

Tugas Sistem Kendali Optimal



Disusun Oleh :

Sainal Abidin (D041181018)

Sri Wahyuni (D041181305)

Ihsan A Mansur (D041181503)

**Departemen Teknik Elektro
Fakultas Teknik
Universitas Hasanuddin
2021**

• Tugas I

0	10	e
1	6	$a + b + c + d + e$
2	3	$16a + 8b + 4c + 2d + e$
3	7	$64a + 27b + 9c + 3d + e$
4	12	$256a + 64b + 16c + 4d + e$

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 16 & 8 & 4 & 2 & 1 \\ 64 & 27 & 9 & 3 & 1 \\ 256 & 64 & 16 & 4 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 10 \\ 6 \\ 3 \\ 7 \\ 12 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,1304 \\ 1,413 \\ -2,8261 \\ -2,4565 \\ 10 \end{bmatrix}$$

$$J(k) = -0,1304 k^4 + 1,413 k^3 - 2,8261 k^2 - 2,4565 k + 10$$

$$J(0) = 10$$

$$J(1) = -0,1304 \cdot 1 + 1,413 \cdot 1 - 2,8261 \cdot 1 - 2,4565 \cdot 1 + 10 = 6$$

k	$J(k)$	$ak^2 + bk + c$	Error	Error ²
0	10	c	$c - 10$	$c^2 - 20c + 100$
1	6	$a + b + c$	$a + b + c - 6$	$a^2 + 2ab + 2ac - 12a + b^2 + 2bc - 12b + c^2 - 12c + 36$
2	3	$4a + 2b + c$	$4a + 2b + c - 3$	$16a^2 + 16ab + 8ac - 24a + 4b^2 + 4bc - 12b + c^2 - 6c + 9$
3	7	$9a + 3b + c$	$9a + 3b + c - 7$	$81a^2 + 54ab + 18ac - 126a + 9b^2 + 6bc - 42b + c^2 - 14c + 49$
4	12	$16a + 4b + c$	$16a + 4b + c - 12$	$256a^2 + 128ab + 32ac - 384a + 16b^2 + 8bc - 96b + c^2 - 24c + 144$

Tugas 2

Case 1. Jalangkote dan Roti maros

Mencari jumlah jalangkote dan roti maros yang akan dijual dengan harga Rp. 1000 untuk setiap jalangkote dan Rp. 3000 untuk setiap roti maros agar didapatkan keuntungan maksimal.

Fungsi Biaya :

$$J(x) = 1000x_1 + 3000x_2$$

$$X_1 = \text{Telur}$$

$$X_2 = \text{Tepung}$$

Fungsi Kendali :

Untuk membuat satu jalangkote dibutuhkan 1 telur dan 2 ons tepung sedangkan untuk membuat satu roti maros dibutuhkan 4 telur dan 2 ons tepung. Jumlah telur yang tersedia adalah 100 butir dan jumlah tepung yang tersedia adalah 120 ons.

$$X_1 + 4X_2 \leq 1000$$

$$2X_1 + 2X_2 \leq 120$$

$$X_1 \geq 0$$

$$X_2 \geq 0$$

- Dengan cara grafis
Persamaan dari kendala telur

$$X_1 + 4X_2 = 100$$

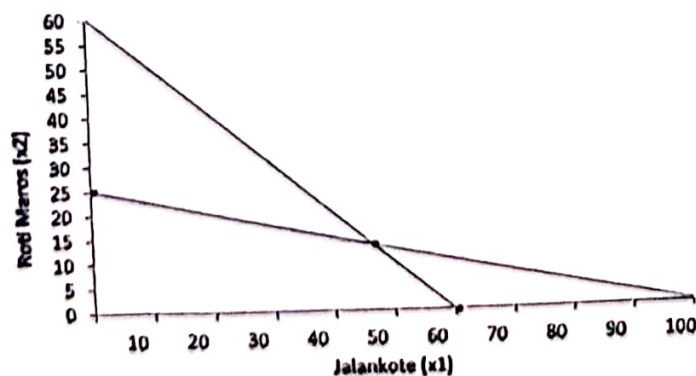
Jika $X_2 = 0$ maka $X_1 = 100/1 = 100$ dan jika $X_1 = 0$ maka $X_2 = 100/4 = 25$

Persamaan dari Kendala tepung

$$2X_1 + 2X_2 = 120$$

Jika $X_2 = 0$ maka $X_1 = 120/2 = 60$ dan jika $X_1 = 0$ maka $X_2 = 120/2 = 60$

Maka didapat Grafik perpotongan



Untuk titik A dengan $X_1 = 0$ dan $X_2 = 10$

$$J(x) = 1000 X_1 + 3000 X_2 = 1000(0) + 3000(25) = 75.000$$

Untuk titik C dengan $X_1 = 10$ dan $X_2 = 0$

$$J(x) = 1000 X_1 + 5000 X_2 = 1000(60) + 3000(0) = 60.000$$

Untuk titik B

$$\begin{array}{rcl} X_1 + 4X_2 & = & 100 \quad |*1 \\ 2X_1 + 2X_2 & = & 120 \quad |*1/2 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} X_1 + 4X_2 & = & 100 \\ X_1 + X_2 & = & 60 \\ \hline & - & \\ 3X_2 & = & 40 \\ X_2 & = & 13.333 \end{array}$$

Substitusi nilai X_2 ke salah satu persamaan

$$X_1 + 4X_2 = 100 \text{ maka } 4X_1 + 2(13.333) = 100 \text{ maka } X_1 = 18.333$$

Jika $X_1 = 6$ dan $X_2 = 9$

$$J(x) = 2000 X_1 + 5000 X_2 = 2000(6) + 5000(8) = 52.000 \text{ hasil yang Optimum}$$

Perhitungan Analitik dengan menggunakan Matlab

A =

$$\begin{array}{cc} 1 & 4 \\ 2 & 2 \end{array}$$

B =

$$\begin{array}{c} 100 \\ 200 \end{array}$$

C =

$$\begin{array}{cc} -1000 & -3000 \end{array}$$

Aeq =

$$\begin{array}{cc} 0 & 0 \end{array}$$

Beq =

$$\begin{array}{c} 0 \end{array}$$

Ib =

$$\begin{array}{cc} 0 & 0 \end{array}$$

Ub =

$$\begin{array}{cc} 100 & 120 \end{array}$$

>> linprog(C,A,B,aeq,beq,Ib,Ub)

Optimization terminated.

Ans =

46.6667

13.3333

Jawaban

Harus dibuat 46 jalangkote dan 13 roti maros agar mendapatkan keuntungan maksimal

Case 2. Coto dan Pallubasa

Mencari jumlah Coto dan pallubasa yang harus dikonsumsi dalam suatu periode dengan harga Rp. 12000 untuk setiap coto dan Rp. 20000 untuk setiap pallubasa agar didapatkan biaya minimal.

Fungsi Biaya:

$$J(x) = -12000X_1 - 20000X_2$$

$$X_1 = \text{coto}$$

$$X_2 = \text{Pallubasa}$$

Fungsi Kendala:

Untuk tercapai hidup yang sehat makan dibutuhkan 14 gram karbohidrat dan 12 gram protein serta mengonsumsi lemak kurang dari 18 gram. Dana yang tersedia hanya Rp. 120.000

Kandungan Gizi Coto:

- 2 gram karbohidrat
- 2 gram protein
- 3 gram lemak

Kandungan gizi pallubasa:

- 2 gram karbohidrat
- 3 gram protein
- 2 gram lemak

$$-2X_1 + -2X_2 \leq 14$$

$$-2X_1 + -3X_2 \leq 12$$

$$3X_1 + 2X_2 \leq 18$$

$$12X_1 + 20X_2 \leq 120$$

$$X_1 \geq 0$$

$$X_2 \geq 0$$

$$A =$$

$$\begin{array}{cc} -2 & -2 \\ -2 & -3 \\ 3 & 2 \\ 12 & 20 \end{array}$$

$$B =$$

$$\begin{array}{c} -14 \\ -12 \\ 18 \\ 120 \end{array}$$

$$C =$$

```
12000 20000
Aeq =
    0     0
```

```
Beq =
    0     0
```

```
lb =
    0     0
```

```
Ub =
    10    10
```

```
>> linprog(C,A,B,Aeq,Beq,lb,Ub)
```

Optimization terminated.

```
Ans =
    4.000
    3.000
```

Jawaban

Banyak porsi coto dan pallubasa yang harus dikonsumsi adalah sebanyak 3 porsi coto dan 3 porsi pallubasa.

Tugas 3

Karang suatu kasus PLN dengan 7 peubah yang mana dengan susunan:

*Fungsi biaya $J(x) = CT(x)$

*kendala $Ax \leq B$

Matrix Distribusi Beban

Wilayah Pembangkit	I	II	III	IV	Kendala Kapasitas
A	X_1	—	—	X_2	300
B	—	X_3	X_4	—	500
C	X_5	—	X_6	X_7	750
E	E_1	E_2	E_3	E_4	1550

Adapun beban Wilayah puncaknya yaitu I = 250, II = 300, III = 330, IV = 450, Q = beban, P = pembangkit

Pembangkit Wilayah $E = Q - X$ dengan $P > Q$

$$E = 2650 - (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7) \geq 0$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 \leq 1550$$

Wilayah Beban

Wilayah I

$$E_1 = Q_1 - (x_1 + x_5) \geq 0$$

$$E_1 = 450 - (x_1 + x_5) \geq 0$$

$$(x_1 + x_5) \leq 250$$

Wilayah II

$$E_2 = Q_2 - (x_3 + x_4) \geq 0$$

$$E_2 = 500 - (x_3) \geq 0$$

$$x_3 \leq 300$$

Wilayah III

$$E_3 = Q_3 - (x_4 + x_6) \geq 0$$

$$E_3 = 600 - (x_4 + x_6) \geq 0$$

$$(x_4 + x_6) \leq 330$$

Wilayah IV

$$E_4 = Q_4 - (x_2 + x_7) \geq 0$$

$$E_4 = 700 - (x_2 + x_7) \geq 0$$

$$(x_2 + x_7) \leq 450$$

$$x_1; x_2; x_3; x_4; x_5; x_6; x_7 \geq 0$$

Untuk matrix

A =

1	1	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0
0	0	0	0	1	1	1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	0	0	1
-1	0	0	0	0	0	0
0	-1	0	0	0	0	0
0	0	-1	0	0	0	0
0	0	0	-1	0	0	0
0	0	0	0	-1	0	0
0	0	0	0	0	-1	0
0	0	0	0	0	0	-1

B =

300
500
750
-1550
250
300
330
350
0
0
0
0
0
0
0

A =

1	1	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0
0	0	0	0	1	1	1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	0	0	1
-1	0	0	0	0	0	0
0	-1	0	0	0	0	0

X =

X1
X2
X3
X4
X5
X6
X7

B =

300
500
750
-1550
250
300
330
350
0
0

0	0	-1	0	0	0	0	0
0	0	0	-1	0	0	0	0
0	0	0	0	-1	0	0	0
0	0	0	0	0	-1	0	0
0	0	0	0	0	0	-1	0

Fungsi Biaya

$$J'(X) = CT x + K = CT nxn + Pn \cdot En$$

$$J'(X) = 400x_1 + 200x_5 + 300(250 - (x_1 + x_5)) + 650x_3 + 500(300 - (x_3)) + 150x_4 + 200x_6 + 750(330 - (x_4 + x_6)) + 2000x_2 + 2500x_7 + 1550(450 - (x_2 + x_7))$$

$$J'(X) = 100x_1 + 450x_2 + 50x_3 - 600x_4 - 100x_5 - 550x_6 + 950x_7 + 1170000$$

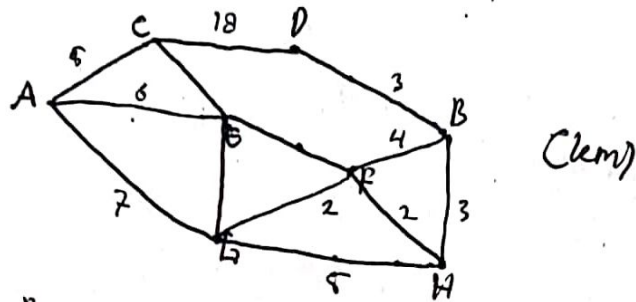
$$K = Rp\ 1,270,000,- (fixed\ cost)$$

$$J'(X) = J(X) + K = CT x + K$$

C_{tt} =	X =
100	x_1
450	x_2
50	x_3
-600	x_4
-100	x_5
-550	x_6
950	x_7

Routing

4. (a).



Route A-B

1. $ACDB = 18 \text{ km}$
2. $AEPB = 13 \text{ km}$
3. $AGHB = 15$
4. $AEPB = 13 \text{ km}$
5. $ABDB = 14 \text{ km}$
6. $AEPB = 13 \text{ km}$
7. $AGHB = 14 \text{ km}$

Indicated

Route B-A

1. $BDC A = 18$
2. $BPE A = 13$
3. $BHGA = 15$
4. $BFE A = 13$
5. $BDE A = 14$
6. $BPE A = 13$
7. $BHFE A = 14$

Indicated

4. (b).

4. (c).

	A	B	C	D
1		2	3	5
2	2		3	5
3	5	3	2	2
4	4	1	1	3

Jarak - Jarak terdekat

$$\begin{aligned} E \rightarrow A_1 &= 3 \\ A_2 &= 1 \\ A_3 &= 5 \\ A_4 &= 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_1 &= 3 & C_1 &= 6 & D_1 &= 9 \\ B_2 &= 0 & C_2 &= 2 & D_2 &= 3 \\ B_3 &= 2 & C_3 &= 4 & D_3 &= 1 \\ B_4 &= 3 & C_4 &= 9 & D_4 &= 9 \end{aligned}$$

$$\text{Total} = 74$$

$$\text{Jadi } E = \frac{74}{16} = 4,625$$

$$\begin{aligned} F \rightarrow A_1 &= 5 & B_1 &= 5 & C_1 &= 5 & D_1 &= 7 & F &= \frac{72}{16} = 4,5 \\ A_2 &= 3 & B_2 &= 2 & C_2 &= 0 & D_2 &= 1 \\ A_3 &= 7 & B_3 &= 3 & C_3 &= 2 & D_3 &= 4 \\ A_4 &= 12 & B_4 &= 5 & C_4 &= 3 & D_4 &= 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G \rightarrow A_1 &= 5 & B_1 &= 3 & C_1 &= 9 & D_1 &= 11 \\ A_2 &= 3 & B_2 &= 2 & C_2 &= 2 & D_2 &= 5 \\ A_3 &= 3 & B_3 &= 0 & C_3 &= 4 & D_3 &= 4 \\ A_4 &= 9 & B_4 &= 10 & C_4 &= 5 & D_4 &= 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H \rightarrow A_1 &= 7 & B_1 &= 7 & C_1 &= 7 & D_1 &= 9 & H &= \frac{69}{16} = 4,31 \\ A_2 &= 5 & B_2 &= 4 & C_2 &= 2 & D_2 &= 3 \\ A_3 &= 5 & B_3 &= 2 & C_3 &= 0 & D_3 &= 2 \\ A_4 &= 9 & B_4 &= 3 & C_4 &= 1 & D_4 &= 3 \end{aligned}$$

Jadi posisi terbaik adalah H yang berada pada titik C3 dengan jarak rata-rata = 4,31

Tugas 5

Mencari biaya Minimum Penembakan Meriam

Sebuah pelontar Meriam kapal membutuhkan sudut dan kecepatan awal tertentu untuk mencapai target dengan biaya paling minimum. Terdapat 3 parameter yang mempengaruhi biaya yaitu :

1. Biaya waktu tempuh peluru (P) dalam satuan rupiah/detik. Semakin lambat peluru mengenai sasaran maka akan semakin banyak biayanya (terkena penalty) biaya perdetik adalah 20 rupiah.
2. Biaya tinggi maksimum (Q) dengan satuan rupiah/m. untuk biaya per tinggi adalah 30 rupiah
3. Biaya kecepatan awal (R) dengan satuan rupiah/m/s. Semakin tinggi kecepatan sebuah peluru maka diperlukan biaya lebih mahal untuk bahan mesiu dan biaya per m/s adalah 40 rupiah.

Waktu tempuh sebuah peluru dirumuskan sebagai berikut:

$$ta = \frac{2 \sin \alpha}{g} \sqrt{\frac{gx}{\sin 2 \alpha}}$$

Tinggi maksimum saat Meriam dilontarkan dirumuskan :

$$h = \frac{x}{4} \tan \alpha$$

dan untuk kecepatan awal penembakan dirumuskan:

$$Vo = \sqrt{\frac{gx}{\sin 2 \alpha}}$$

Dimana g merupakan percepatan gravitasi sebesar 9.8 m/s^2 , x merupakan jarak target, dan α adalah sudut elevasi penembakan Meriam.

Maka fungsi biaya dari penembakan Meriam adalah sebagai berikut:

$$J(a) = Pta + Qh + RV0$$

$$J(a) = P \left(\frac{2 \sin \alpha}{g} \sqrt{\frac{gx}{\sin 2 \alpha}} \right) + Q \left(\frac{x}{4} \tan(\alpha) \right) + R \sqrt{\frac{gx}{\sin 2 \alpha}}$$

Mencari nilai V_0 dan α yang paling optimal (yang menghasilkan $J(a)$ minimum) untuk target dengan jarak yaitu 0.1 km, 0.5 km, 1 km, 1.5 km, dan 2 km. Juga dengan mengevaluasi seluruh sudut α yang memungkinkan yakni nilai α yang berada dalam rentang $0 < \alpha < 90$ derajat dengan menguji sudut tersebut maka diperoleh nilai paling sedikit. Seperti pada tabel berikut:

Jarak (km)	Sudut optimum (°)	V_0 (m/s)	J (Rupiah)
0.1	26.9	34.8548	1838.799639
0.5	19.4	88.44927	4977.688476
1	16.3	134.8991	7742.403
1.5	14.6	173.6247	10052.389
2	13.5	207.8292	12110.382

Dari data yang diperoleh dapat disimpulkan:

1. Semakin jauh target maka sudut elevasi optimum akan semakin kecil dan kecepatan awal peluru semakin besar.
2. Semakin besar sudut elevasi, biaya akan cenderung semakin meningkat untuk setiap jarak target