

**328D4103**

**Sistem Kendali + Praktikum**

**MODUL 07**

**UMPAN-BALIK PEUBAH-KEADAAN**

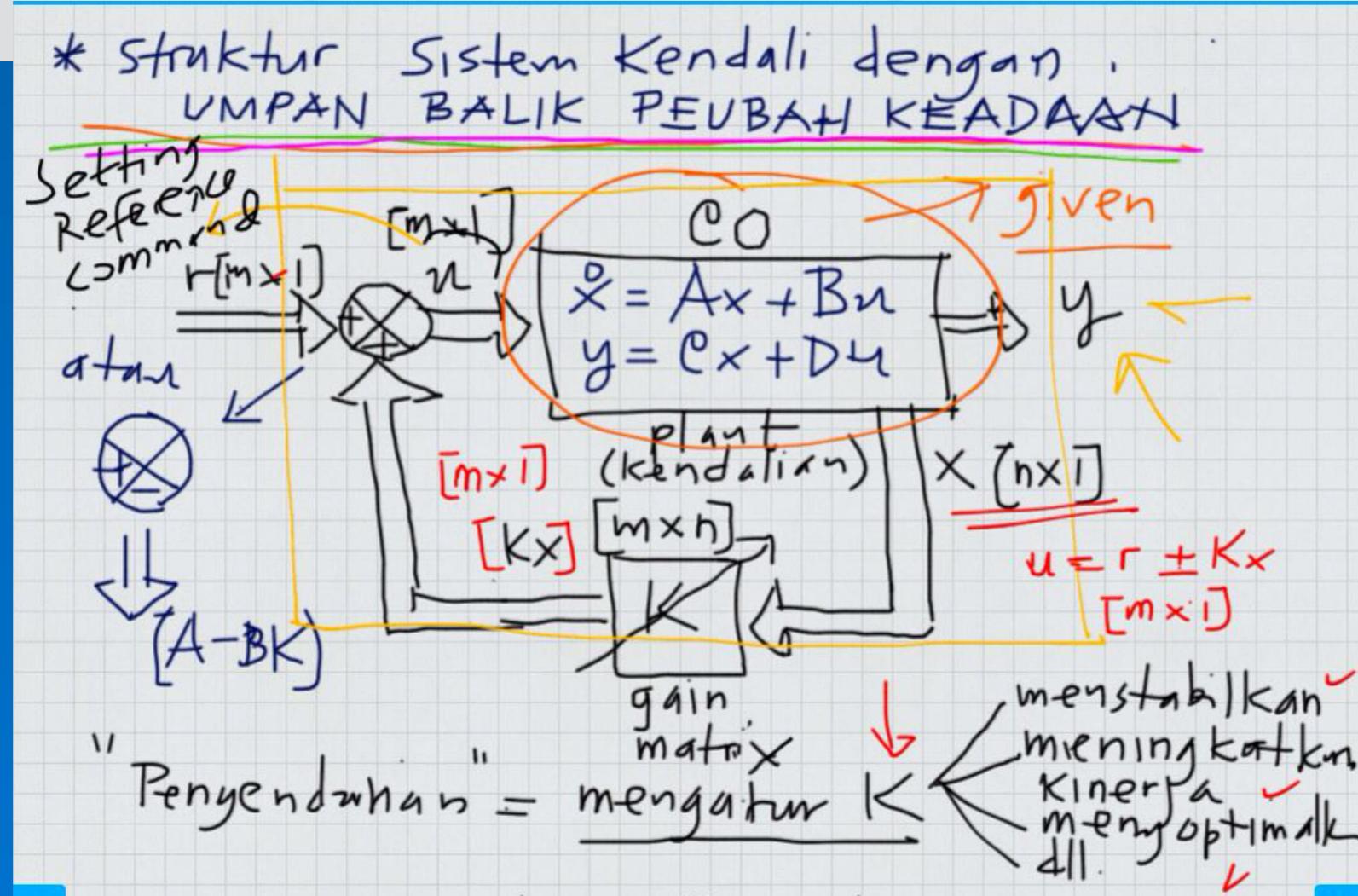
**(State-Variable Feedback)**

**(Semester Awal 2020-2021)**

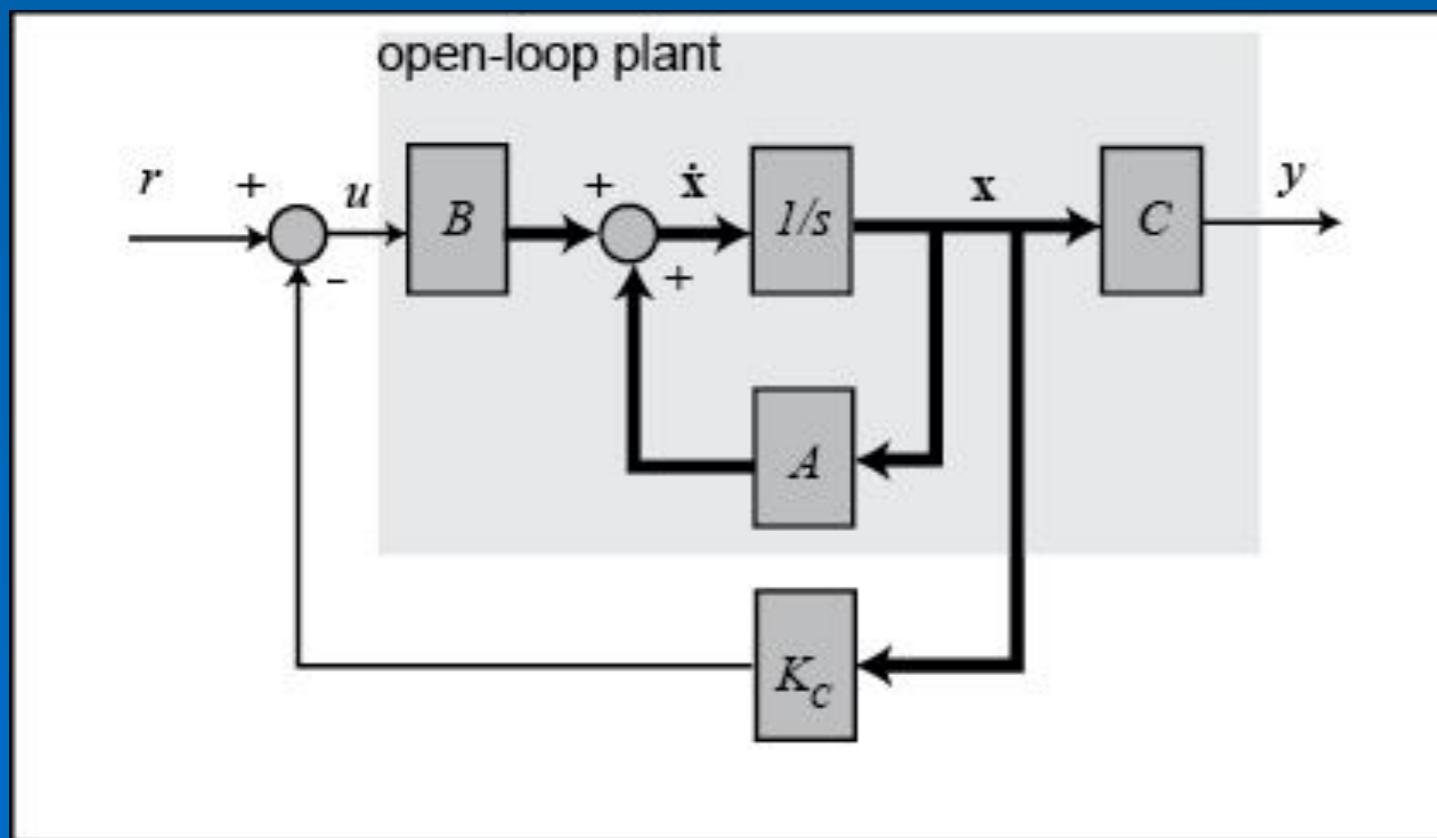
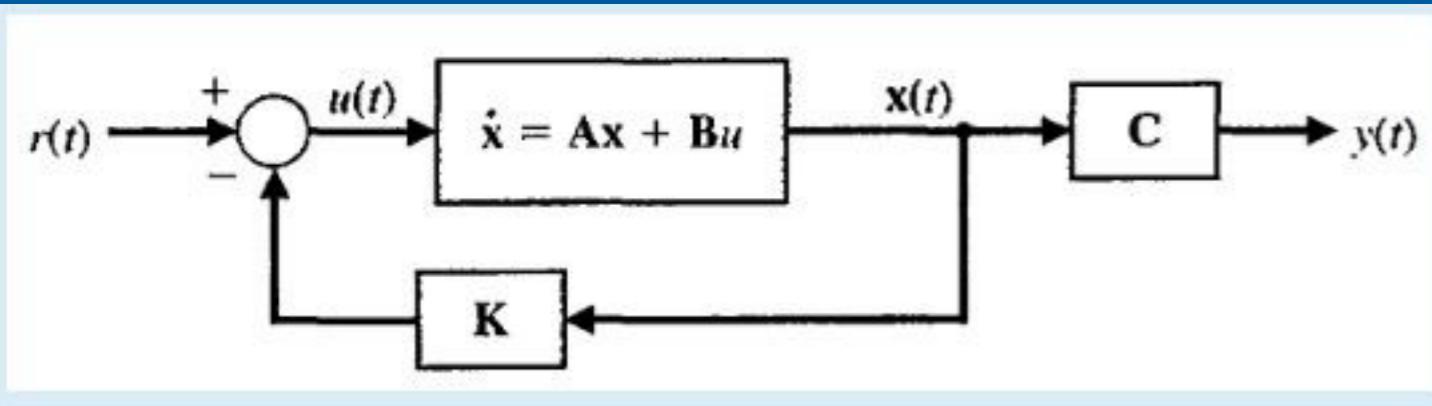


# Umpan-Balik Peubah Keadaan

- Sumber pembelajaran: <https://web.unhas.ac.id/rhiza/arsip/kuliah/Sistem-Kendali/Catatan-Kuliah-2017/>
  - Catatan Kuliah Lengkap 2016-2017: <https://web.unhas.ac.id/rhiza/arsip/kuliah/Sistem-Kendali/Catatan-Kuliah-Sistem-Kendali-2016-2017.pdf> (dibuka *on-line* saja, tidak perlu diunduh)



# “PENGENDALIAN” = Mengatur GAIN (BATI) K



$$\bar{A} = [A + BK]$$

Kendalian yang **sepenuhnya terkendali** dan **sepenuhnya teramati** dapat dikendalikan dengan **umpan-balik peubah keadaan**.

Dengan mengatur gain-matrix **K**:

- Kendalian yang tidak stabil dapat **di-stabil-kan**
- Kendalian bisa ditingkatkan **kinerja (performance)**-nya
- Kinerja sistem dapat di-**optimal-kan**
- Dan seterusnya....

# “Dominant Poles” dan “Pole Placement”

$$\bar{\mathbf{A}} = [\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}]$$

$\dot{x} = Ax + Bu$   
 $y = Cx + Du$   
 $|\lambda I - A| = 0$   
 dengan gain matrix  $K$ :  
 $u[m \times 1], r[m \times 1]$   
 $Kx \Rightarrow [m \times 1]$   
 $x[n \times 1]$

Model kendalian yang karakteristiknya ditentukan oleh nilai-nilai eigen matrix  $A$ , terutama nilai-eigen yang paling “dekat” dengan sumbu khayal, disebut “dominant poles”.

Contoh:  
 $m=2, n=3$   
 maka  $K[2 \times 3]$   
 ada 6 buah pengantar (attenuator)  
 ada 6 buah penguat (amplifier)

gain (batas)  $\uparrow$  (attenuator)  $\downarrow$  (amplifier)

$u = r + Kx$   
 $\dot{x} = Ax + Bu$   
 $= Ax + B[r + Kx]$   
 $= Ax + BKx + Br$   
 $= \underbrace{[A+BK]}_{\bar{A}[n \times n]} x + Br$   
 $\rightarrow \bar{A} \rightarrow$   
 $\dot{x} = \bar{A}x + Br$

nilai eigen matrix  $\bar{A} = [A + BK]$   
 sepenuhnya bisa ditentukan oleh  $K$ , sehingga  
 $\det[\lambda I - \bar{A}] = 0$

$y = Cx + Du$   
 $= Cx + D[r + Kx]$   
 $= Cx + DKx + Dr$   
 $= \underbrace{[C + DK]}_{\bar{C}} x + Dr$

$B[n \times m]$   
 $BK[n \times n]$   
 $\bar{A}[n \times n]$   
 $B[n \times m]$   
 $K[m \times n]$   
 $BK[n \times n]$

Karakteristik sistem kendali  
 SEPENUHNYA ditentukan oleh nilai  $K$

- **Karakteristik** suatu kendalian atau sistem kendali yang dimodelkan dengan Model Ruang Keadaan ditentukan oleh **nilai-nilai eigen matrix  $A$** , terutama nilai-nilai eigen yang “dekat” dengan sumbu khayal dalam bidang kompleks, yang disebut “**dominant poles**”.
- Dengan mengatur gain-matrix  $K$ , nilai-nilai eigen matrix  $\bar{A}$  dapat **ditempatkan** di mana saja dalam bidang kompleks agar karakteristik sistem kendali bisa sesuai dengan keinginan.
- Menempatkan **nilai-nilai eigen matrix  $\bar{A}$**  pada suatu tempat pada bidang kompleks disebut “**pole placement**”

# CONTOH

MATLAB command :  $\ggg place \rightarrow \text{help place}$

$$[K] = place(A, B, \lambda)$$

given  $\lambda$  yang diinginkan

$$\ggg eig([A+BK])$$

Contoh : "Double Integrator" Plant

$\dot{x}_1 = x_2$

$\dot{x}_2 = u$

$y = x_1$

Model Ruang Keadaan - dengan  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ,  $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

- unstable

Sebelum pengendalian

$$\det(\lambda I - A) = \det\left(\begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\right)$$

$$= \det\begin{bmatrix} \lambda & -1 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} = \lambda^2 = 0 \rightarrow \lambda_1, \lambda_2 = 0 \quad (\text{unstable})$$

Tunjukkan dengan matrix P dan Q bahwa sistem  $\dot{x} = Ax + Bu$  stabilizable

Tentukan gain matrix K sehingga nilai-eigen matrix  $\bar{A} = A + BK$  berada di sebelah kiri sumbu khayal:  $a + jb$ ,  $a < 0$

$$\bar{A} = [A + BK] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k_1 & k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ k_1 & k_2 \end{bmatrix}$$

- Ada perintah “>>>place” dalam **MATLAB**, bisa digunakan untuk menempatkan nilai-nilai eigen matrix  **$\bar{A}$**  dengan mengatur gain-matrix **K**
- Sebagai contoh diperlihatkan bagaimana mengendalikan kendalian “**double integrator**” yang tidak stabil dengan umpan-balik peubah-keadaan.

$$\bar{A} = [A + BK]$$

$$K = [k_1 \ k_2]$$

next

# CONTOH (lanjutan)

$$\det \begin{bmatrix} \lambda - \bar{A} & \\ \bar{A} & -\lambda \end{bmatrix} = 0 \quad \det \left( \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ k_1 & k_2 \end{bmatrix} \right) = 0$$

$$\det \begin{bmatrix} \lambda & -1 \\ -k_1 & \lambda - k_2 \end{bmatrix} = 0$$

$$\lambda(\lambda - k_2) - k_1 = 0$$

$$\lambda^2 - k_2\lambda - k_1 = 0$$

$$-\lambda_2 = -2a \quad \lambda_1 = a + jb \quad a < 0$$

$$\lambda_2 = 2a < 0 \quad \bar{\lambda}_2 = a - jb$$

$$(\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) = 0$$

$$\lambda^2 - (\lambda_1 + \lambda_2)\lambda + \lambda_1\lambda_2 = 0$$

$$\lambda^2 - 2a\lambda + (a^2 + b^2) = 0$$

$$K = \begin{bmatrix} -(a^2 + b^2) & 2a \end{bmatrix}$$

K dapat ditentukan dengan menempatkan  $\lambda$  dalam bidang kompleks

di mana saja

- Dengan gain-matrix

$$K [1 \times 2] = [- (a^2 + b^2) \quad 2a]$$

nilai-eigen matrix  $A$  sistem kendali dapat ditempatkan di mana saja pada bidang kompleks

- Karakteristik sistem kendali dapat ditentukan dengan mengatur gain-matrix  $K$



# TUGAS MANDIRI (tidak dikumpul)

- Coba tentukan *gain-matrix* **K** dari kendalian *double-integrator* yang dibahas dalam CONTOH sehingga nilai-nilai eigen matrix **A** merupakan **sepasang nilai-eigen kembar!**
- Kerjakan lagi soal di atas dengan menggunakan perintah MATLAB :  
**>>>place**
- Pelajari: <http://www.unhas.ac.id/rhiza/arsip/arsip-macam2/eigenvalues.doc>

# SELANJUTNYA . . . . .

- MODUL 01: (Pengantar/Review) Model RUANG KEADAAN (State Space)
- MODUL 02: Konversi Model RUANG KEADAAN ke NISBAH ALIH (ss2tf)
- MODUL 03: Konversi Model NISBAH ALIH ke RUANG KEADAAN (tf2ss)
- MODUL 04: Transformasi SIMILARITAS
- MODUL 05: TANGGAPAN dan KESTABILAN
- MODUL 06: KETERKENDALIAN dan KETERAMATAN
- MODUL 07: UMPAN-BALIK PEUBAH KEADAAN

## SELESAI KULIAH DARING

Selanjutnya me-**LURING** untuk:

- Persiapan **MIDTEST**
- **PRAKTIKUM INDIVIDU (MANDIRI)**
- **PRAKTIKUM KELOMPOK** (Model Sistem **MOTOR SERVO DC**)
- **UJIAN FINAL**

# **SELAMAT BELAJAR**

## **Semoga SUKSES meraih PRESTASI!**

