

Persamaan.
 $\det[\lambda I - A] = 0$
 disebut pers. karakteristik
 Jadi matrix A dan $\bar{A}$ mempunyai
 pers. karakteristik yg. sama!

$$\lambda^2 - \lambda - 1 = 0$$

berarti nilai eigen kedua

matrix itu sama

Kesimpulan.

Transformasi similaritas tidak mengubah
 pers. karakteristik dari matrix A,
 sehingga nilai eigen-nya tetap

Dari kesimpulan ini, dapat dipastikan
 bahwa untuk setiap matrix A dari
 model ruang keadaan dapat diperoleh
 matrix yang "similar" dalam format.

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \lambda_n \end{bmatrix}$$

dengan
 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n$
 adalah nilai eigen
 matrix A yaitu
 nilai eigen matrix
 $\bar{A}$ sendiri.

$$A^{-1}, A = I$$

$$\frac{1}{5} \cdot 5 = I$$

$$A^{-1} \cdot A = I$$

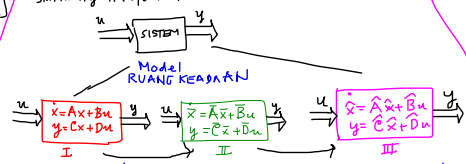
untuk matrix $\bar{A}$:

$$[\lambda I - \bar{A}] = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \lambda + \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \lambda - \frac{3}{2} \end{bmatrix} \rightarrow \det[\lambda I - \bar{A}] = (\lambda + \frac{1}{2})(\lambda - \frac{3}{2}) - \frac{1}{4}$$

$$= \lambda^2 - \lambda - 1 = 0$$

Contoh:
 Suatu sistem diwujudkan
 dengan model Ruang Keadaan
 $\dot{x} = Ax + Bu$ $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$
 $y = Cx + Du$ $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$ $D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$
 dengan matrix $T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ubahlah model
 sehingga peubah Keadaannya
 $\bar{x} = Tx$
 Matrix T invertible $\det(T) = 2 \neq 0$
 $T^{-1} = \frac{adj(T)}{|T|} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$
 $\bar{A} = TAT^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$
 $\bar{B} = TB = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$
 $\bar{C} = CT^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \end{bmatrix}$
 $\bar{D} = DT = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$



Dan sistem yang sama dapat disusun banyak
 model Ruang Keadaan yang berbeda-beda,
 tapi sesungguhnya sama (SIMILAR),
 tergantung pada pemilihan peubah keadaan,
 $x, \bar{x}, \hat{x}$, diti

Transformasi dari model I ke model II,
 ke model III dst dengan mengubah
 peubah keadaan $x \rightarrow \bar{x} \rightarrow \hat{x} \rightarrow \dots$
 disebut Transformasi Similaritas.

Misalnya, Model $\dot{x} = Ax + Bu$
 $y = Cx + Du$
 akan diubah menjadi.

Model $\dot{\bar{x}} = \bar{A}\bar{x} + \bar{B}u$
 $y = \bar{C}\bar{x} + \bar{D}u$

dengan $\bar{x} = Tx$, T suatu matrix yang invertible
 dengan inverse T^{-1}

Note! Matrix yang punya inverse!

- * Determinan-nya $\neq 0$
- * Baris/kolom bebas linier
- * Non-singular.

$$T\dot{\bar{x}} = \bar{A}Tx + \bar{B}u$$

$$y = \bar{C}Tx + \bar{D}u$$

$$T^{-1}T\dot{\bar{x}} = T^{-1}\bar{A}Tx + T^{-1}\bar{B}u$$

$$\dot{x} = T^{-1}\bar{A}Tx + T^{-1}\bar{B}u = Ax + Bu \rightarrow$$

$$\begin{aligned} T^{-1}\bar{A}T &= A \\ T^{-1}\bar{B} &= B \end{aligned}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \bar{A} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

Nilai eigen λ dapat diperoleh
 dari: $|\lambda I - A| = 0$

Untuk matrix A.

$$\lambda I - A = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \lambda & -1 \\ -1 & \lambda - 1 \end{bmatrix}$$

$$\det[\lambda I - A]$$

$$= \lambda(\lambda - 1) - 1$$

$$= \lambda^2 - \lambda - 1 = 0$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$T^{-1}\bar{A}T = A$$

$$TT^{-1}\bar{A}TT^{-1} = TAT^{-1}$$

$$\bar{A} = TAT^{-1}$$

$$T^{-1}\bar{B} = B$$

$$TT^{-1}\bar{B} = TB$$

$$\bar{B} = TB$$

$$\bar{C}T = C \rightarrow \bar{C}TT^{-1} = CT^{-1}$$

$$\bar{C} = CT^{-1}$$

$$\bar{C}T = C$$

$$\bar{D} = D$$

$$y = \bar{C}Tx + \bar{D}u$$

$$= Cx + Du$$