL PEMBELAJARAN

- **Bagian 1**: *Metode OPTIMISASI* (Pekan 1 s/d 8 oleh RHZ)

- **MODUL 0: PENGANTAR KULIAH**
- **MODUL 1: Pengenalan Metode OPTIMISASI**
- **MODUL 2: Pemrograman Linier**
- **MODUL 3: *Routing***
- **MODUL 4: *Searching***

TUGAS-TUGAS → **UJIAN FINAL**

SELAMAT BELAJAR

Semoga SUKSES meraih PRESTASI!