

**328D4103**

**Sistem Kendali + Praktikum**

**MODUL 03**

**KONVERSI**

**Model NISBAH ALIH**

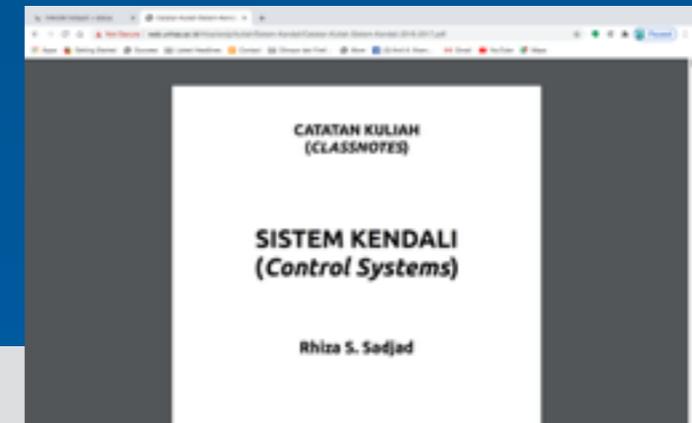
**ke Model RUANG KEADAAN**

**(tf2ss)**

*(Semester Awal 2020-2021)*



# MODEL RUANG KEADAAN



- Sumber pembelajaran: <https://web.unhas.ac.id/rhiza/arsip/kuliah/Sistem-Kendali/Catatan-Kuliah-2017/>
- Catatan Kuliah Lengkap 2016-2017: <https://web.unhas.ac.id/rhiza/arsip/kuliah/Sistem-Kendali/Catatan-Kuliah-Sistem-Kendali-2016-2017.pdf> (dibuka *on-line* saja, tidak perlu diunduh)

Jika browser anda mempermasalahkan

**SECURITY**, klik saja tombol **“Advanced”**, kemudian

**“Proceed”** .....

Index of /rhiza/arsip/kuliah/Sistem-Kendali/Catatan-Kuliah-2017

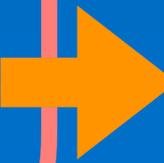
<u>Name</u>	<u>Last modified</u>	<u>Size</u>	<u>Description</u>
<a href="#">Parent Directory</a>			
<a href="#">Catatan_Sistem_Kendali_2017-1.pdf</a>	14-Oct-2017 02:13	353K	
<a href="#">Catatan_Sistem_Kendali_2017-2.pdf</a>	14-Oct-2017 02:18	403K	
<a href="#">Catatan_Sistem_Kendali_2017-3.pdf</a>	14-Oct-2017 03:40	443K	
<a href="#">Catatan_Sistem_Kendali_2017-4.pdf</a>	14-Oct-2017 03:41	345K	
<a href="#">Catatan_Sistem_Kendali_2017-5.pdf</a>	14-Oct-2017 03:41	440K	
<a href="#">Catatan_Sistem_Kendali_2017-6.pdf</a>	14-Oct-2017 03:42	384K	
<a href="#">Catatan_Sistem_Kendali_2017-7.pdf</a>	14-Oct-2017 03:42	277K	
<a href="#">Catatan_Sistem_Kendali_2017-8.pdf</a>	14-Oct-2017 03:43	413K	
<a href="#">Catatan_Sistem_Kendali_2017-9.pdf</a>	14-Oct-2017 03:43	367K	
<a href="#">Catatan_Sistem_Kendali_2017-10.pdf</a>	14-Oct-2017 03:44	340K	

# KONVERSI Model NISBAH ALIH ke Model RUANG KEADAAN



Catatan:

Dari **SATU** model Nisbah Alih  **$G(s)$**  bisa di-konversi menjadi **BANYAK** model **Ruang Keadaan**, semua sahah tergantung pada **PEMILIHAN PEUBAH KEADAAN** (*state assignment*)  **$x(t)$** .

NEXT 

# KONVERSI TF2SS dengan MATRIX A berbentuk KAWANAN JORDAN

\* tf2ss (transfer function to state space)

Catatan:

\* Dari suatu model nisbah Alih, dapat dibuat banjak sekali model ruang keadaan yang semuanya lahir, tergantung pemilihan peubah-keadaan (state-assignment).

\* Hanya 2 (dua) kasus yang dikaji =

→ Kasus  $m < n$  ✓  
- Kasus  $m = n$  ✓

$m > n \rightarrow$  HPF  
tidak realistik

dengan  $m$  dan  $n$  masing order polynomial pembilang dan penyebut dari  $G(s)$ .

# KASUS $m < n$ , MATRIX A berbentuk KAWANAN JORDAN (1)

$$G(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + b_{m-2} s^{m-2} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + \dots + a_1 s + a_0}$$

$b_0, \dots, b_m, a_0, \dots, a_n \in \mathbb{R}$ , constant, LTI

\* Kasus  $m < n$  ✓

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + b_{m-2} s^{m-2} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + \dots + a_1 s + a_0}$$

dengan  $m < n$  akan diubah menjadi model Ruang Keadaan  $\begin{bmatrix} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{bmatrix}$  dengan matrix

A berbentuk "Kawanan Jordan" (Jordan Companion Form)

# KASUS $m < n$ , MATRIX A berbentuk KAWANAN JORDAN (2)

$\frac{a}{b} = \frac{2}{3} \rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{Jika } a=2 \\ \text{maka } b=3 \end{array} \right] \rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{Jika } a=4 \\ \text{maka } b=6 \end{array} \right] \checkmark$ 
peubah isyarat ↓

Jika (I)  $Y(s) = [b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + b_{m-2} s^{m-2} + \dots + b_1 s + b_0] X(s)$   
 maka (II)  $U(s) = [a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + \dots + a_1 s + a_0] X(s)$

Part (II):  
 $U(s) = a_n s^n X(s) + a_{n-1} s^{n-1} X(s) + a_{n-2} s^{n-2} X(s) + \dots + a_1 s X(s) + a_0 X(s)$

Inverse Laplace Transform:  
 $u = a_n \frac{d^n x(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x(t)}{dt^{n-1}} + a_{n-2} \frac{d^{n-2} x(t)}{dt^{n-2}} + \dots + a_1 \frac{dx(t)}{dt} + a_0 x(t)$

$\mathcal{L}^{-1} \frac{X(s)}{s} = x(t)$   
 $\mathcal{L}^{-1} U(s) = u$   
 $\mathcal{L}^{-1} Y(s) = y$

Kondisi awal  $x(0) = 0$

# KASUS $m < n$ , MATRIX A berbentuk KAWANAN JORDAN (3)

Pemilihan Peubah Keadaan  $\checkmark$  state Assignment

$$x_1 \triangleq x(t) \rightarrow \dot{x}_1 = \frac{dx(t)}{dt} = x_2$$

$$x_2 \triangleq \frac{dx(t)}{dt} \rightarrow \dot{x}_2 = \frac{d^2x(t)}{dt^2} = x_3$$

$$x_3 \triangleq \frac{d^2x(t)}{dt^2} \rightarrow \dot{x}_3 = \frac{d^3x(t)}{dt^3} = x_4$$

$$\vdots$$

$$x_{n-2} \triangleq \frac{d^{n-1}x(t)}{dt^{n-1}} \rightarrow \dot{x}_{n-2} = \frac{d^{n-2}x(t)}{dt^{n-2}} = x_{n-1} \checkmark$$

$$x_{n-1} \triangleq \frac{d^n x(t)}{dt^n} \rightarrow \dot{x}_{n-1} = \frac{d^{n-1}x(t)}{dt^{n-1}} = x_n$$

$$\rightarrow x_n \triangleq \frac{d^{n-1}x(t)}{dt^{n-1}} \rightarrow \dot{x}_n = \frac{d^n x(t)}{dt^n}$$

$$\dot{x}_n = \frac{d^n x(t)}{dt^n} = -\frac{a_0}{a_n} x_1 - \frac{a_1}{a_n} x_2 - \frac{a_2}{a_n} x_3 - \dots - \frac{a_{n-1}}{a_n} x_n + \frac{1}{a_n} u$$

# KASUS $m < n$ , MATRIX A berbentuk KAWANAN JORDAN (4)

Dalam operasi matriks  $x$  (Pers. Kuadrat):

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -\frac{a_0}{a_n} & -\frac{a_1}{a_n} & -\frac{a_2}{a_n} & \dots & -\frac{a_{n-1}}{a_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \frac{1}{a_n} \end{bmatrix} u$$

$A [n \times n]$

$B [n \times 1]$

Jordan Companion Matrix

# KASUS $m < n$ , MATRIX A berbentuk KAWANAN JORDAN (5)

Dari Pers I:

$$Y(s) = b_m s^m X(s) + b_{m-1} s^{m-1} X(s) + \dots + b_1 s X(s) + b_0 X(s)$$

Inverse Transf. Laplace:

$$y(t) = y = b_0 x(t) + b_1 \frac{dx(t)}{dt} + \dots + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + b_m \frac{d^m x(t)}{dt^m}$$

$m < n$

Pers. Keluaran:

$$y = b_0 x_1 + b_1 x_2 + b_2 x_3 + \dots + b_{m-1} x_m + b_m x_{m+1}$$

Dalam bentuk matrix:

$$y = \underbrace{[b_0 \ b_1 \ b_2 \ \dots \ b_m \ 0 \ 0 \ 0]}_{e \ [1 \times n] \ \begin{matrix} \leftarrow m+1 \\ \leftarrow n-(m+1) \end{matrix}} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \\ x_{m+1} \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

Paling banyak  $m = n - 1$

$m < n$

# CONTOH KASUS $m < n$ , MATRIX A berbentuk KAWANAN JORDAN

Contoh:

\* Susunlah model Ruang Keadaan dengan matrix A berbentuk Kawan Jordan (Jordan Companion) dari model Nisbah Alih.

$$G(s) = \frac{s^3 + 2}{10s^7 + 8s^5 + 6s^3 + 4s + 3}$$

Jawab:

$$m = 3$$

$$n = 7$$

→ Kasus  $m < n$  →  $D = [0]$

$$\begin{aligned} b_0 &= 2 \\ b_1 &= 0 \\ b_2 &= 0 \\ b_3 &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_0 &= 3 \\ a_1 &= 4 \\ a_2 &= 0 \\ a_3 &= 6 \\ a_4 &= 0 \\ a_5 &= 8 \\ a_6 &= 0 \end{aligned}$$

$$a_7 = 10$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$[-0,3 \ -0,4 \ 0 \ -0,6 \ 0 \ -0,8 \ 0]$$

$$[7 \times 7]$$

$$[7 \times 1]$$

# CONTOH KASUS $m < n$ , MATRIX C dan CONTOH KASUS $m = n$

$$C = [2 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]$$

$1 \times 7$   
 $m+1$   $n-(m+1) = 3$   
 $b_0 \rightarrow b_3$  diisi dengan nol

Matrix C, disusun dari  $b_0, b_1, \dots$  dst  
Matrix D = [0]

$$* \quad G(s) = \frac{5s^7 + s^3 + 2}{10s^7 + 8s^5 + 6s^3 + 4s + 3}$$

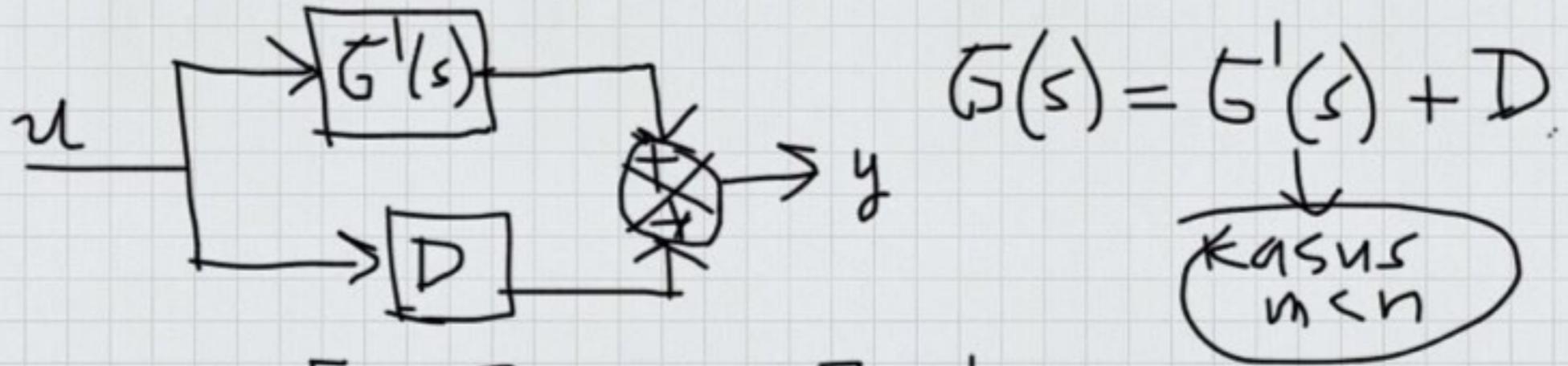
$$m=7 \quad n=7 \rightarrow m=n$$

Contoh  
Kasus  
 $m = n$

\* Karena penyebut  $G(s)$  sama dengan contoh sebelumnya, maka matrix A dan B untuk contoh kasus  $m=n$  ini SAMA dgn sebelumnya.

\* Untuk matrix  $C [1 \times 7]$  ada  $b_0$  s/d  $b_7$  atau 8 koefisien yang harus diisikan ke matrix  $C$

# CONTOH KASUS $m = n$ , MATRIX C dan MATRIX D



Konsep:  $\frac{5}{3} = \frac{2}{3} + 1$        $\frac{7}{2} = \frac{1}{2} + 3$

$0,5 \rightarrow D = [0,5]$  ←

$$\begin{array}{r} 10s^7 + 8s^5 + 6s^3 + 4s + 3 \quad | \quad 5s^7 \\ \underline{5s^7 + 4s^5} \phantom{+ 6s^3 + 4s + 3} \\ -4s^5 - 2s^3 - 2s + 0,5 \end{array}$$

$G'(s) = \frac{-4s^5 - 2s^3 - 2s + 0,5}{10s^7 + 8s^5 + 6s^3 + 4s + 3} \Rightarrow$  KASUS  $m < n$

$C = \left[ \begin{array}{cccccc|c} b_0 & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & 0 \\ 0,5 & -2 & 0 & -2 & 0 & -4 & 0 \end{array} \right]$

$m+1 = 6$

# TUGAS MANDIRI (tidak dikumpul)

- Carilah akses untuk menggunakan MATLAB !
- Jika sudah dapat akses untuk menggunakan MATLAB, coba gunakan perintah “>>>tf2ss” untuk mengerjakan contoh2 soal.
- Mengapa Matrix A dan B yang dihasilkan MATLAB berbeda dengan yang dihasilkan di sini?
- Coba Google: “*Jordan Companion Matrix*” !

# RINGKASAN KONVERSI TF2SS

- SATU model Nisbah Alih  $G(s)$  menghasilkan BANYAK model Ruang Keadaan, yang semua *valid*.
- Model Nisbah Alih  $G(s)$  dengan  $m \leq n$  saja yang di-konversi menjadi model Ruang Keadaan, kasus  $m > n$  tidak dapat di-realisasi secara fisik karena merupakan *High Pass Filter* yang menguatkan derau frekuensi tinggi.
- Matrix  $A$  yang dihasilkan dari metode yang dicontohkan di sini berbentuk Kawanan Jordan (*Jordan Companion Matrix*) dengan “1” pada *upper-diagonal* dan baris terakhir diperoleh dari koefisien polynomial  $s$  penyebut Nisbah Alih  $G(s)$ . Matrix  $B$  juga diperoleh dari koefisien polynomial  $s$  penyebut Nisbah Alih  $G(s)$ .
- Untuk kasus  $m < n$ , matrix  $D = [0]$ , dan matrix  $C$  diperoleh dari koefisien polynomial  $s$  pembilang Nisbah Alih  $G(s)$ .
- Untuk kasus  $m = n$ , matrix  $C$  dan  $D$  diperoleh dari persamaan:

$$G(s) = G'(s) + D$$

# MODUL PEMBELAJARAN SELANJUTNYA

- MODUL 01: (Pengantar/Review) Model RUANG KEADAAN (*State Space*)
- MODUL 02: Konversi Model RUANG KEADAAN ke NISBAH ALIH (ss2tf)
- MODUL 03: Konversi Model NISBAH ALIH ke RUANG KEADAAN (tf2ss)
- **MODUL 04: Transformasi SIMILARITAS**
- MODUL 05: TANGGAPAN dan KESTABILAN
- MODUL 06: KETERKENDALIAN dan KETERAMATAN
- MODUL 07: UMPAN-BALIK PEUBAH KEADAAN
- MODUL 08: PRAKTIKUM INDIVIDU

# SELAMAT BELAJAR

## Semoga SUKSES meraih PRESTASI!

