* Kegiatan Tatap muka
- Kuliah 05/12, 12/12, di Gowa
- Praktikum Kelompok di Tmlrea
- UJIAN FINAL di Tmlrea

} Mhs yang tentukan waktunya

⇒ Keterkendalian dan Keteramatan

Controllability and observability

Suatu kendalian (plant) yang dimodelkan dengan model Ruang Keadaan $\left[\begin{array}{l}\dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du\end{array}\right]$

$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 & 1 \\ -2 & -3 & 0 & 0 \\ -2 & -2 & -4 & 0 \\ -2 & -2 & -2 & -5 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$

$C = [7\ 6\ 4\ 2]$ $D = [0]$

Transformasi Similaritas $T = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

$\det(T) \neq 0$

$T^{-1} = \mathrm{inv}(T) = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$

Hasil transformasi :

$\bar{A} = TAT^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & & & 0 \\ & -2 & & \\ & & -3 & \\ 0 & & & -4 \end{bmatrix}$ $\bar{B} = TB = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\bar{C} = CT^{-1} = [1\ 1\ 0\ 0]$

$\dot{\bar{x}} = \begin{bmatrix} \dot{\bar{x}}_1 \\ \dot{\bar{x}}_2 \\ \dot{\bar{x}}_3 \\ \dot{\bar{x}}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \\ \bar{x}_3 \\ \bar{x}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$

$\dot{\bar{x}}_1 = -\bar{x}_1 + u$

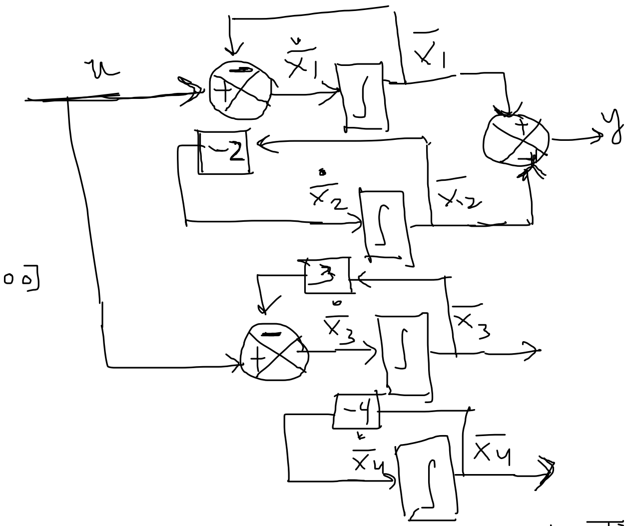
$\dot{\bar{x}}_2 = -2\bar{x}_2$

$\dot{\bar{x}}_3 = -3\bar{x}_3 + u$

$\dot{\bar{x}}_4 = -4\bar{x}_4$

$y = [1\ 1\ 0\ 0] \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \\ \bar{x}_3 \\ \bar{x}_4 \end{bmatrix}$

$y = \bar{x}_1 + \bar{x}_2$

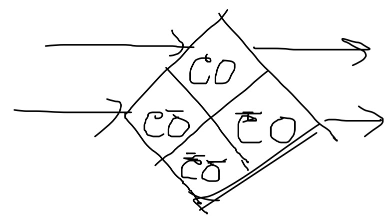


$c\,o$

$\bar{c}\,o$

$c\,\bar{o}$

$\bar{c}\,\bar{o}$



* Jika bagian yang un-controllable ($\bar{c}o$ dan $\bar{c}\bar{o}$) tidak stabil, maka tidak ada jalan untuk menstabilkannya

* Jika ada bagian yang un-observable ($c\bar{o}$ dan $\bar{c}\bar{o}$), maka dapat dirancang suatu sistem OBSERVER (pengamat) sebagai bagian dari sistem kendali

* Matrix Keterkendalian dan Matrix Keteramatan

⇒ Matrix Keterkendalian (Controllability Matrix) P

$P = [B\ \ AB\ \ A^2B \ldots A^{n-1}B]$

$A = [n \times n]$ $P\ [n \times mn]$

$B = [n \times m]$

Misalnya $n = 4$ $m = 2$

$P[4 \times 8]$

$P = \begin{bmatrix} \underset{B}{[4\times2]} & \underset{AB}{[4\times2]} & \underset{A^2B}{[4\times2]} & \underset{A^3B}{[4\times2]} \end{bmatrix}$ 4 baris

8 kolom

Suatu kendalian sepenuhnya terkendali (fully controllable) jika rank(P) = n atau matrix P adalah matrix "full-rank"

"Rank" dari suatu matrix P adalah dimensi (ukuran) dari matrix bagian dari P yang terbesar dengan determinan tidak nol, yang diperoleh dari menghapus baris/kolom matrix P

Misalnya $P[4\times8] \longrightarrow$ Jika 4 kolom dihapus

$\underbrace{||||}_{[4\times4]}\cancel{||||}$ $\bar{P}[4\times4] \to \det(\bar{P}) \neq 0$

rank($\bar{P}$) = 4

(full-rank)

[Jika matrix $P\ [n \times n]$, $m = 1$, single input, maka P full-rank jika $\det(P) \neq 0$]

(rank(P) = n)

* Matrix Keteramatan Q

(observability matrix)

$Q = [C^T\ \ A^TC^T\ \ [A^T]^2C^T \ldots [A^T]^{n-1}C^T]$

$A[n \times n]$ $A^T[n \times n]$

$C[k \times n]$ $C^T[n \times k]$

$Q = [[n \times k]\ [n \times k]\ [n \times k] \ldots [n \times k]]$

$Q = (n \times nk)$ Misalnya $A = [4 \times 4]$, $C = [2 \times 4]$

$Q = [4 \times 8]$

suatu kendalian sepenuhnya teramati (fully observable) jika matrix Q full rank

rank(Q) = n

[Khusus untuk k = 1, single output, $Q[n \times n]$, rank(Q) = n jika $\det(Q) \neq 0$] ⇐