CATATAN KULIAH
(*CLASSNOTES*)

SISTEM LINIER
(*Linear Systems*)

Rhiza S. Sadjad

2016

RENCANA PEMBELAJARAN

NAMA MATAKULIAH : **SISTEM LINIER**
KODE MATAKULIAH : **233D402 (Tahun II, Semester Akhir, 2 SKS)**
DOSEN-DOSEN : 1. Dr. Ir. H. Rhiza S. Sadjad, MSEE
2. Ir. Justinus Upa Sombolayuk, MT
3. Hj. Andi Ejah Umraeni Salam, ST, MT
4. Indar Khaerah, ST, MT
5. Ikhlas Kitta, ST, MT

1. **DAFTAR PUSTAKA**:
    1. **Oppenheim**, Alan V., et. al.,"*Signals and Systems*", Prentice Hall Inc., NJ atau terjemahannya terbitan PT. Prehalindo, Jakarta.
    2. *Schaum Outline Series*: **DiStefano III**, Joseph J., et.al., "*Feedback and Control Systems*" atau terjemahannya.

2. **TUJUAN**:

Penyajian matakuliah ini bertujuan memberi kesempatan kepada mahasiswa Program Studi Teknik Elektro untuk mempelajari pengetahuan dan ketrampilan dasar yang diperlukan dalam analisis dan desain sistem pada umumnya melalui pendekatan model sistem linier yang baku.

3. **SILABUS SINGKAT**:

Pengertian SISTEM, reperesentasi SISTEM: bagan kotak dan aljabar bagan kotak (*review*), macam-macam SISTEM, Sistem LINIER dan TAK LINIER, linierisasi, pemodelan sistem, pemodelan watak-alih, pemodelan nisbah-alih (*review*), pemodelan ruang-keadaan: persamaan keadaan, persamaan luaran, konfigurasi umum.

4. **KOMPETENSI UTAMA**:

Memiliki keahlian dasar dalam bidang ilmu Teknik Elektro

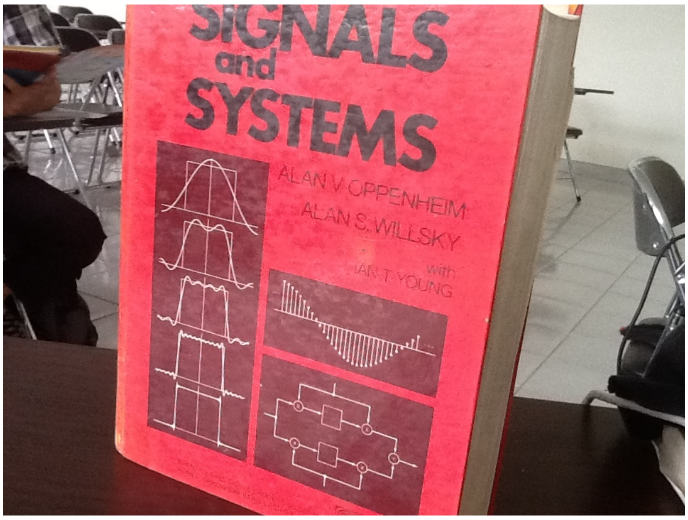
5. **KOMPETENSI PENDUKUNG**:

Mampu menggunakan bahasa asing sebagai "*second language*"

6. **LAINNYA**:

7. **PEKANAN**:

Pekan ke	Topik	Sub-topik
1	**PENGANTAR KULIAH**	Administrasi Perkuliahan
2	***Introduction to Linear Systems* (Mengenal Sistem Linier)**	- Pengertian SISTEM, masukan, luaran, isyarat, derau, gangguan, lingkungan sistem, contoh-contoh.
3		- Representasi SISTEM: Bagan Kotak - Isyarat - Sistem
4		- Aljabar Bagan Kotak
5		- Macam-macam SISTEM: - Sistem dengan/tanpa ingatan - Sistem kausal dan non-kausal
6		- Sistem *invertible/non-invertible* - Sistem *time-varying/time-invariant*
7		- Sistem Linier dan Tak Linier - Contoh-contoh
8		- Contoh –contoh (lanjut)
9		- Linierisasi
10	**MIDTEST (40 %)**	(*open book*, **100 menit**, di kelas)
11	***Linear Systems Modelling* (Pemodelan Sistem Linier)**	(Pembahasan soal Midtest) - Pengantar: Urgensi Pemodelan Sistem
12		- Pemodelan Watak Alih (*Transfer Characteristics*) - Contoh-contoh
13		- Pemodelan Nisbah Alih (*Review*), Transformasi Laplace, Konsep Impedansi
14		- Pemodelan Ruang Keadaan (*State Space*) - Sekelumit sejarah - Konfigurasi Dasar, persamaan keadaan, persamaan luaran
15		- Hubungan antara Model Nisbah Alih dan Ruang Keadaan - Contoh-contoh
16		
	FINAL (60%)	(*open book*, **100 menit**, sesuai jadwal)



$$x(t) = \cos 2\pi t \tag{2.48}$$

then the three discrete-time signals in Figure 2.31 can be thought of as being define[d] by

$$x[n] = x(nT) = \cos 2\pi nT \tag{2.49}$$

for different choices of T. Specifically, $T = \frac{1}{12}$ for Figure 2.31(a), $T = \frac{4}{31}$ for Figur[e] 2.31(b), and $T = \frac{1}{12\pi}$ for Figure 2.31(c). If we think of discrete-time sinusoida[l] sequences as being obtained as in eq. (2.47), then we see that although the sequenc[e] $x[n]$ may not be periodic, its envelope $x(t)$ *is* periodic. This can be directly seen in Figur[e] 2.31(c), where the eye provides the visual interpolation between the discrete sequenc[e] values to produce the continuous-time periodic envelope. The use of the concept o[f] sampling to gain insight into the periodicity of discrete-time sinusoidal sequences i[s] explored further in Problem 2.18.

[SY]STEMS

A *system* can be viewed as any process that results in the transformation of signals. Thus, a system has an input signal and an output signal which is related to the input through the system transformation. For example, a high-fidelity system takes a recorded audio signal and generates a reproduction of that signal. If the hi-fi system has tone controls, we can change the characteristics of the system, that is, the tonal quality of the reproduced signal, by adjusting the controls. An automobile can also be

SISTEM LINIER

DSK - - - - - - - → SISTEM KENDALI →

klasik (paket) modern

* 2 SKS ⟹ 2 BAB

Bab I Pengenalan Sistem Linier

Introduction to Linear Systems

* Pengertian SISTEM
* Representasi SISTEM → Bagan Kotak dan Aljabar-nya
* Macam² SISTEM
* Sistem LINIER dan TAK LINIER
* LINIERISASI

→ MID TEST (40%)

Bab II Pemodelan SISTEM LINIER

* Urgensi Pemodelan SISTEM
* Pemodelan WATAK ALIH (Transfer Characteristics)
* Pemodelan NISBAH ALIH (Transfer-Function) ⇒ Konsep Impedansi
* Pemodelan RUANG KEADAAN (State Space)

⇒ FINAL (60 %)

Referensi : * "Signals and Systems" (atau terjemahannya)
* http://www.unhas.ac.id/rhiza/arsip/kuliah/

Bab I Pengenalan Sistem Linier

* Pengertian "SISTEM"

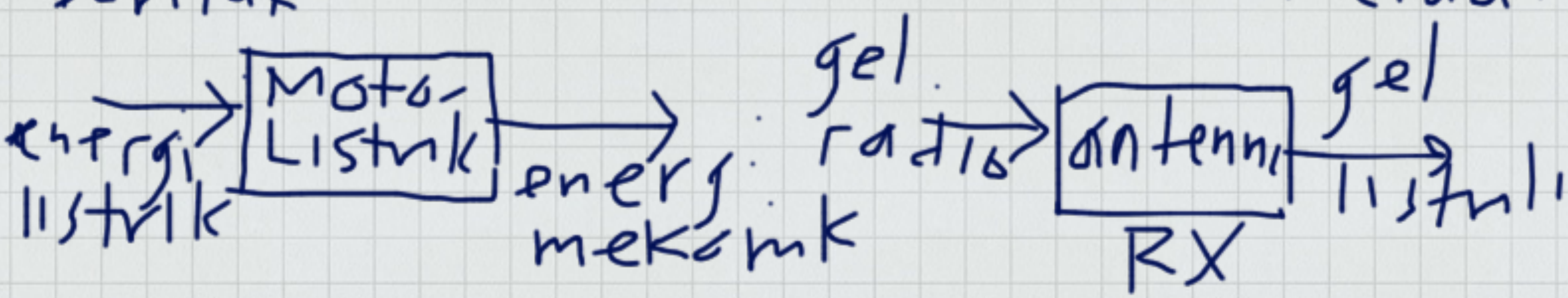
(Signal and systems, 1983, hal. 35)

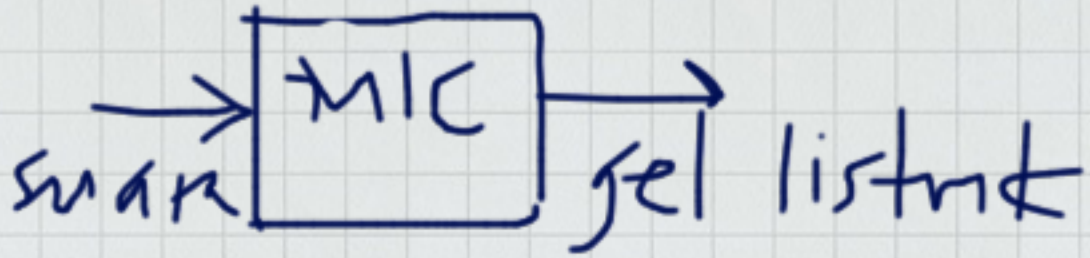
"A system can be viewed as any process that results in the transformation of signals. Thus, a system has an input signal and an output signal which is related to the input through the system transformation."

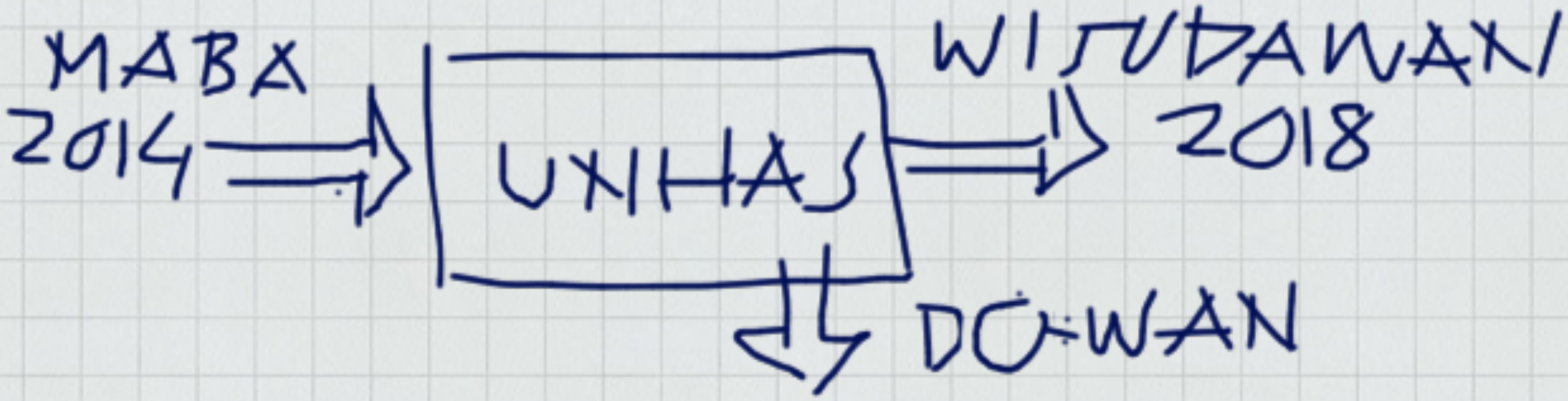
"TRANSFORMASI"

TRANS = perubahan; FORMASI → "bentuk"

Contoh :







- Masukan yang tidak dikehendaki :
  "gangguan" (disturbance)
- Keluaran yang tidak dikehendaki :
  "derau" (noise)

* REPRESENTASI SISTEM

Sistem direpresentasikan dengan **BAGAN KOTAK** (Block Diagram)

* Isyarat (signal)
* Proses

* Isyarat

$\longrightarrow$ "tunggal"

$\Longrightarrow$ "majemuk"

~~$\longleftrightarrow$~~

Anak panah

- "pangkal" – dari sumber (source)
- "ujung" — arah propagasi (destination)

Isyarat bisa diberi label/nama (Kalimat atau kata-kata), atau diberi NOTASI berupa fungsi: misalnya: $\longrightarrow$

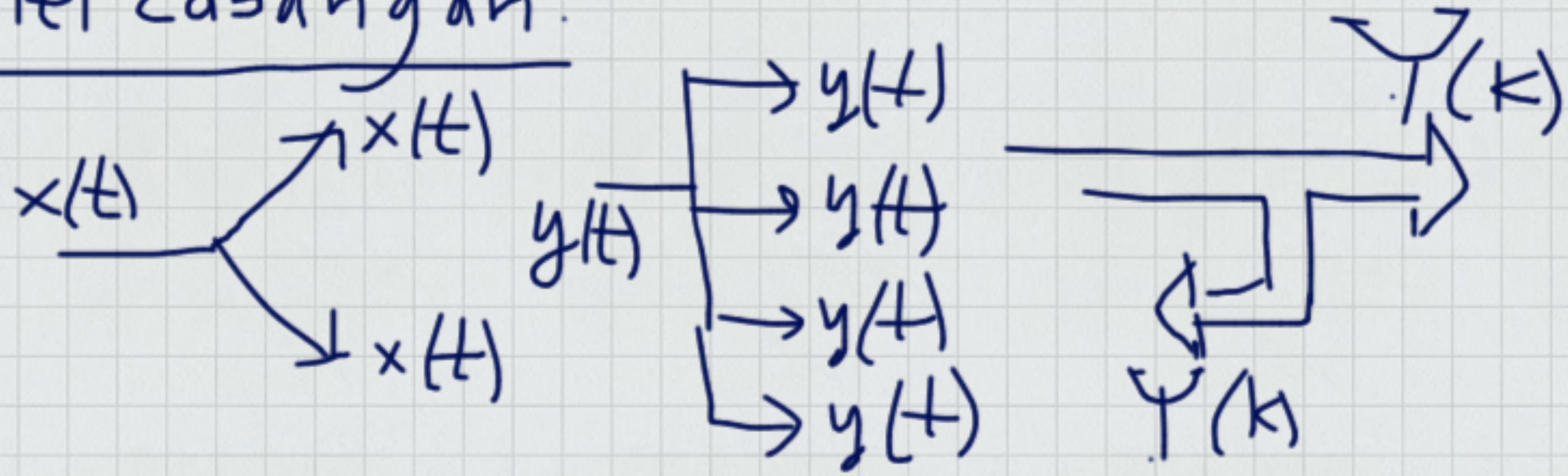
Notasi Isyarat

* $x(t)$ = isyarat x yang berubah dengan (sebagai fungsi dari) t = time = waktu
  = isyarat ~~x~~ sesaat, pada t
* $Y(k)$ = isyarat Y yang berubah setiap langkah (step, sequence) $k = 0, 1, 2, 3 \ldots$
  = isyarat Y pada langkah ke-k
* $V_i(j\omega)$ = isyarat tegangan V (input) yang berubah dengan $j\omega$ (je-omega)
  $j = \sqrt{-1}$ $\quad$ ω (omega) = frekuensi sudut [rad/sec]
  $\omega = 2\pi f$,
  f = frekuensi [Hertz] $= \frac{1}{T}$ $\quad$ T = periode [sec]

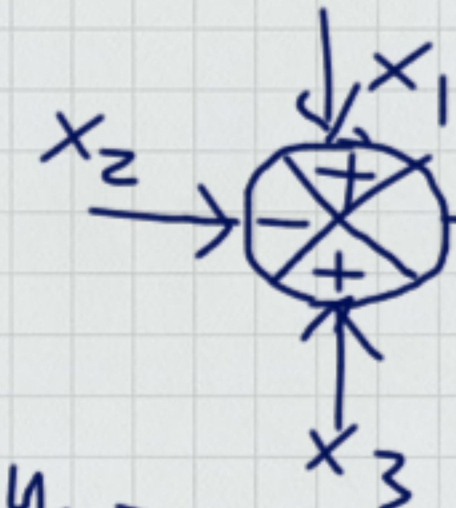
* Percabangan dan Pertemuan Isyarat

"Branch" & "Junction"

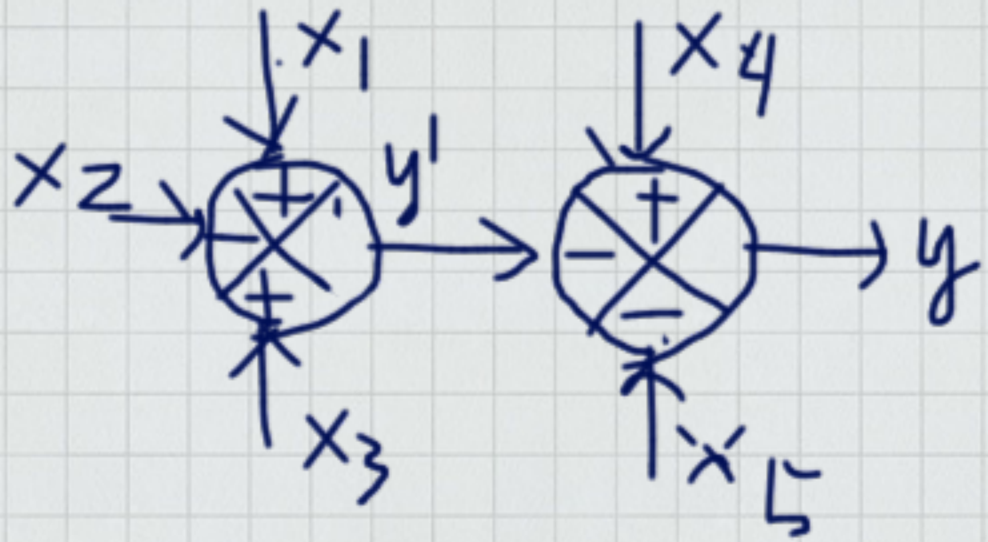
* Percabangan



* Pertemuan



$y = x_1 - x_2 + x_3$

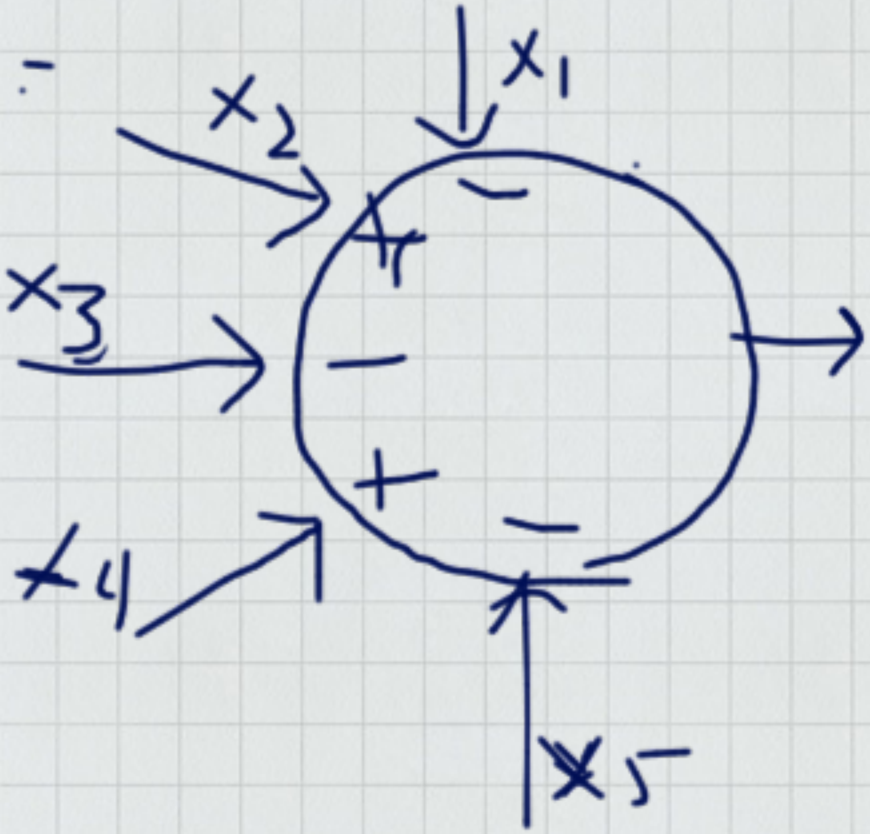


$y = -y' + x_4 - x_5$

$y' = x_1 - x_2 + x_3$

$= -x_1 + x_2 - x_3 + x_4 - x_5$

atau :



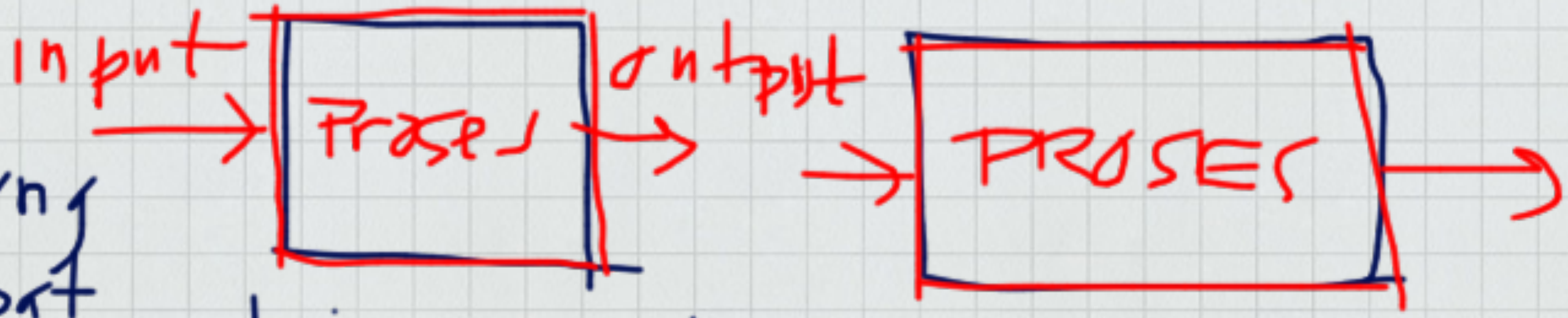
$y = -x_1 + x_2 - x_3 + x_4 - x_5$

$\Longrightarrow \left.\begin{array}{l} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_7 \end{array}\right\}$ 8 bit data parallel

* Proses

Proses di-representasikan dengan "kotak"!

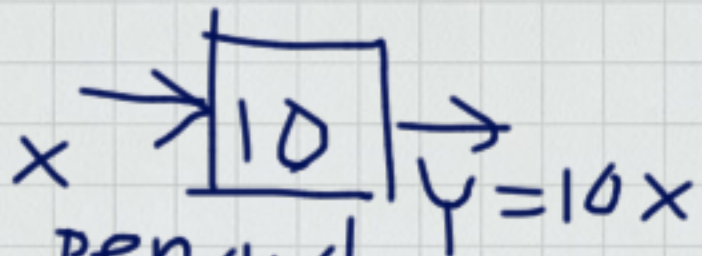
~~jajaran genjang~~
~~belah ketupat~~
~~trapesium~~



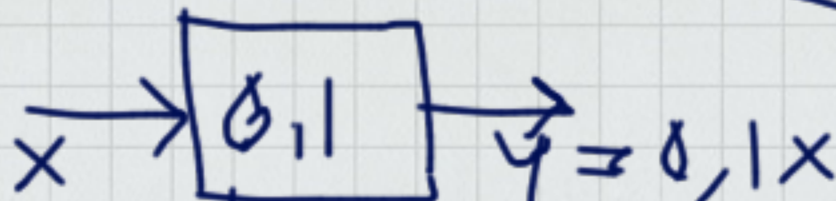
bujur sangkar 4 pp

Notasi proses (sistem)

Contoh:



penguat (amplifier)



redaman (attenuator)

inverter

$$x \rightarrow \boxed{K} \rightarrow y = Kx$$

$K > 1 \rightarrow$ Penguat (Amplifier)

$0 < K < 1 \rightarrow$ Redaman (Attenuator)

$K < 0 \rightarrow$ Penguat Membalik (Inverting Amp)

$$v_i(t) \rightarrow \boxed{A_v} \rightarrow v_o(t)$$

A_v = Voltage Gain

bati tegangan

$$A_v \angle \phi$$

ϕ = pergeseran fasa

$$x(t) \rightarrow \boxed{g(t)} \rightarrow y(t)$$

$$\cancel{y(t) = g(t)\,x(t)}$$

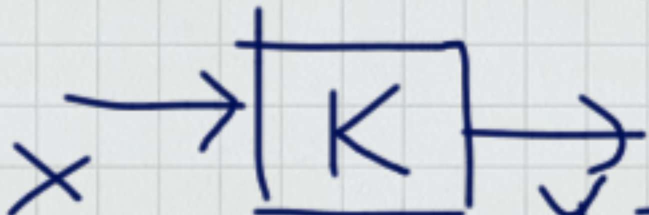
$$X(s) \rightarrow \boxed{G(s)} \rightarrow Y(s) = G(s) \cdot X(s)$$

s = peubah Laplace

* ALJABAR BAGAN KOTAK
(Block Diagram Algebra)

⇒ Hubungan serial (cascade)

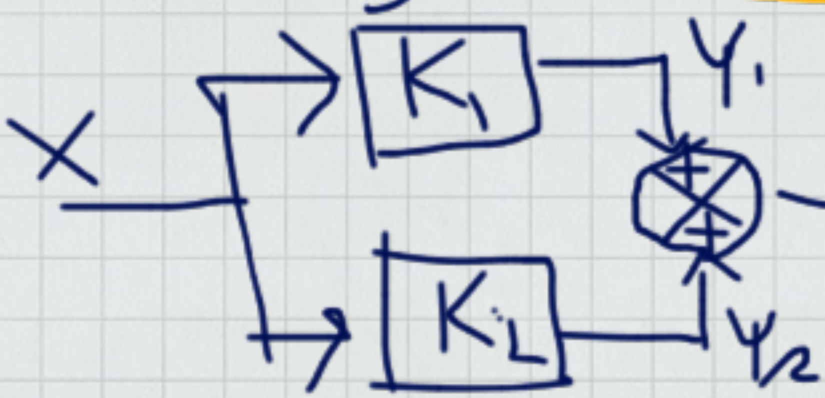
$Y = K_2 Y' = K_2(K_1 X)$
$= K_1 K_2 X$



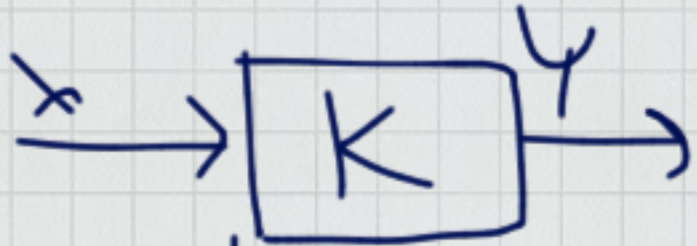
$Y = KX$

$$\boxed{K = K_1 K_2}$$

⇒ Hubungan Paralel

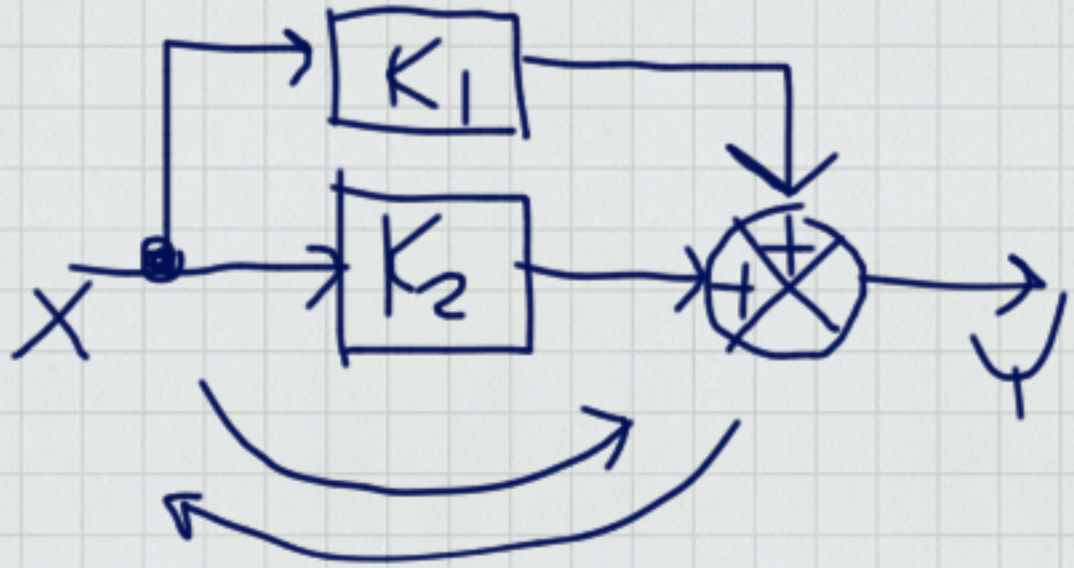


$Y = Y_1 + Y_2$
$= K_1 X + K_2 X$
$= (K_1 + K_2) X$



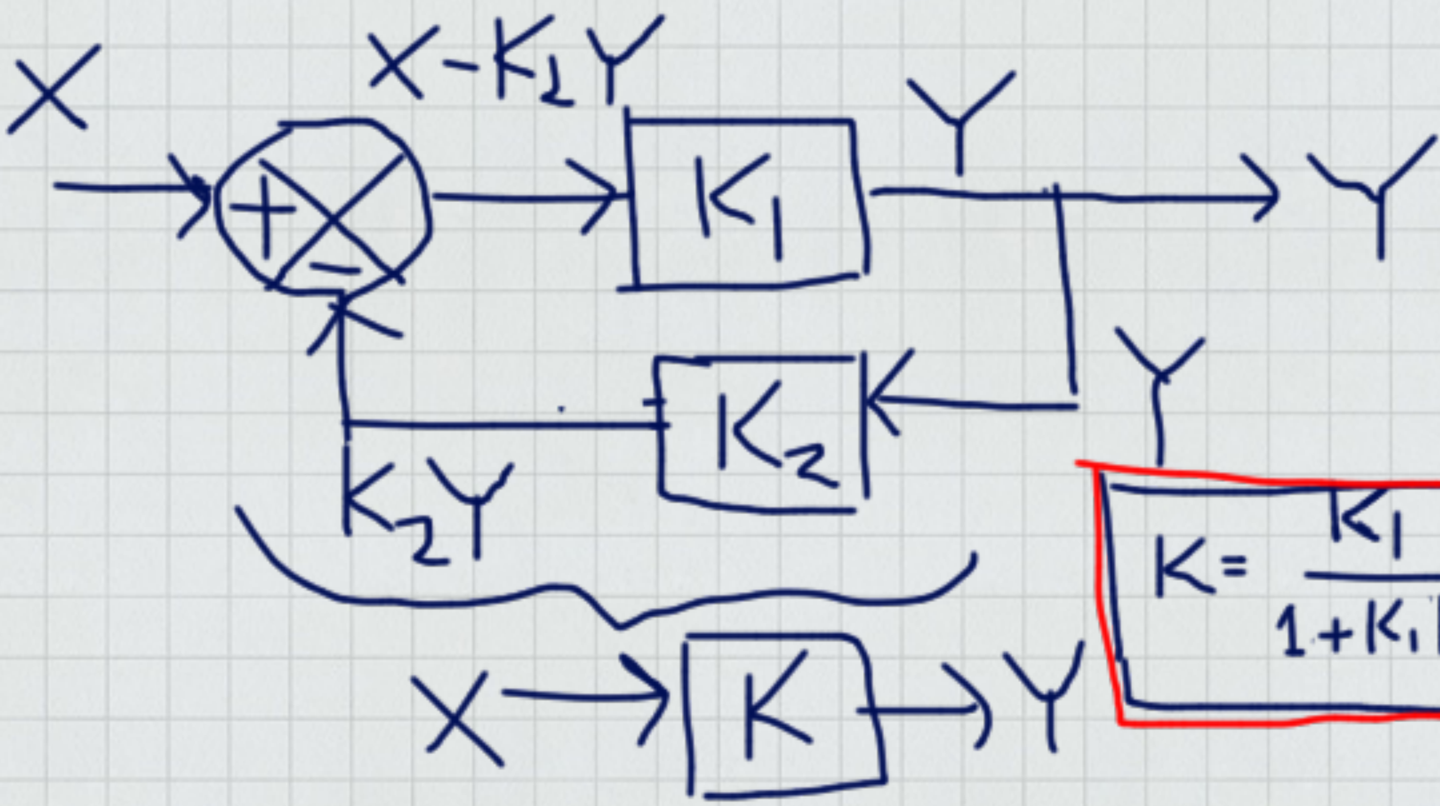
$$\boxed{K = K_1 + K_2}$$

⇒ Hubungan Umpan Maju (Feed forward)



$Y = (K_1 + K_2)X$, sama dengan hubungan paralel

⇒ Hubungan Umpan Balik (Feedback)

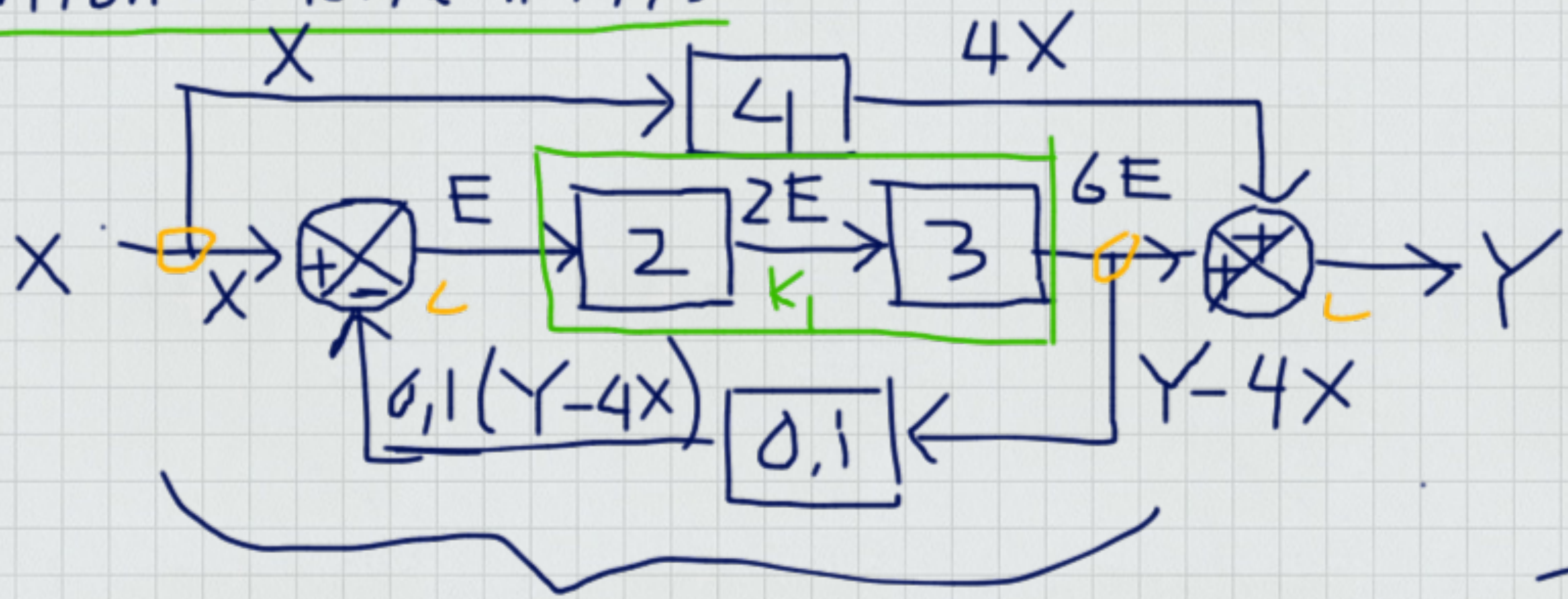


$$Y = K_1(X - K_2Y)$$
$$= K_1X - K_1K_2Y$$
$$Y + K_1K_2Y = K_1X$$
$$(1 + K_1K_2)Y = K_1X$$

$$\boxed{K = \frac{K_1}{1 + K_1K_2}} \quad Y = \left(\frac{K_1}{1 + K_1K_2}\right)X$$

Contoh-contoh

* Contoh matematis



K = - - - ?

Cara I : Dengan Pertemuan & Percabangan

$E = X - 0{,}1(Y - 4X) \rightarrow 6E = Y - 4X$

$6[X - 0{,}1(Y - 4X)] = Y - 4X \rightarrow 6[X - 0{,}1Y + 0{,}4X] = Y - 4X$

$6[1{,}4X - 0{,}1Y] =$

$$6\,[1{,}4X - 0{,}1Y] = Y - 4X \longrightarrow 8{,}4X - 0{,}6Y = Y - 4X$$

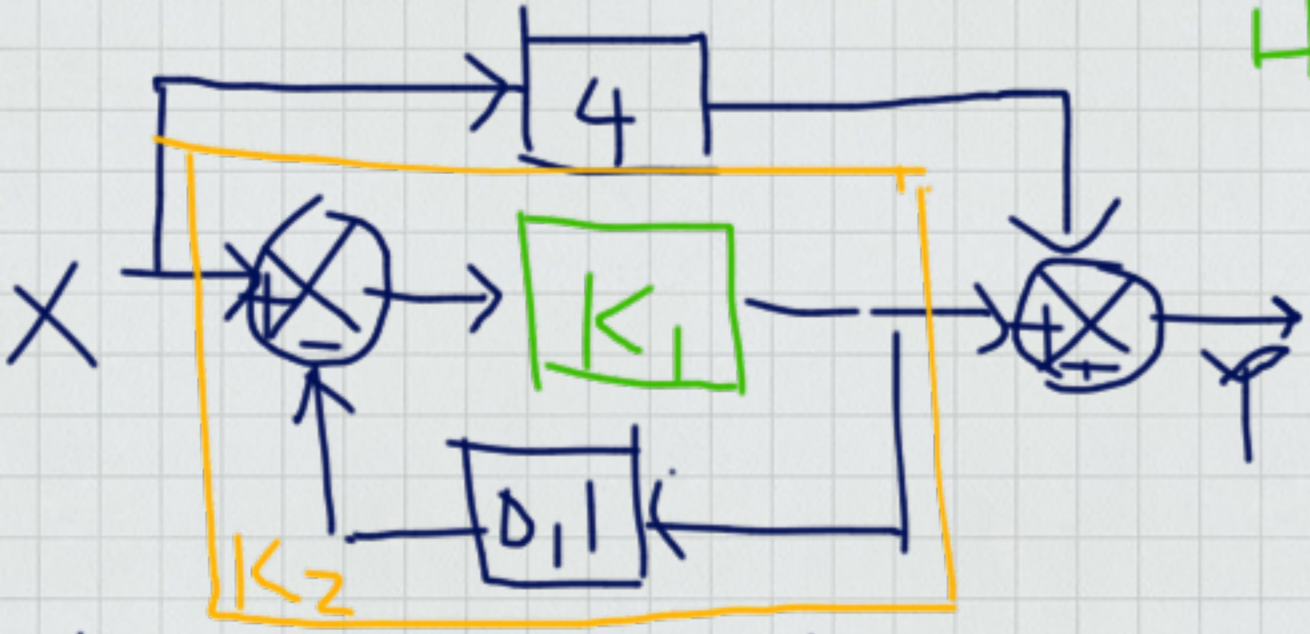
$$12{,}4X = 1{,}6Y$$

$$Y = \frac{12{,}4}{1{,}6}X = 7.75X$$

$$Y = KX$$

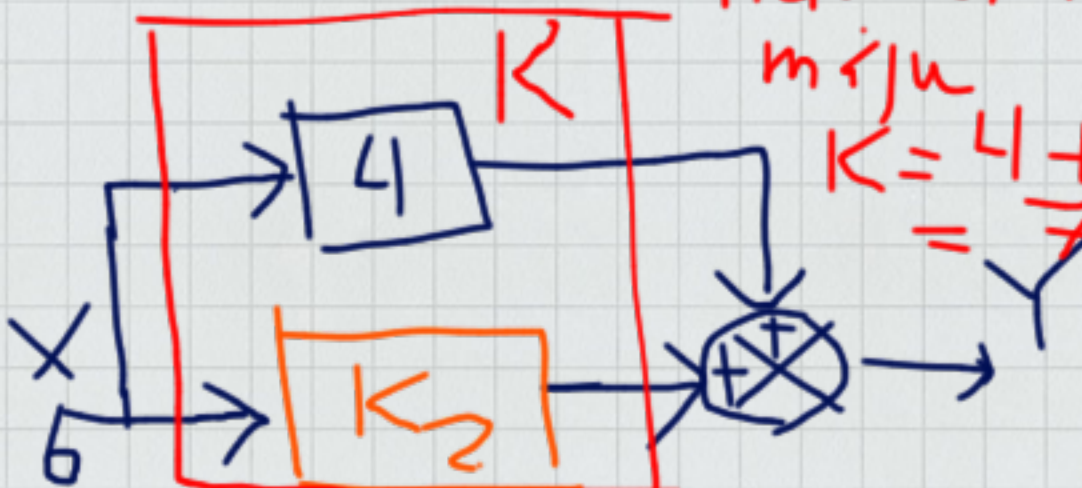
$$\boxed{K = 7.75}$$

Cara II : Dengan Aljabar Bagan Kotak



Hubungan Serial

$K_1 = (2).(3) = 6$



Hub. Umpan maju

$K = 4 + K_2$

$= \underline{\underline{7{,}75}}$

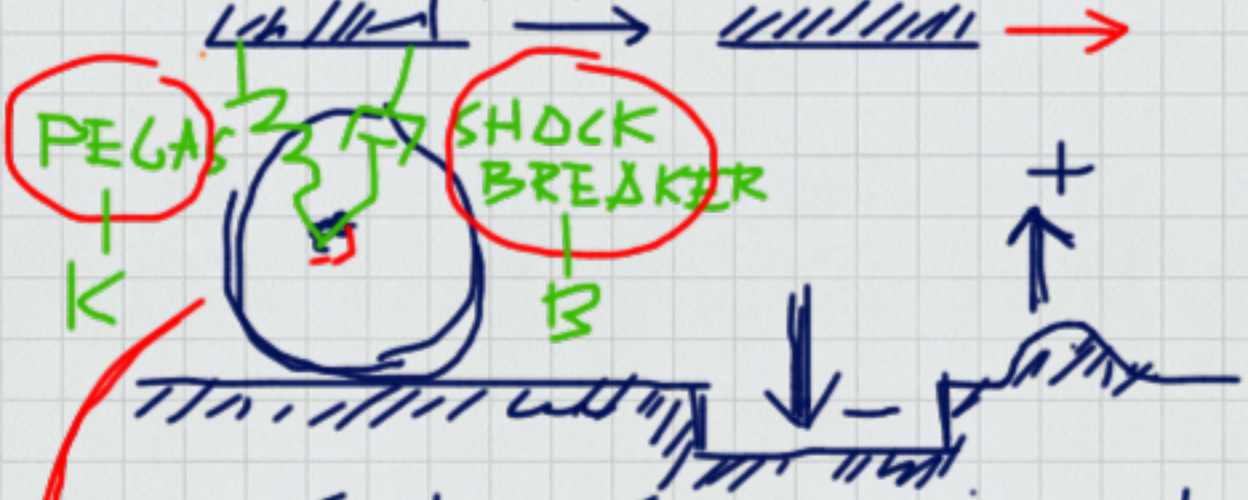
Hubungan Umpan Balik

$$K_2 = \frac{K_1}{1 + 0.1K_1} = \frac{6}{1{,}6} = 3{,}75$$

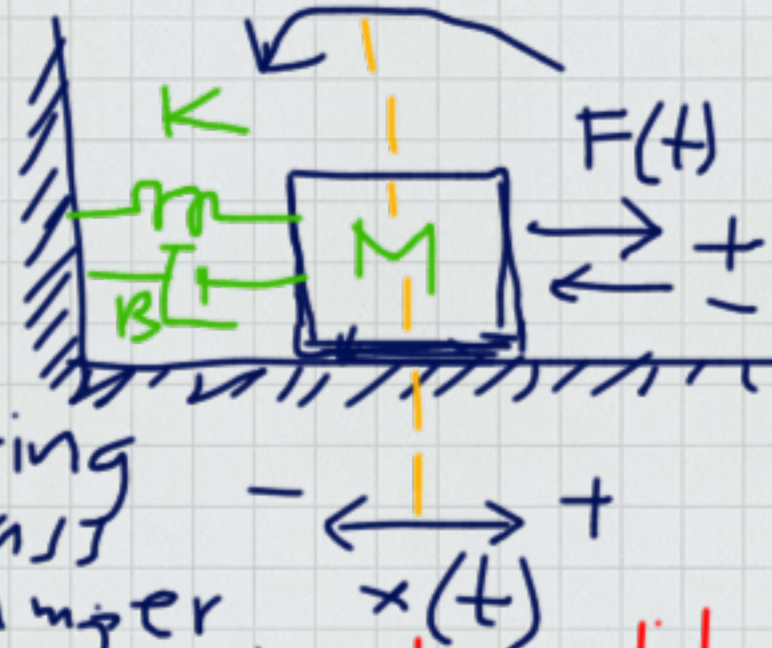
*Contoh Mekanik

Sistem "Spring-Mass-Damper"

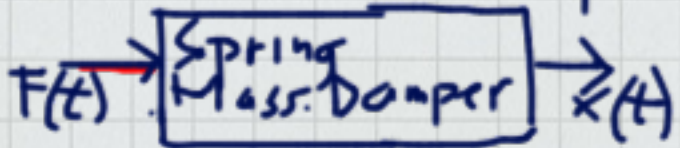
model fisik dari sistem SUSPENSI



⇒ model fisik



Sistem Suspensi pada roda



Spring
Mass
Damper

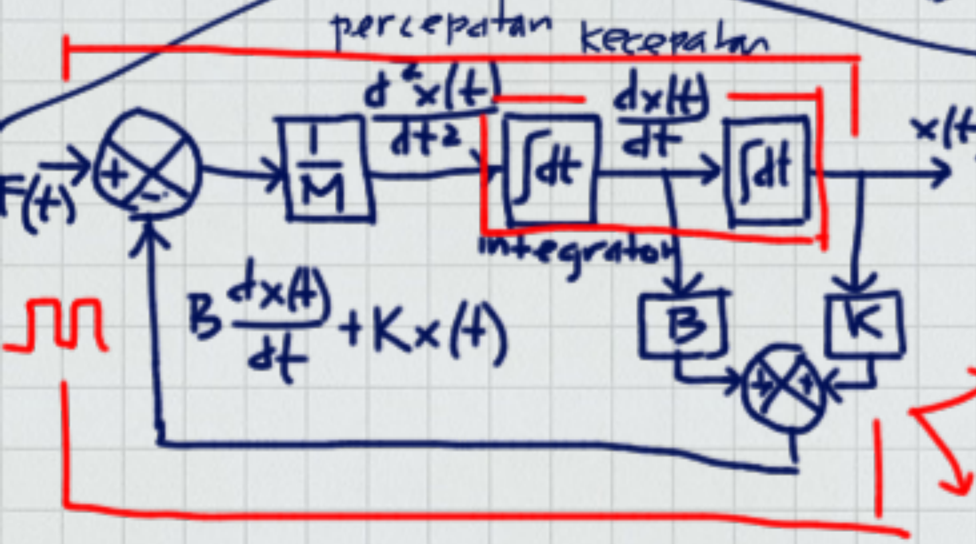
Bagan Kotak

model matematik

Pers. Differensial
Hukum Newton:

$$F(t) = M\frac{d^2x(t)}{dt^2} + B\frac{dx(t)}{dt} + Kx(t)$$

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = \frac{1}{M}\left[F(t) - \left(B\frac{dx(t)}{dt} + Kx(t)\right)\right]$$



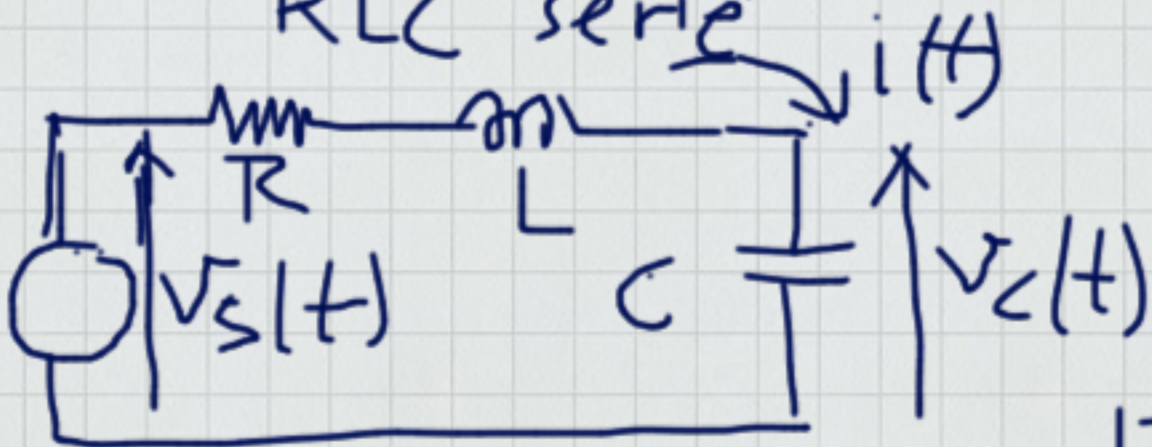
=

Electronics
Programmer

* Contoh Elektrik

Sistem Pemuatan Kapasitor melalui R&L

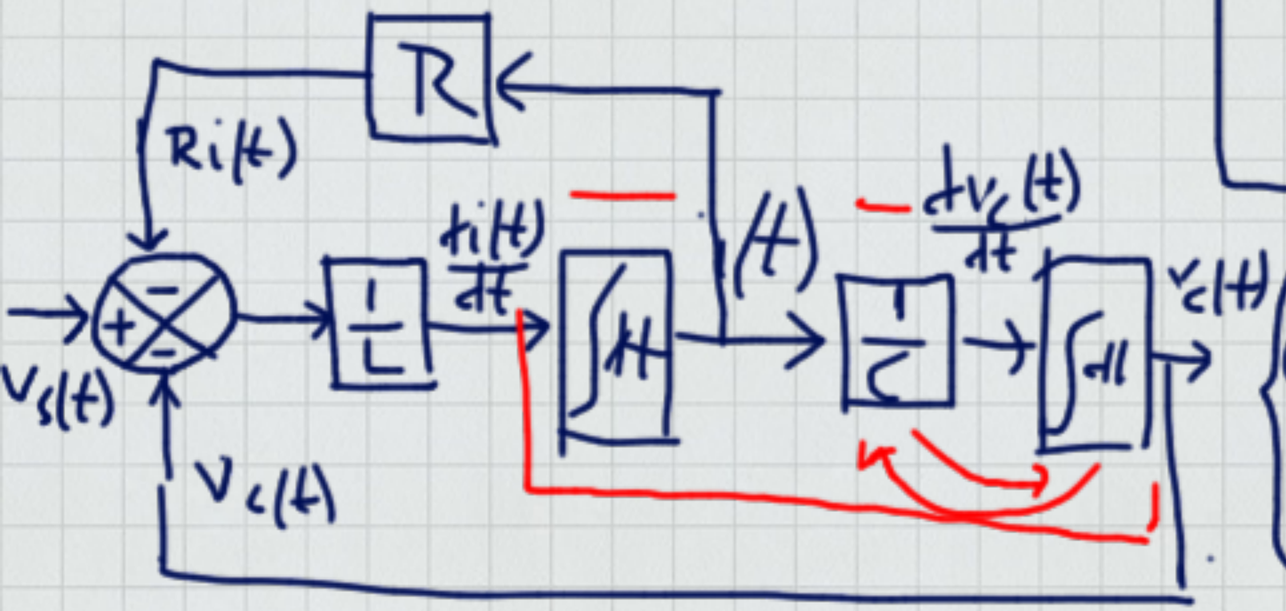
RLC serie



Hukum Ohm : Pers. Diff

$$* \quad v_s(t) - v_c(t) = R\,i(t) + L\frac{di(t)}{dt} \quad (1)$$

$$* \quad i(t) = C\,\frac{dv_c(t)}{dt} \quad (2)$$



$$(1) \rightarrow \frac{di(t)}{dt} = \frac{1}{L}\left(v_s(t) - v_c(t) - R\,i(t)\right)$$

$$(2) \rightarrow \frac{dv_c(t)}{dt} = \frac{1}{C}\,i(t)$$

Bagan Kotak dapat me-REPRESENTASI-kan sistem secara UNIVERSAL

BAB I

* Pengertian SISTEM
* Representasi SISTEM ⟶ Bagan Kotak / Aljabar ...

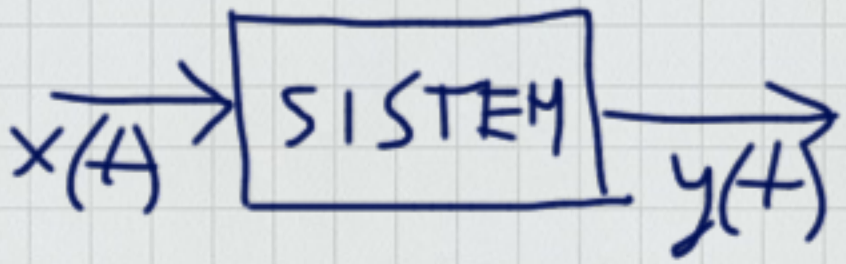
Next: * Macam^2 SISTEM

* Sistem Dengan/Tanpa Ingatan

(Systems with/without MEMORY)

DEFINISI (batasan): Suatu sistem dikatakan mempunyai ingatan (sistem dengan ingatan) jika keluaran dan dan keadaannya pada saat ini, bergantung pada (ditentukan oleh) masukan, keadaan dan/atau keluarannya pada masa lalu.

Contoh: (Matematis)



Sistem A

$$y(t) = 10\underbrace{(t-10)}\,\underbrace{x(t)}$$

Sistem B

$$y(t) = 10\underbrace{(t)}\,\underbrace{x(t-10)}$$

Mis. $t = 12$ (jam 12 siang) $\longrightarrow$ keluaran sistem A&B ??

BAB I

* Pengertian SISTEM
* Representasi SISTEM → Bagan Kotak / Aljabari...

Next:

* Macam² SISTEM
  * Sistem dengan/tanpa ingatan
  * Sistem Kausal dan Non-Kausal
  * Sisten Invertible dan Non-Invertible
  * Sistem Time Varying da Time Invariant

(lebih rinci dapat dibaca di FOTOCOPY.an)

* Sistem Linier dan tak Linier

* Sistem Dengan/Tanpa Ingatan

(Systems with/without MEMORY)

DEFINISI (batasan): Suatu sistem dikatakan mempunyai ingatan (sistem dengan ingatan) jika keluaran dan dan keadaannya pada saat ini, bergantung pada (ditentukan oleh) masukan, keadaan dan/atau keluarannya pada masa lalu.

Contoh (Matematis)

$$x(t) \longrightarrow \boxed{\text{SISTEM}} \longrightarrow y(t)$$

Sistem A

$$y(t) = 10(t-10)\,x(t)$$

Sistem B

$$y(t) = 10(t)\,x(t-10)$$

Mis. $t = 12$ (jam 12 siang) $\longrightarrow$ Keluaran sistem A & B ??

Sistem A: $y(12) = 10(12-10) \times (12) = 20 \times (12)$

keluaran pada jam 12 $\Longleftarrow$ masukan pada jam 12

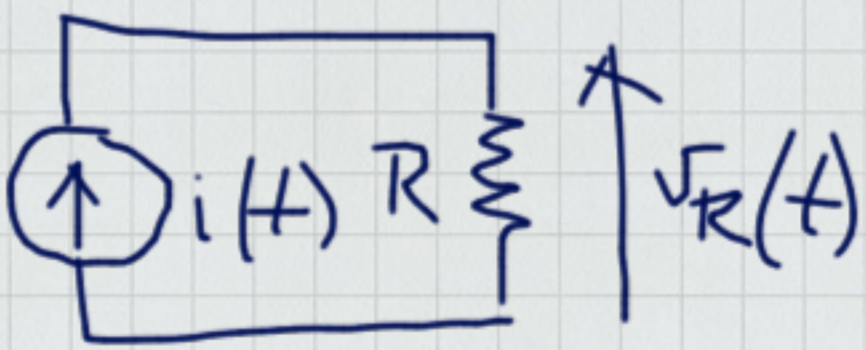
TANPA INGATAN

Sistem B: $y(12) = 10(12) \times (12-10) = 120 \times (2)$

keluaran pada jam 12 $\Longleftarrow$ masukan pada jam 2

DENGAN INGATAN

Contoh Elektrik:

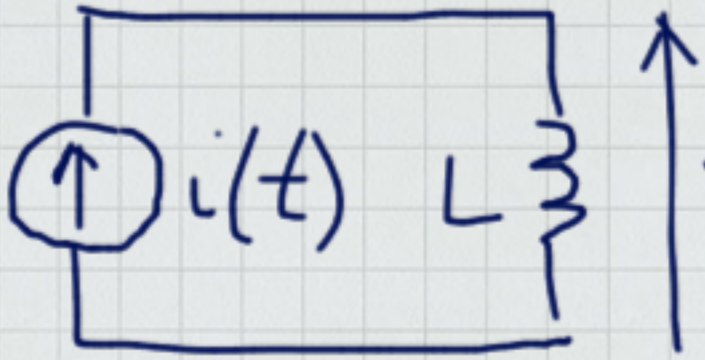
* 

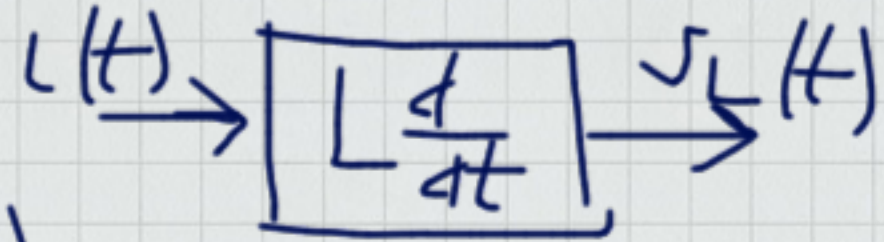
$$i(t) \longrightarrow \boxed{R} \longrightarrow v_R(t)$$

Hukum Ohm: $v_R(t) = R\,i(t)$

TANPA INGATAN

*

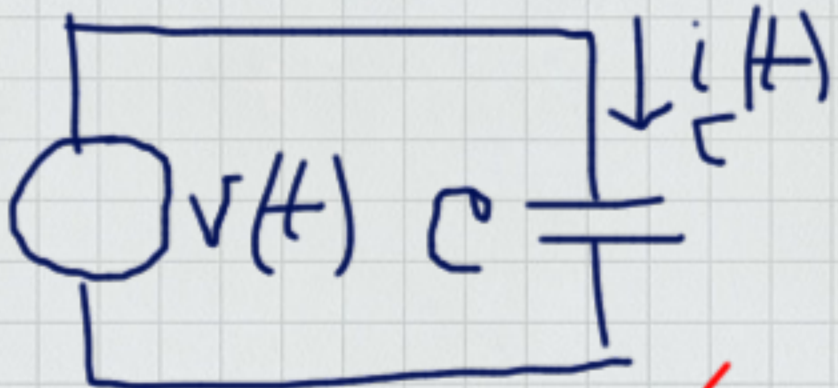


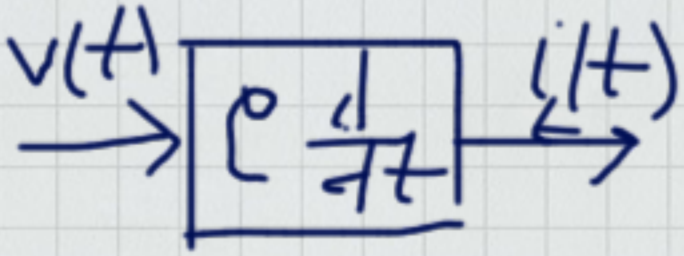


Hukum Ohm: $v_L(t) = L\dfrac{di(t)}{dt}$

DENGAN INGATAN

*





Hukum Ohm: $i_C(t) = C\dfrac{dv(t)}{dt}$

$C = \varepsilon\dfrac{A}{d}$

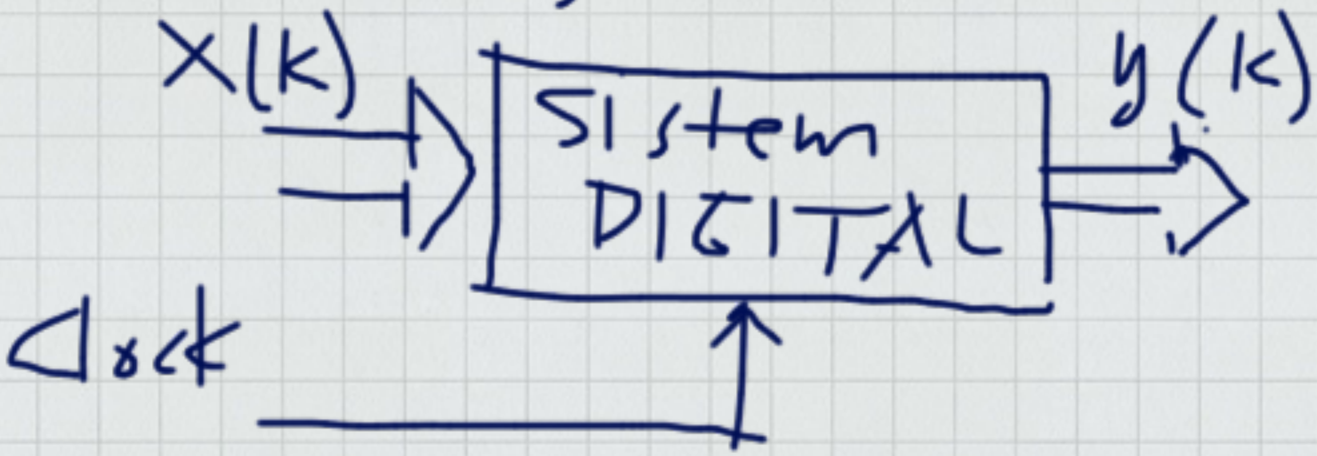
* Sistem KAUSAL dan NON-KAUSAL

DEFINISI =
(batasan)

Suatu sistem dikatakan NON-KAUSAL jika keluaran atau keadaannya pada saat ini tergantung pada (ditentukan oleh) masukan, keadaan dan/atau keluarannya pada saat yang akan datang.

Sistem non-kausal tidak "reallizable"
tidak bisa di-realisasi

"Kausalitas" penting dalam perancangan sistem (DIGITAL) sekuensial =



k = 0, 1, 2, 3 .

SISTEM A   SISTEM B

Persamaan Difference (Beda, Selisih).

Sistem A

$$y(k) = 10(k+1)x(k)$$

k	x(k)	y(k)
0	$0 \longrightarrow$	0
1	$1 \longrightarrow$	20
2	$0 \longrightarrow$	0
3	$1 \longrightarrow$	40
4	$0 \longrightarrow$	0
⋮	⋮	
⋮	1	1

KAUSAL

Sistem B

$$y(k) = 10(k)x(k+1)$$

k	x(k)	y(k)
0	0	0 ←
1	1	?
2 $\longrightarrow$	0 $\nearrow$	?
3	1	?
4	0	⋮
⋮	1	

NON-KAUSAL

Bagaimana dengan sistem : $y(k) = 10x(k+1) + 20y(k+2)$?

* Sistem INVERTIBLE dan NON-INVERTIBLE

Definisi : Suatu sistem dikatakan INVERTIBLE jika memiliki INVERSE

$$x(t) \rightarrow \boxed{S} \rightarrow y(t) \qquad y(t) \rightarrow \boxed{S^{-1}} \rightarrow x(t)$$

sistem invertible $\Longleftrightarrow$ inverse sistem

Inverse sistem yang invertible sudah pasti invertible juga

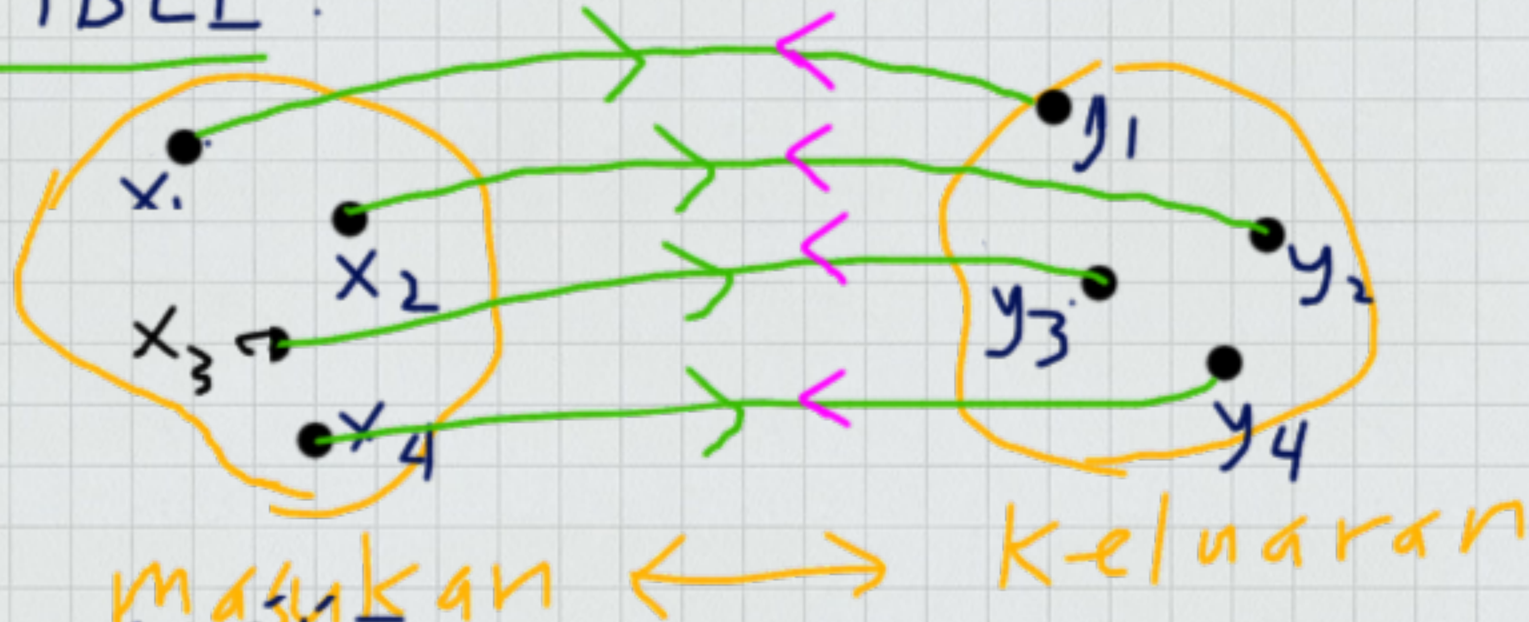
Sifat invertible sangat diperhatikan dalam sistem pengolahan isyarat (signal processing)

* Contoh :

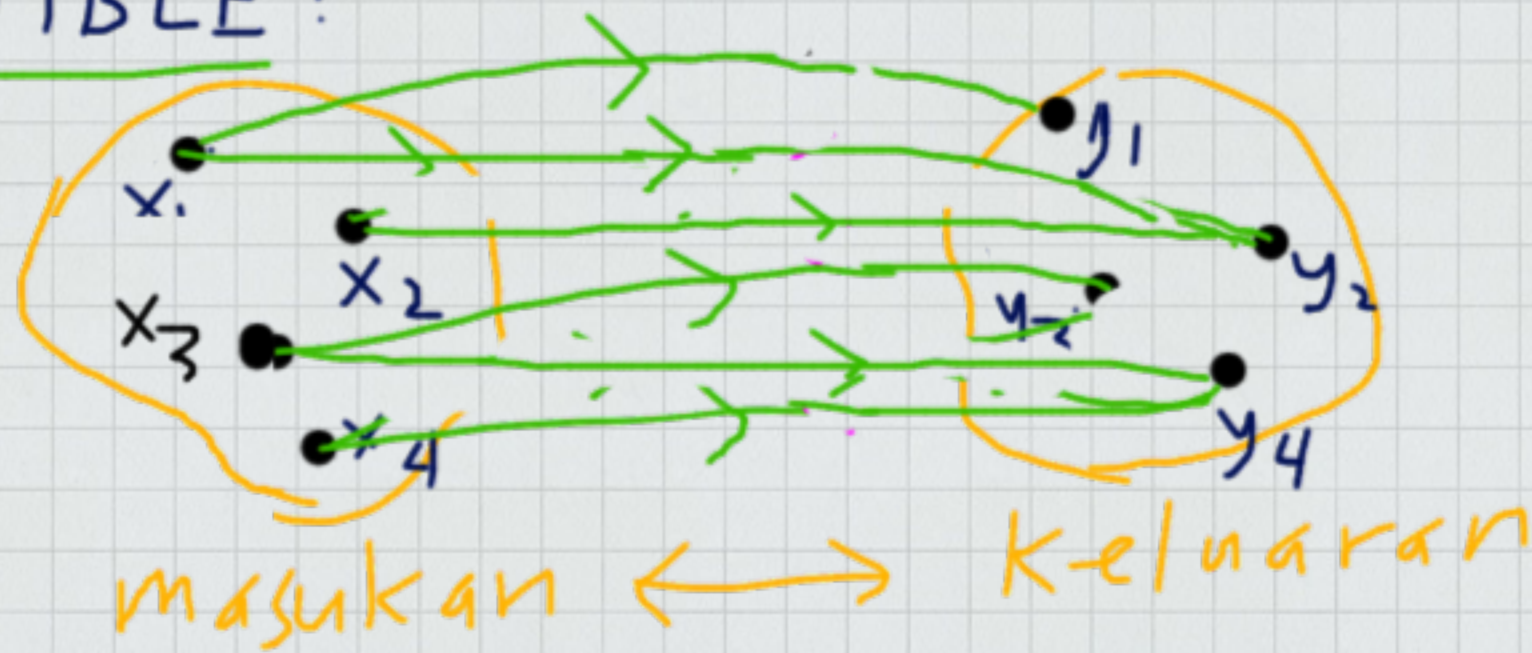
Sistem		Inversi
MODULATOR	⟷ MODEM	DEMODULATOR
ENCODER	⟷ CODEC	DECODER
scrambler	⟷	descrambler
encrypt	⟷ (kriptografi)	decrypt
tx pemancar XMT	⟷	penerima RX RCV
recorder	⟷	playback
microphone	⟷	loudspeaker
⋮	⋮	⋮

Pada umumnya sistem yang invertible melakukan "pemetaan satu ke satu" (one-to-one mapping) dari masukan ke keluaran:

INVERTIBLE:



NON INVERTIBLE:



Penguat (Amplifier) $y(t) = K x(t)$, $K > 1$

invertible $\longrightarrow$ Redaman (Attenuator)

$$y(t) = \frac{1}{K} x(t)$$

tapi : $y(t) = \sin[x(t)]$ non-invertible

$y(t) = \sin^{-1}[x(t)]$ bukan inverse dari $y(t) = \sin[x(t)]$

sebab jika $x(t) = \frac{\pi}{2} \longrightarrow y(t) = \sin\left[\frac{\pi}{2}\right] = 1$

$$x(t) = \sin^{-1}[1] = \frac{\pi}{2} + 2n\pi$$

$n = 0, 1, 2, 3 \ldots$

Contoh nyata : Penyearah (Rectifier) $y(t) = |x(t)|$

$x(t) \longrightarrow$  $\longrightarrow y(t) = |x(t)|$

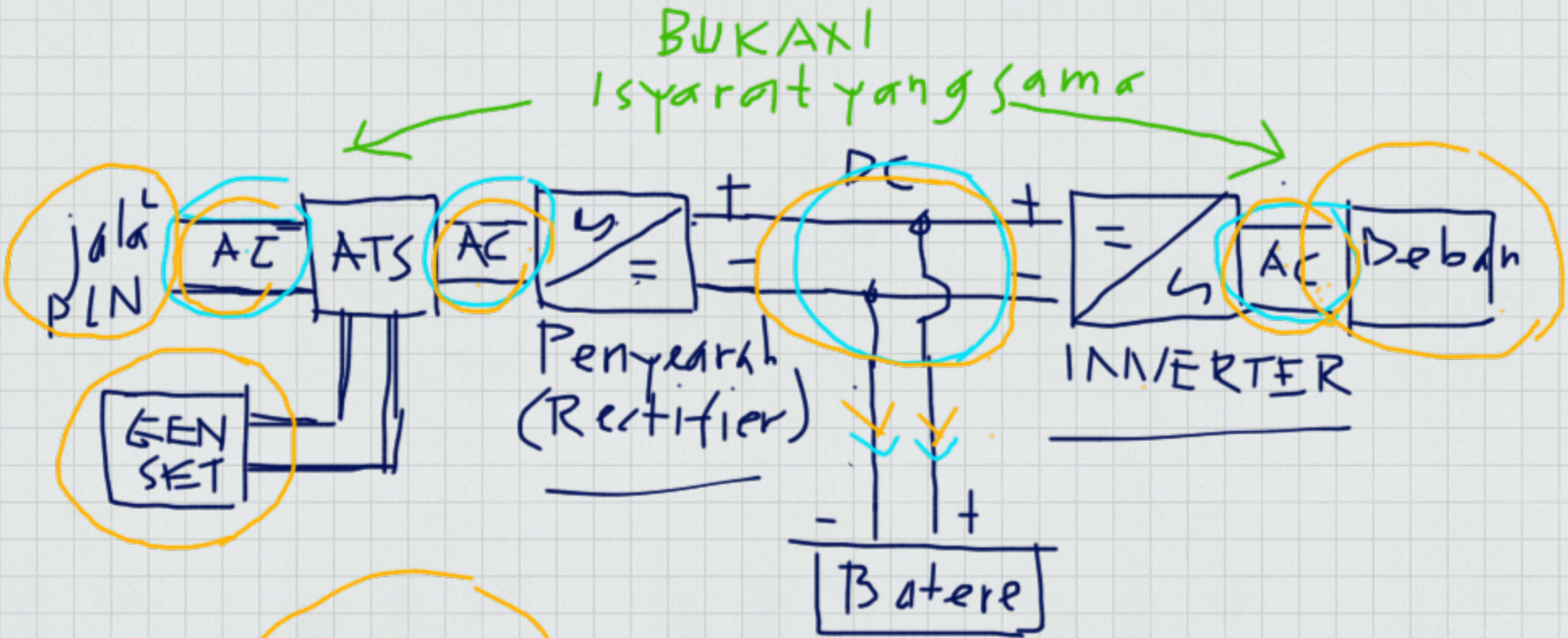
penyearah

NON-INVERTIBLE

$x(t) = \pm 2 \rightarrow y(t) = 2$

Bgm dgn INVERTER ???

* UPS (Uninterruptable Power Supply)



Inverter bukan INVERSE penyearah

Jadi Penyearah adalah NON-INVERTIBLE karena tidak memiliki inverse

* Sistem TIME-INVARIANT dan TIME-VARYING

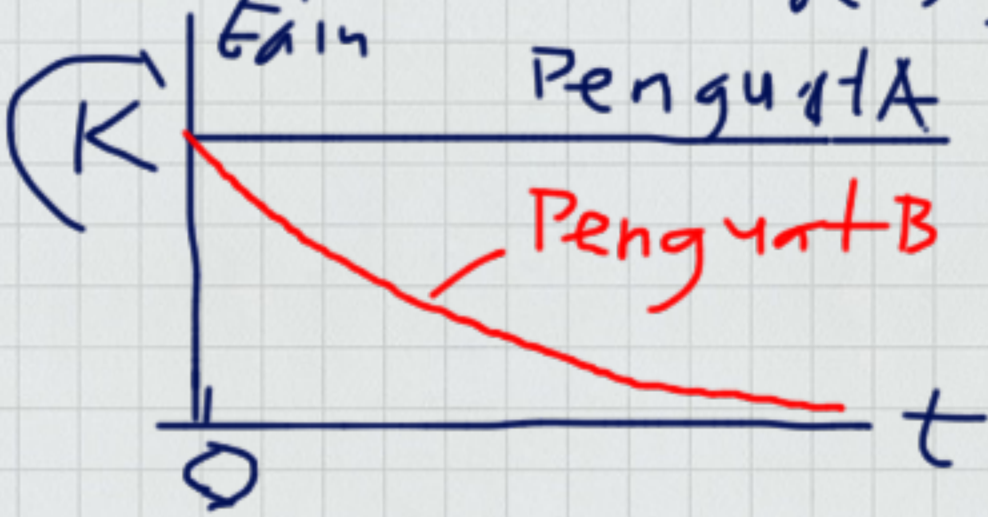
Definisi: Suatu sistem dikatakan TIME-INVARIANT jika pergeseran waktu (penundaan atau pemajuan) masukan HANYA mengakibatkan pergeseran waktu yang sama pada keluaran.

$$x(t) \rightarrow \boxed{\text{Penguat}} \rightarrow y(t)$$

Penguat A

$y(t) = K\,x(t)$

TIME INVARIANT



Penguat B

$y(t) = K e^{-t} x(t)$

TIME VARYING

* Penguat A $y(t) = Kx(t)$

diberi masukan $x_1(t)$ $\longrightarrow$ keluaran $y_1(t) = Kx_1(t)$

keluaran tertunda:

$$y_1(t-\Delta) = Kx_1(t-\Delta)$$

diberi masukan

$\Rightarrow$ $x_2(t) = x_1(t-\Delta)$ $\longrightarrow$ keluaran $y_2(t) = Kx_2(t)$

$$= Kx_1(t-\Delta)$$

$$\Rightarrow \quad = y_1(t-\Delta)$$

* Penguat B $y(t) = Ke^{-t}x(t)$

diberi masukan $x_1(t) \rightarrow$ keluaran $y_1(t) = Ke^{-t}x_1(t)$

$$y_1(t-\Delta) = Ke^{-(t-\Delta)}x_1(t-\Delta)$$

$$= (Ke^{\Delta})e^{-t}x_1(t-\Delta)$$

diberi masukan

$x_2(t) = x_1(t-\Delta)$ $\longrightarrow$ $y_2(t) = Ke^{-t}x_2(t) = Ke^{-t}x_1(t-\Delta)$

$$\neq y_1(t-\Delta)$$

Bab I Pengenalan SISTEM LINIER

* Pengertian SISTEM ✓
* Representasi SISTEM ✓
* Macam2 SISTEM ✓
* Sistem LINIER dan Tak LINIER
* LINIERisasi → MIDTEST (40 %)

Definisi [Suatu sistem dikatakan LINIER jika kombinasi linier isyarat masukan menghasilkan kombinasi linier isyarat keluaran]

Bab I Pengenalan SISTEM LINIER

* Pengertian SISTEM ✓
* Representasi SISTEM ✓
* Macam2 SISTEM ✓
* **Sistem LINIER dan Tak LINIER**
* LINIERisasi → MIDTEST (40%)

Definisi [Suatu sistem dikatakan LINIER jika kombinasi linier isyarat masukan menghasilkan kombinasi linier isyarat keluaran]

Sistem LINIER =: Sembarang masukan $x_1(t)$ dan masukan $x_2(t)$ serta $\alpha_1, \alpha_2 \neq 0$ berlaku →

TIDAK DIPILIH PILIH

Masukan $\longrightarrow$ Kelnaran

Sembarang $x_1(t) \longrightarrow y_1(t)$

— " — $x_2(t) \longrightarrow y_2(t)$

— " — α_1 dan $\alpha_2 \longrightarrow$ Kombinasi linier $\alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t)$

Kombinasi linier isyarat masukan.

$x(t) = \alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t) \longrightarrow y(t) = \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t)$

Contoh: * Penguat A (Time INVARIANT)

$y(t) = Kx(t)$

Tunjukkan Penguat A adalah sistem Linier! (LTI)

Bukti : Masukan $\longrightarrow$ Keluaran

Sembarang: $x_1(t) \longrightarrow y_1(t) = Kx_1(t)$

$x_2(t) \longrightarrow y_2(t) = Kx_2(t)$

Sembarang $\alpha_1, \alpha_2 \longrightarrow$ Kombinasi linier

Kombinasi Linier isyarat masukan: $\longrightarrow$ Keluaran: $\alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t)$

$$x(t) = \alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t) \longrightarrow y(t) = Kx(t)$$

$$= K(\alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t))$$

$$= K\alpha_1 x_1(t) + K\alpha_2 x_2(t)$$

$$= \alpha_1 \underbrace{Kx_1(t)} + \alpha_2 \underbrace{Kx_2(t)}$$

$$= \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t)$$

(terbukti)

q.e.d.

Terbukti bahwa Penguat A ($y(t) = Kx(t)$) adalah sistem Linier krn kombinasi linier isyarat masukan menghasilkan kombinasi linier isyarat keluaran

quod erat demonstrandum (terbukti)

Bgm dengan Penguat B = $y(t) = Ke^{-t}x(t)$?
(TIME VARYING)

Jawaban: Penguat B adalah Sistem Linier juga:
(LTV)

Bukti: Masukan $\longrightarrow$ Keluaran

$x_1(t) \longrightarrow y_1(t) = Ke^{-t}x_1(t)$

$x_2(t) \longrightarrow y_2(t) = Ke^{-t}x_2(t)$

$\alpha_1, \alpha_2 \longrightarrow$ Kombinasi Linier Isyarat Keluaran: $\alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t)$

Kombinasi Linier Isyarat Masukan: $x(t) = \alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t) \longrightarrow y(t) = Ke^{-t}x(t)$

$$
\begin{aligned}
&= Ke^{-t}(\alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t)) \\
&= Ke^{-t}\alpha_1 x_1(t) + Ke^{-t}\alpha_2 x_2(t) \\
&= \alpha_1 Ke^{-t}x_1(t) + \alpha_2 Ke^{-t}x_2(t) \\
&= \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t) \text{ (q.e.d)}
\end{aligned}
$$

terbukti Penguat B adalah Sistem Linier juga seperti Penguat A

* Apakah suatu penyearah $y(t) = |x(t)|$ merupakan Sistem Linier? Buktikan!

Jawab : Bukan, penyearah adalah sistem tak linier.

Bukan

Bukti :

Masukan	$\longrightarrow$	Keluaran
$x_1(t) = 2$	$\longrightarrow$	$y_1(t) = \|x_1(t)\| = 2$
$x_2(t) = 3$	$\longrightarrow$	$y_2(t) = \|x_2(t)\| = 3$
$\alpha_1 = 1 \quad \alpha_2 = 4$	$\longrightarrow$	Kombinasi Linier

Kombinasi Linier Isyarat Masukan : $x(t) = \alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t)$

$= 1.2 + 4.3 = 14$

Isyarat Keluaran

$\alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t)$

$= 1.2 + 4.3 = 14$

$y(t) = |x(t)| = 14$

Jadi --- ?

TIDAK MEMBUKTIKAN APA2

Bukti : Masukan $\longrightarrow$ Keluaran

$x_1(t) = -2 \longrightarrow y_1(t) = |x_1(t)| = |-2| = 2$

$x_2(t) = 3 \longrightarrow y_2(t) = |x_2(t)| = |3| = 3$

$\alpha_1 = 1,\ \alpha_2 = 4 \longrightarrow$ Kombinasi linier Isyarat Keluaran

$\alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t) = 14$

Kombinasi Linier Isyarat Masukan

$x(t) = \alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t)$

$= 1(-2) + 4.3 = 10 \longrightarrow y(t) = |x(t)| = |10| = 10$

$y(t) \neq \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t)$

q.e.d.

Jadi terbukti penyearah adalah sistem tak linier karena kombinasi linier isyarat masukan TIDAK menghasilkan kombinasi linier isyarat keluaran $(10 \neq 14)$

* Tunjukkan dengan bukti bahwa penguat dengan OFFSET $y(t) = 10x(t) + 0.5$ adalah sistem tak linier!

OFFSET

Bukti: Masukan $\longrightarrow$ Keluaran

$x_1(t) = 0.1 \longrightarrow y_1(t) = 10x_1(t) + 0,5$

$= 10(0,1) + 0,5$

$= 1,5$

$x_2(t) = -0,1 \longrightarrow y_2(t) = 10x_2(t) + 0,5$

$= -0,5$

$\alpha_1 = 1 ; \alpha_2 = 1 \longrightarrow \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t) = 1$

$x(t) = \alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t)$

$= (1)(0.1) + (1)(-0,1) = 0 \longrightarrow y(t) = 10x(t) + 0.5 = 0,5$

$y(t) \neq \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t)$

terbukti

* Apakah suatu integrator $y(t)=\int x(t)\,dt$ merupakan sistem linier? Buktikan!

Jawab: * Ya, suatu integrator adalah sistem linier.

* Bukti:

Masukan $\longrightarrow$ Keluaran

$$x_1(t) \longrightarrow y_1(t) = \int x_1(t)\,dt$$

$$x_2(t) \longrightarrow y_2(t) = \int x_2(t)\,dt$$

$$\alpha_1, \alpha_2 \longrightarrow \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t)$$

$$= \alpha_1 \int x_1(t)\,dt + \alpha_2 \int x_2(t)\,dt$$

$$x(t) = \alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t) \longrightarrow y(t) = \int x(t)\,dt$$

$$= \int \left(\alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t)\right) dt \Rightarrow$$

Keluaran (dari masukan $x(t) = \alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t)$

$$y(t) = \int (\alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t))\,dt$$
$$= \int \alpha_1 x_1(t)\,dt + \int \alpha_2 x_2(t)\,dt$$
$$= \alpha_1 \underbrace{\int x_1(t)\,dt} + \alpha_2 \underbrace{\int x_2(t)\,dt}$$
$$= \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t) \quad [q.e.d)$$

NEXT :

Modulator Frequency

$$y(t) = A \cdot \sin\left[2\pi \underbrace{(x(t) + f_c)}_{\text{Modulasi frekuensi}} t\right]$$

Linier atau tidak ?

Keluaran $y(t) = \int (\alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t)) dt$

(dari masukan $x(t) = \alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t)$

$$= \int \alpha_1 x_1(t)\, dt + \int \alpha_2 x_2(t)\, dt$$

$$= \alpha_1 \underbrace{\int x_1(t)\, dt} + \alpha_2 \underbrace{\int x_2(t)\, dt}$$

$$= \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t) \quad [q.e.d)$$

NEXT:

Modulator Frequency

$$y(t) = A \sin [2\pi \underbrace{(x(t) + f_c)}_{\text{Modulasi frekuensi}} t]$$

Linier atau tidak ?

Jawab: Tidak, modulator frekuensi adalah sistem tak linier

Bukti: [Misalnya pada $t = 1$ sec, $f_c = 0,5$ Hz]

$y(t) = A\sin\left[2\pi\left(x(t)+0,5\right)\cdot 1\right]$

Masukan $\longrightarrow$ Keluaran

$x_1(t) = 0.5\,(\text{Hz}) \longrightarrow y_1(t) = A\sin 2\pi = 0$

$x_2(t) = -0,75\,(\text{Hz}) \longrightarrow y_2(t) = A\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -A$

$\alpha_1 = 4,\ \alpha_2 = 2 \longrightarrow$

Kombinasi Linier Isyarat masukan

$x(t) = \alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t)$

$= 4\,(0,5) + 2\,(-0,75)$

$= 2 - 1,5 = 0,5 \longrightarrow y(t) = A\sin\left[2\pi(0,5+0,5)\right]$

$= A\sin 2\pi = 0$

$\neq \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t)$

Kombinasi Linier Isyarat Keluaran

$\alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t)$

$= 4.0 + 2(-A) = \underline{\underline{-2A}}$

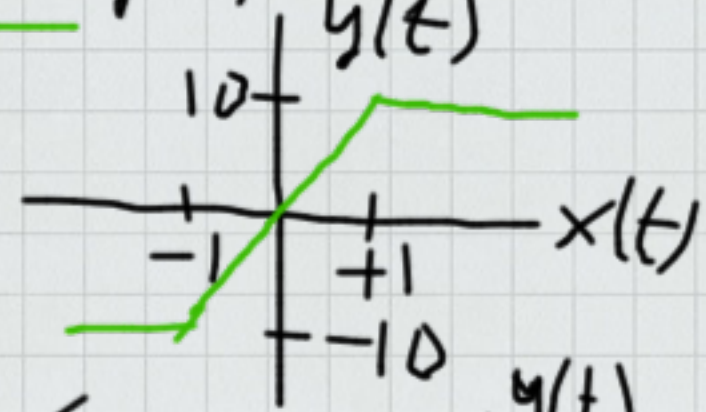
Terbukti bahwa Modulator Frekuensi adalah TAK LINIER (q.e.d)

Beberapa contoh sistem, tunjukkan apakah linier atau tidak :

* Differensiator : $y(t) = \dfrac{dx(t)}{dt}$

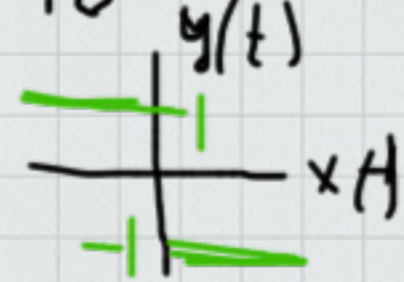
* Penguat Jenuh (Saturating Amplifier)

$$y(t)\begin{cases} = 10\,x(t), & |x(t)| \leq 1 \\ = 10, & x(t) > 1 \\ = -10, & x(t) < -1 \end{cases}$$



* Komparator $\quad y(t)\begin{cases} = 1, & x(t) \leq 0 \\ = -1, & x(t) > 0 \end{cases}$

Pembanding



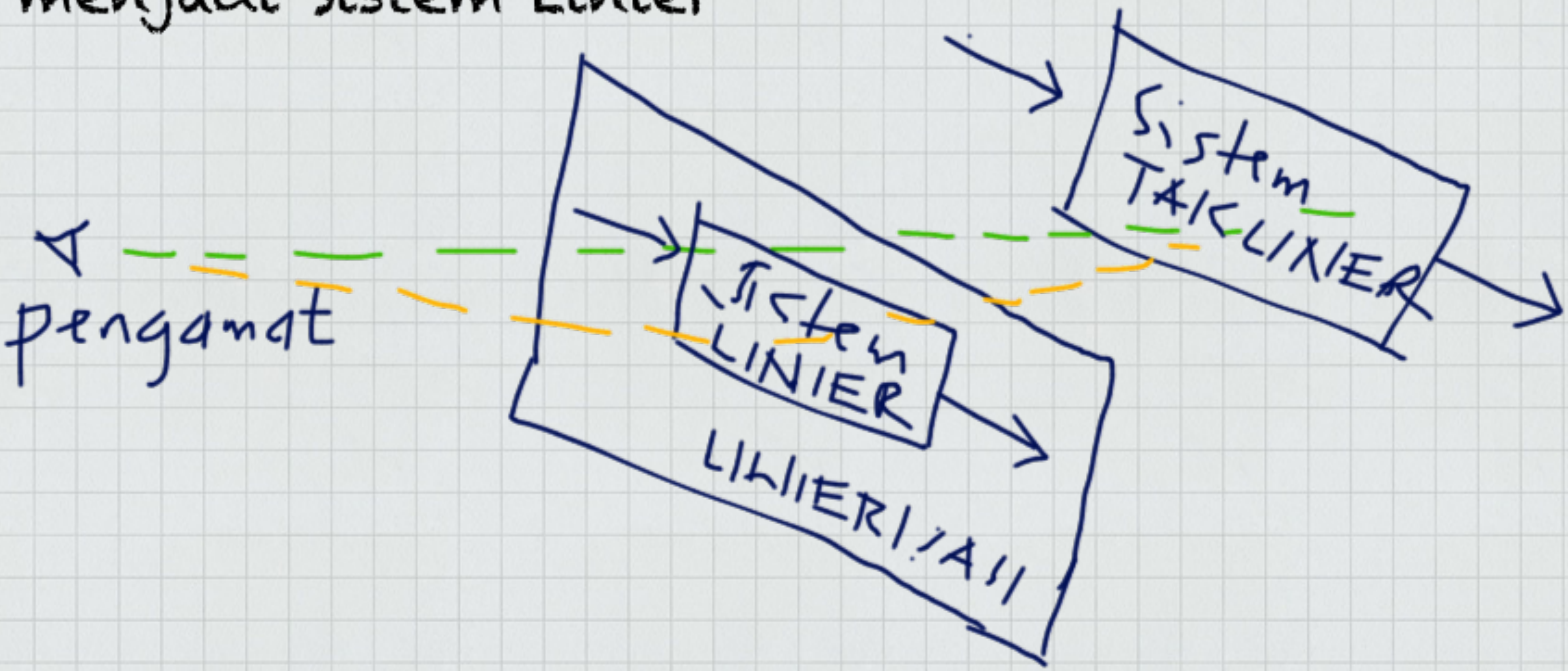
* Penguat Logarithmik : $y(t) = 10 \log |x(t)|$, $x(t) \neq 0$

* Pembalik fasa 180° $y(t) = -x(t)$ (Inverting Amp)

* Modulator Amplitude : $y(t) = x(t)\left[\sin 2\pi f_c t\right]$
* Modulator Fasa : $y(t) = A \sin\left[2\pi f_c t + x(t)\right]$

NEXT LINIERISASI

Linierisasi BUKAN mengubah Sistem Tak Linier menjadi Sistem Linier



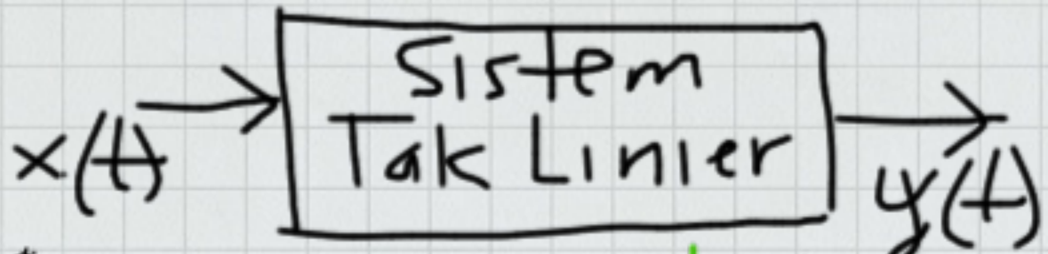
Linierisasi diperlukan karena kebanyakan teori, metode analisis dan desain dibangun untuk diterapkan secara umum pada Sistem Linier. Sulit membangun teori, metode analisis dan desain yang berlaku secara umum untuk semua Sistem Tak Linier.

Sesungguhnya linierisasi hanyalah ASUMSI atau PERSEPSI.

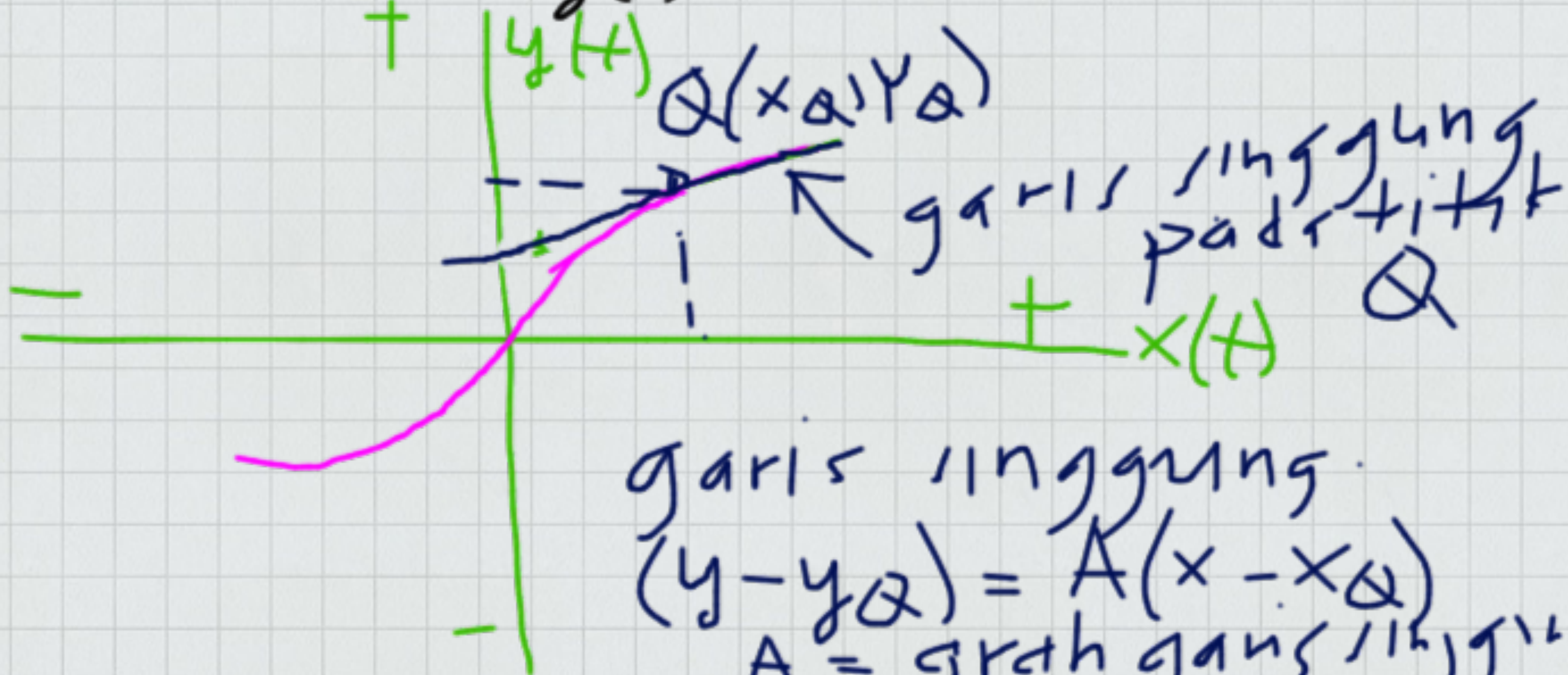
Ada banyak cara melakukan linierisasi, suatu cara mungkin dapat diterapkan pada suatu sistem tak linier tertentu, tapi tidak bisa diterapkan pada Sistem Tak Linier yang lain. Beberapa cara linierisasi, misalnya Linierisasi dengan pendekatan garis singgung, analisis isyarat kecil (small signal analysis), describing function method, dll., yang dipelajari dalam matakuliah Sistem Tak Linier.

Berikut ini dicontohkan tentang linierisasi dengan pendekatan garis singgung, yang biasa disebut juga sebagai Secant Method atau Newton Method.

Misalnya suatu Sistem Tak Linier mempunyai watak alih (transfer characteristic) atau hubungan input-output yang bisa digambarkan dengan salib sumbu X-Y



Sistem Tak Linier ini beroperasi atau bekerja di sekitar titik kerja Q (x_Q, y_Q)



garis singgung

$(y - y_Q) = A(x - x_Q)$

A = arah garis singgung

Linierasi : $y = f(x)$ ← Sistem Tak Linier

Persamaan garis singgung $= (y - y_Q) = A(x - x_Q)$

$Q(x_Q, y_Q)$: titik kerja

$$A = \left.\frac{d f(x)}{dx}\right|_{(x_Q, y_Q)}$$

↑ diharapkan linier

Contoh : Sistem Tak Linier : $y(t) = 10 \sin[x(t)]$

(Buktikan !)

* Linierisasi pada $Q(0,0)$ ←

$y = f(x) = 10 \sin x$

$$A = \frac{d f(x)}{dx} = \frac{d(10 \sin x)}{dx} = \left. 10 \cos x \right|_{x=0} = 10$$

Pers. garis singgung $= (y - 0) = 10(x - 0) \rightarrow y = 10x$

Hasil linierisasi : $y(t) = 10\, x(t) \rightarrow$ Sistem Linier

* Linierisasi pada $P(\pi, 0)$

garis singgung pada P =

$$(y - y_p) = A(x - x_p)$$

$$A = \frac{df(x)}{dx} = \frac{d(10\sin x)}{dx} = 10\cos x \Big|_{x = x_p} = 10\cos\pi = -10$$

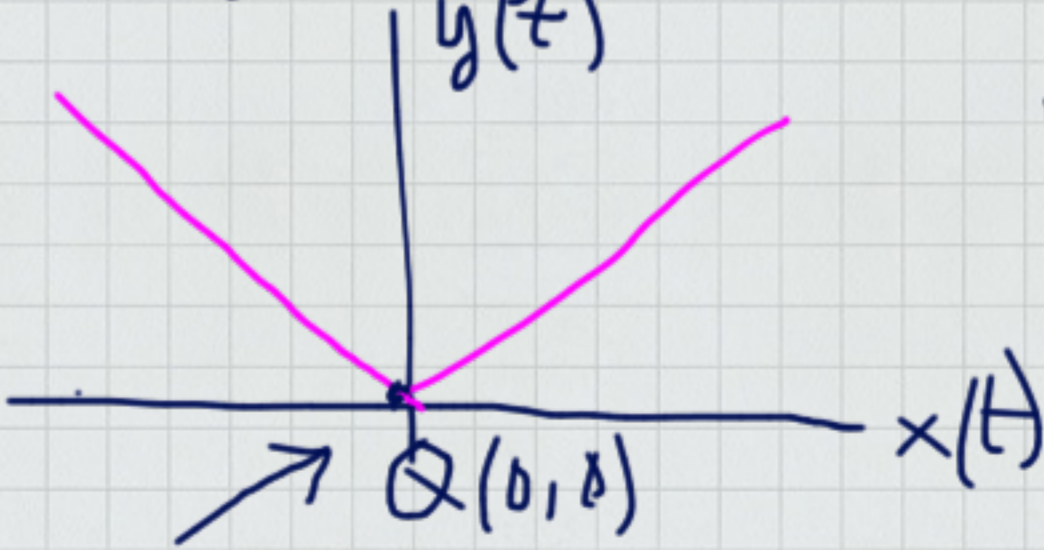
Hasil Linierisasi

$$(y - 0) = -10(x - \pi) \longrightarrow y(t) = -10x(t) + 10\pi$$

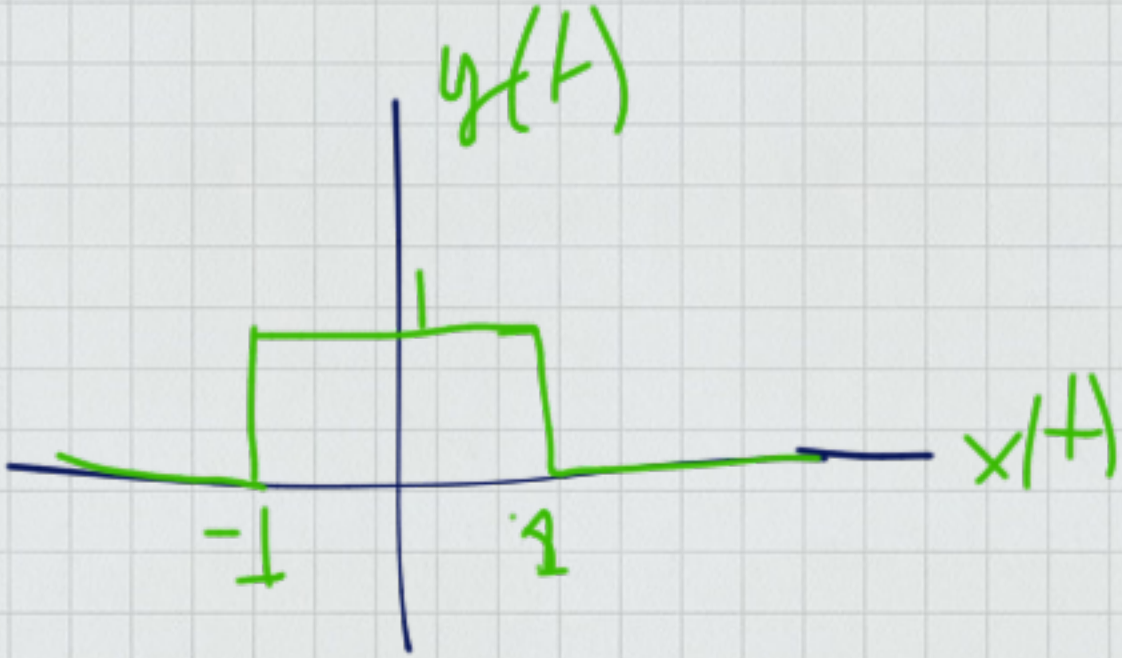
Jadi metode garis singgung TIDAK BERHASIL me-linierisasi sistem $y(t) = 10\sin x(t)$ pada titik kerja $P(\pi, 0)$ karena hasil linierasi-nya yaitu $y(t) = -10x(t) + 10\pi$ adalah sistem tak linier (Penguat dengan OFFSET)

* Penyearah $y(t) = |x(t)|$ ← Tak linier

→ Linierisasikan dengan pendekatan garis singgung pada titik kerja Q(0,0)



non-differensiable



TAMAT BAB I

06/04/2016

Midter

Open Book, No Laptop

(23 org)

BAB II Pemodelan SISTEM LINIER

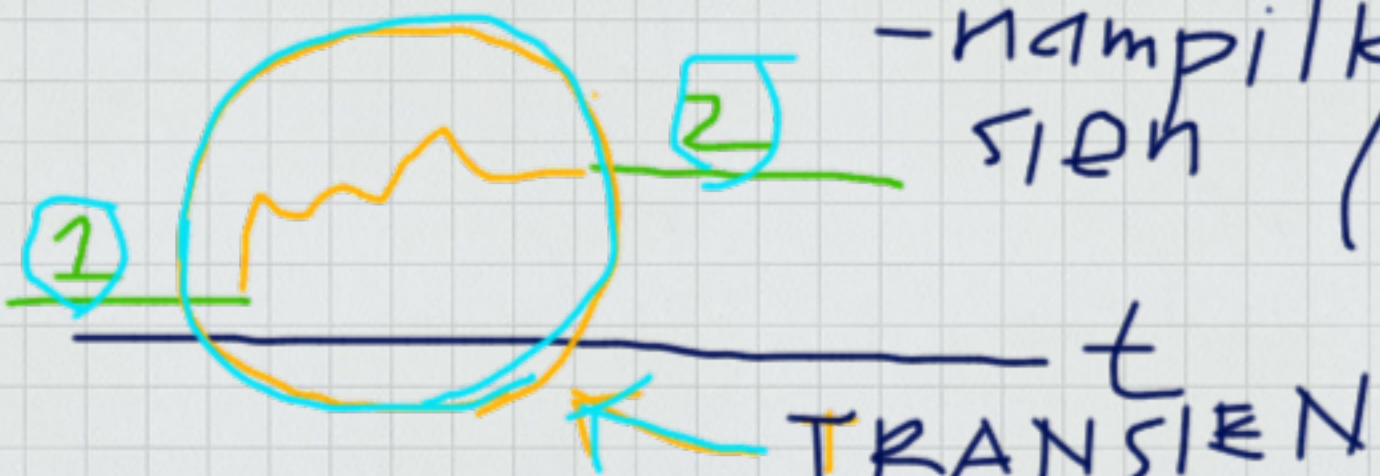
* Urgensi/Pentingnya Pemodelan Sistem
* Pemodelan WATAK ALIH (Transfer characteristics)
* Pemodelan NISBAH ALIH (Transfer Function)
* Pemodelan RUANG KEADAAN (State Space)

$\Rightarrow$ [URGENSI/PENTINGNYA PEMO-DELAN SISTEM]

* Pemodelan WATAK ALIH (Transfer characteristics)

⇒ Model STATIK : tidak melibatkan peubah waktu "t", atau langkah/urutan "k"

⇒ Model "STEADY STATE" : tidak me- (Keadaan tunak/ajeg) -nampilkan keadaan transien (peralihan)



Contoh =

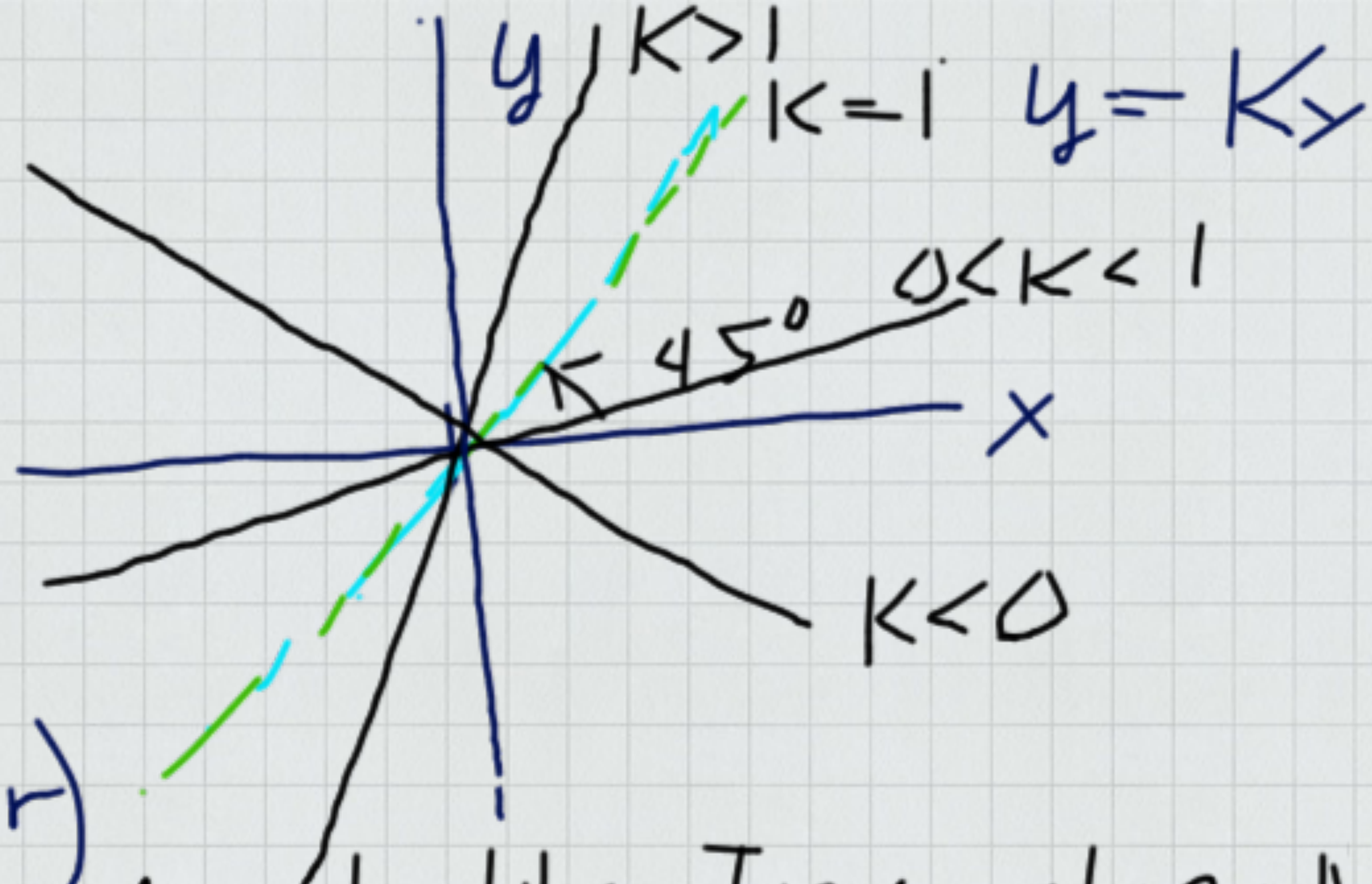
* Penguat Linier

$y(t) = K\,x(t)$

$K > 1$ Penguat (Amplifier)

$0 < K < 1$ Redaman (Attenuator)

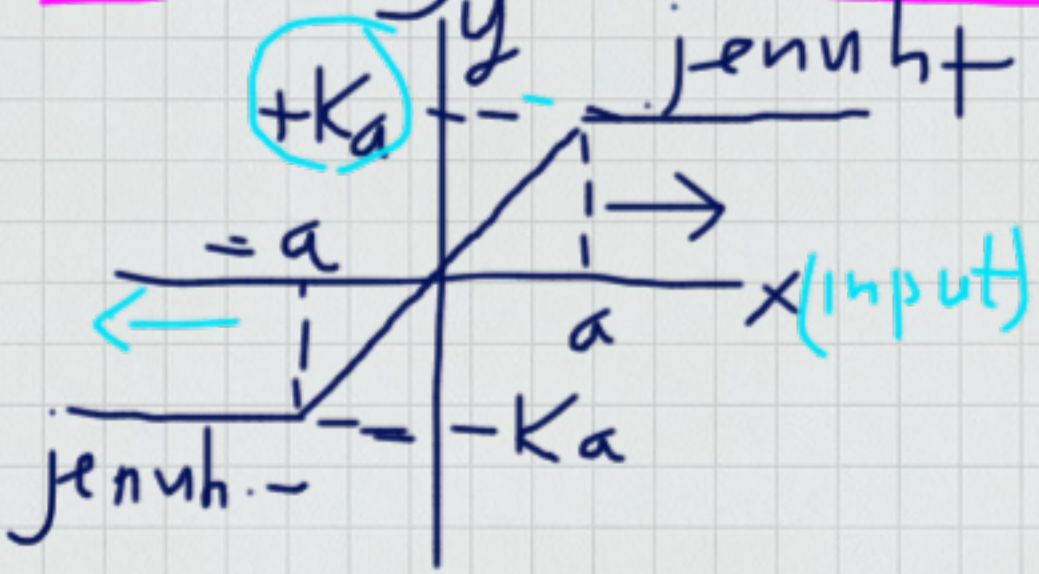
$K < 0$ Penguat Membalik Inverting Amp



Model Watak Alih kurang "bermanfaat" untuk menggambarkan "watak/perilaku" dari Sistem Linier. Model ini akan sangat bermanfaat untuk menggambarkan "watak/perilaku" Sistem Tak Linier.

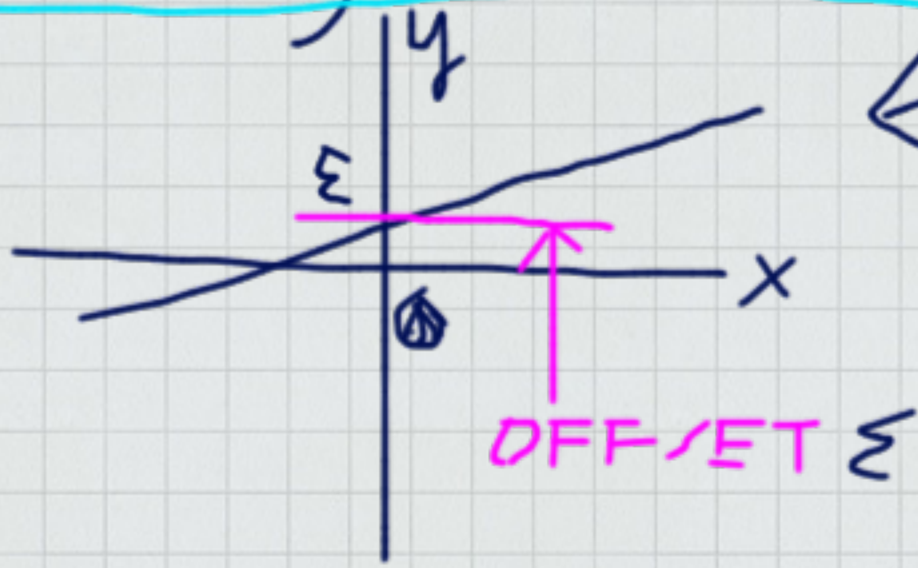
Contoh-contoh Model-model Watak Alih dari Sistem Tak Linier

* Penguat Jenuh (Saturating Amplifier)

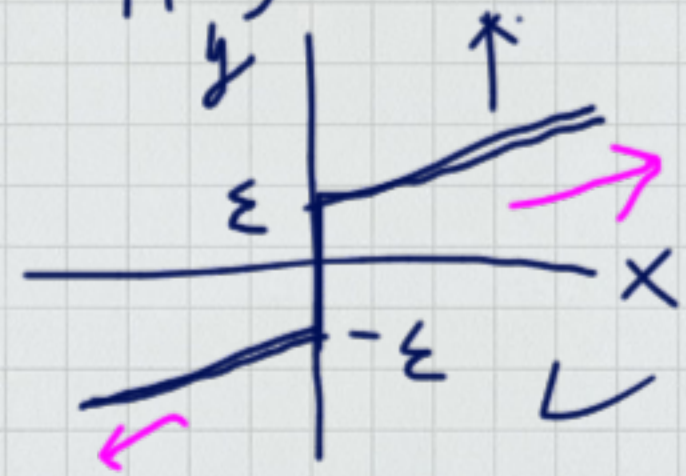


$$y = f(x) \begin{cases} = +Ka, & x > a \text{ jenuh } + \\ = Kx, & |x| \leq a \text{ linier} \\ = -Ka, & x < -a \text{ jenuh } - \end{cases}$$

* Penguat Offset (Amplifier with OFFSET)

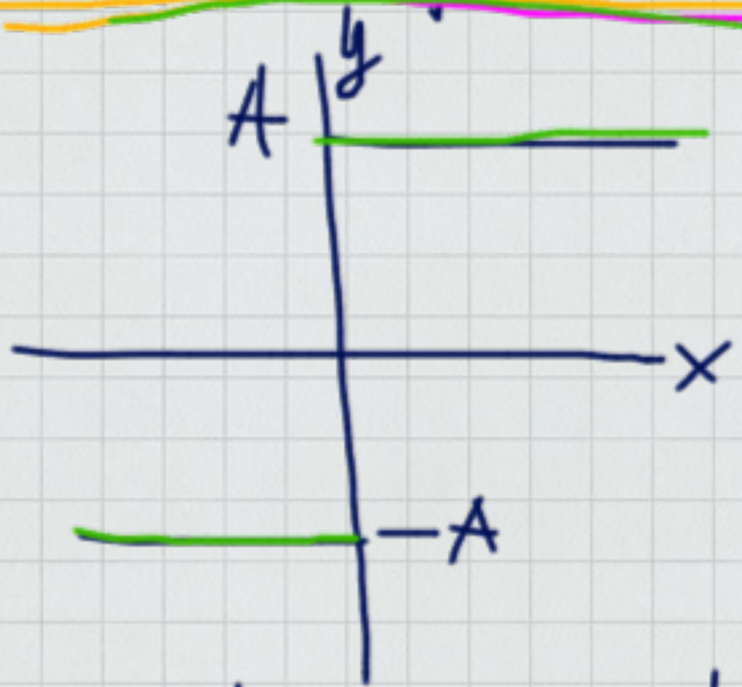


$$y = f(x) = Kx + \varepsilon$$



$$y \begin{cases} = Kx + \varepsilon, & x \geq 0 \\ = Kx - \varepsilon, & x < 0 \end{cases}$$

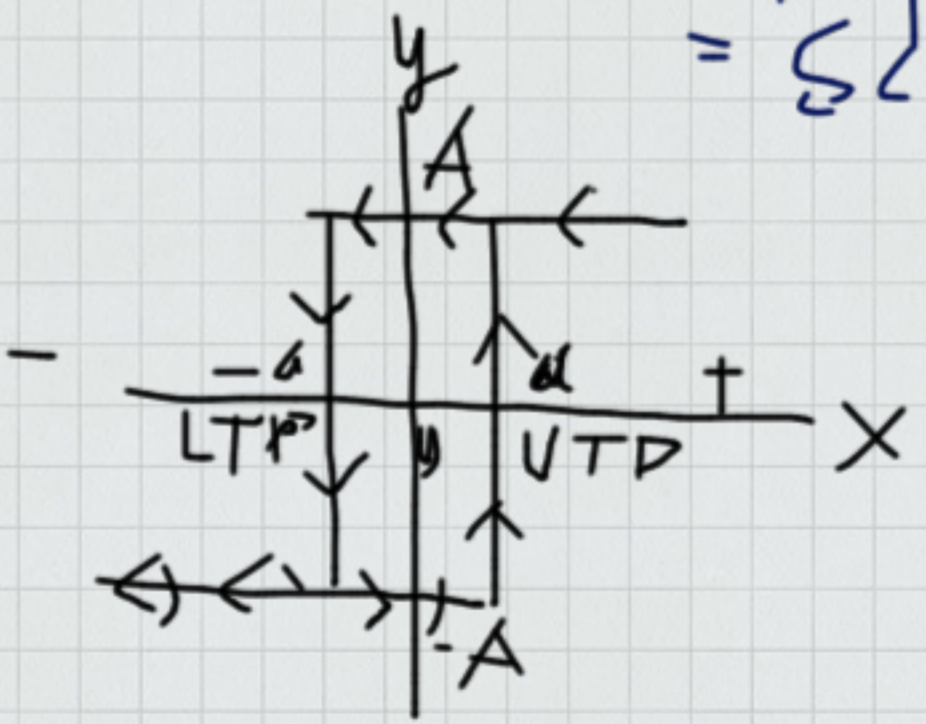
* Komparator (Pembanding)



$$y = f(x) \begin{cases} = A, & x \geq 0 \\ = -A, & x < 0 \end{cases}$$

* Komparator Jendela (Window Comparator)

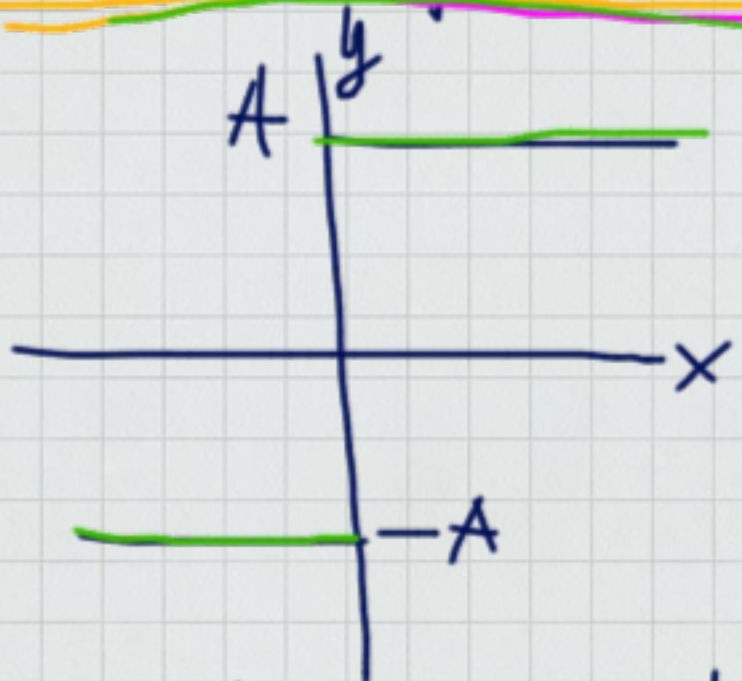
= Hysterisis tegak
= Schmitt Trigger



$x(t) <<< 0 \rightarrow y = -A$, tetap $-A$
sampai $x \geq a$
(Upper Trip Point)

$x(t) >>> 0 \rightarrow y = A$, tetap A
sampai $x \leq -a$
(Lower Trip Point)

* Komparator (Pembanding)

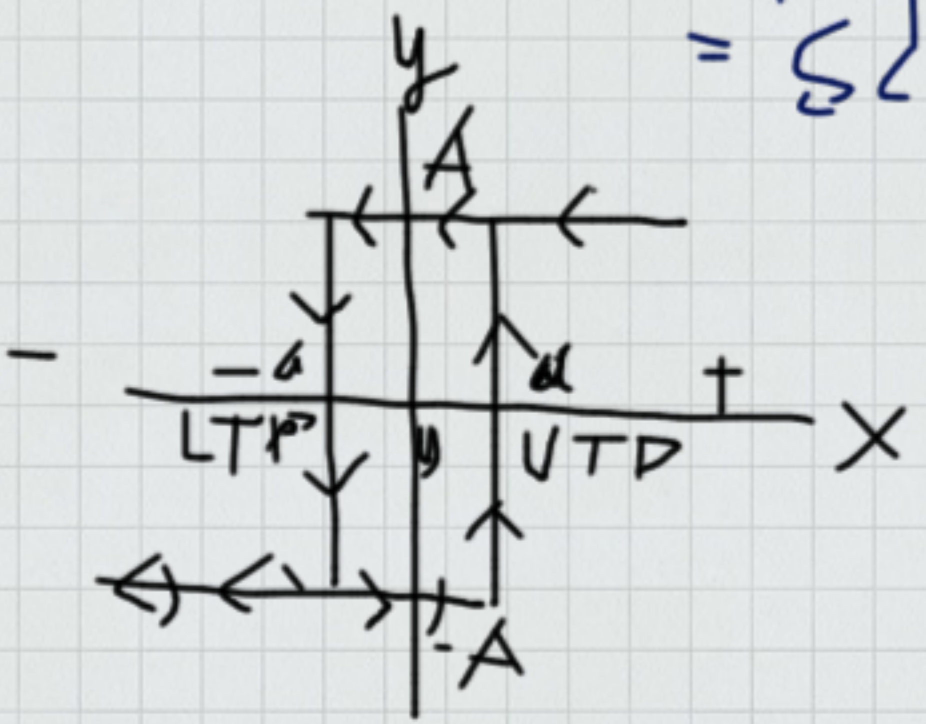


$$y = f(x) \begin{cases} = A, & x \geq 0 \\ = -A, & x < 0 \end{cases}$$

* Komparator Jendela (Window Comparator)

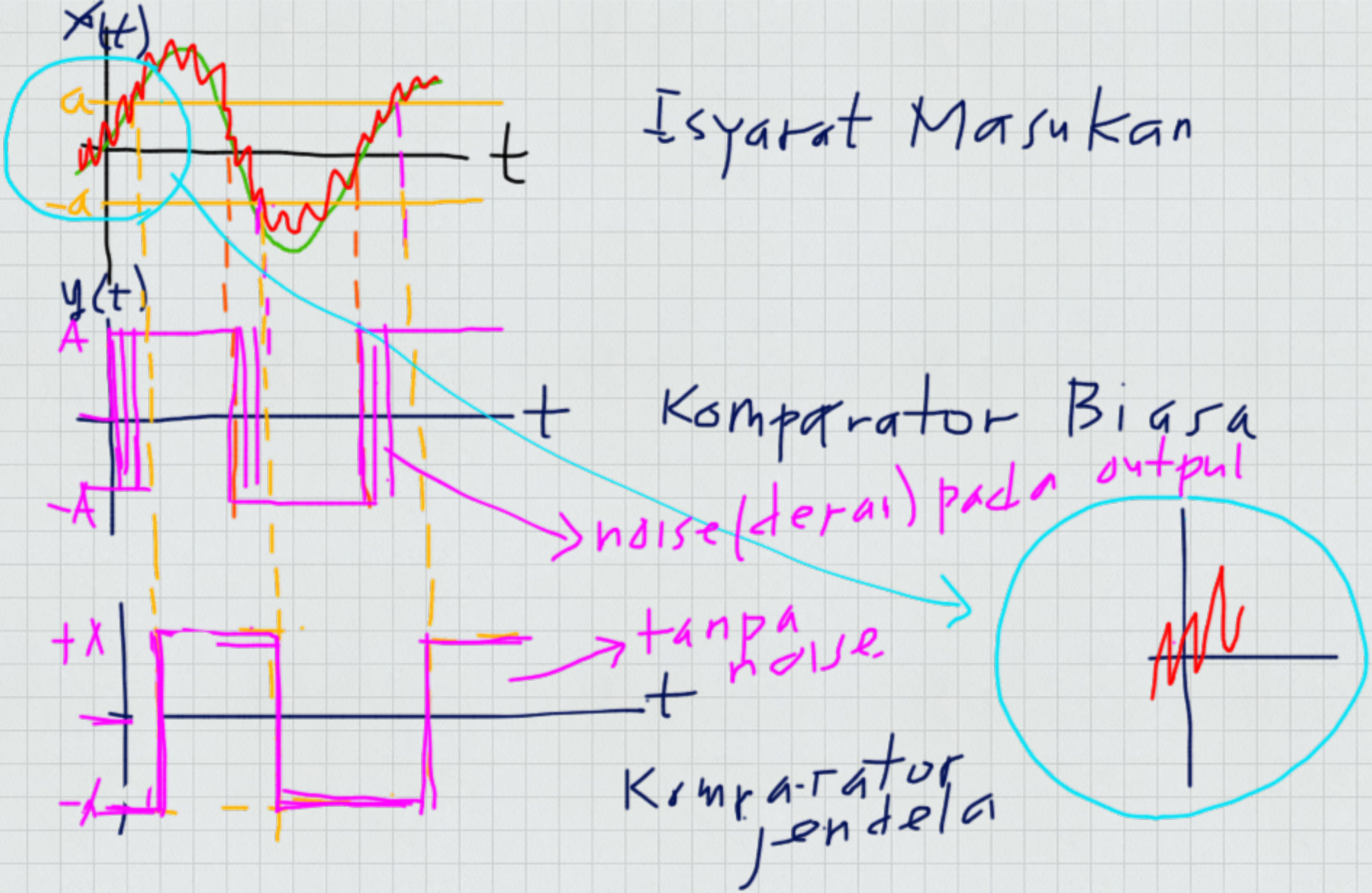
= Hysterisis tegak

= Schmitt Trigger



$x(t) <<< 0 \rightarrow y = -A$, tetap $-A$
sampai $x \geq a$
(Upper Trip Point)

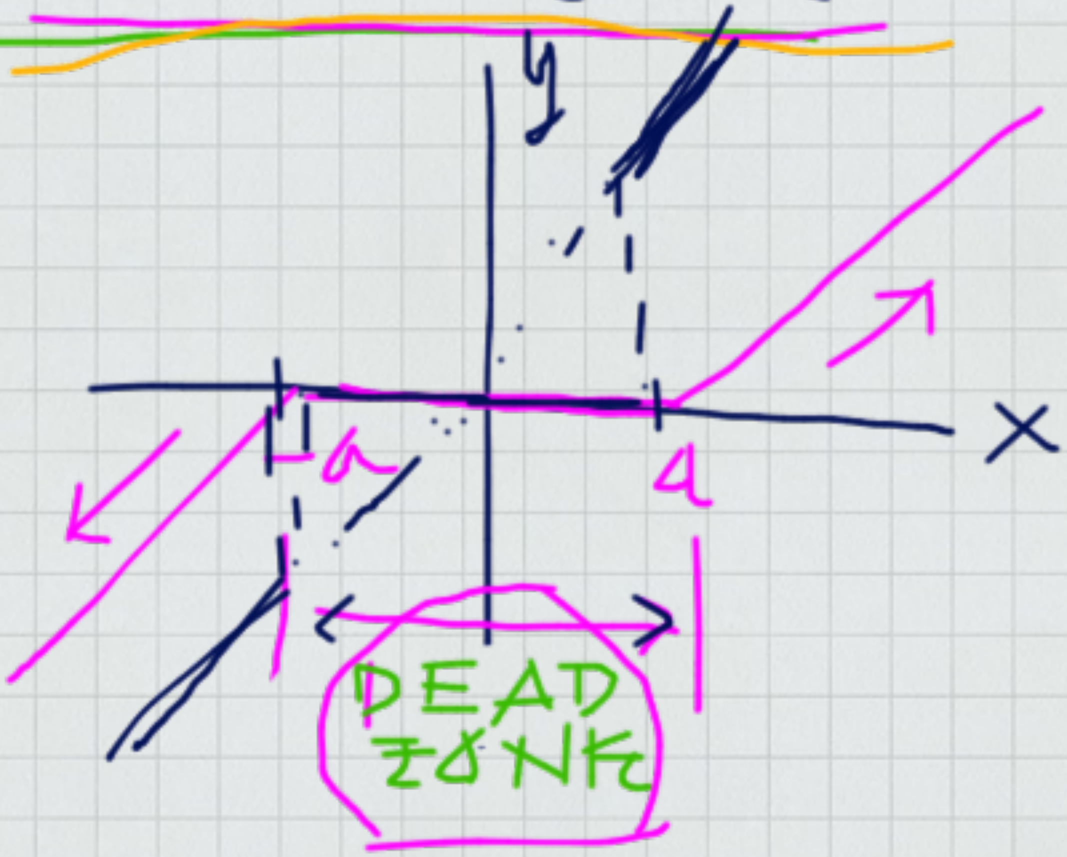
$x(t) >>> 0 \rightarrow y = A$, tetap A
sampai $x \leq -a$
(Lower Trip Point)


x(t)
a
-a
t
Isyarat Masukan
y(t)
A
-A
t
Komparator Biasa
noise (derau) pada output
+X
-X
t
tanpa noise
Komparator jendela

* Hysterisis Biasa

Contoh : Kurva "BH"

* Dead Zone



$x(t) \geq a$

$x(t) \leq -a$

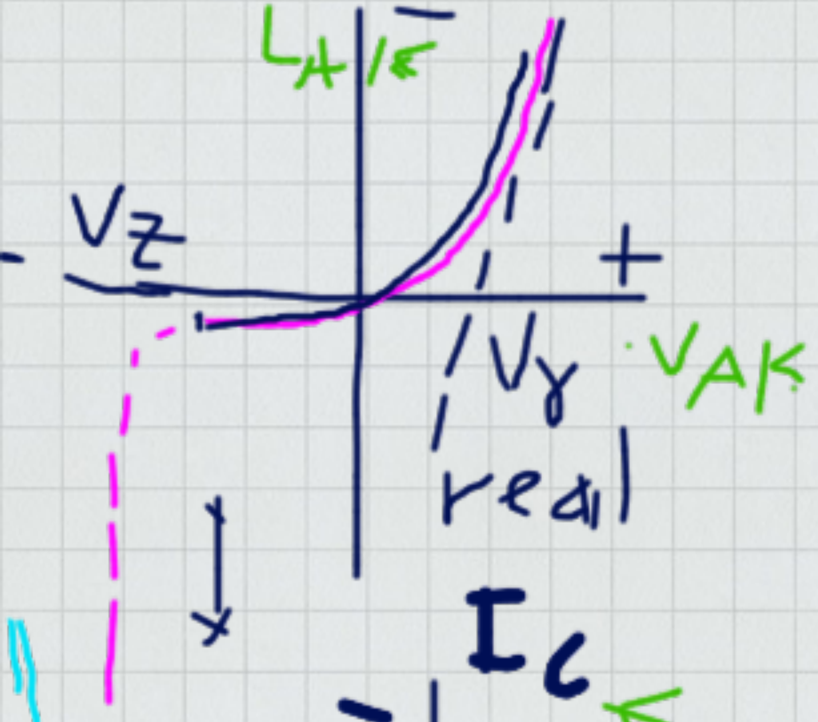
$|x(t)| \geq a$ supaya $y \neq 0$

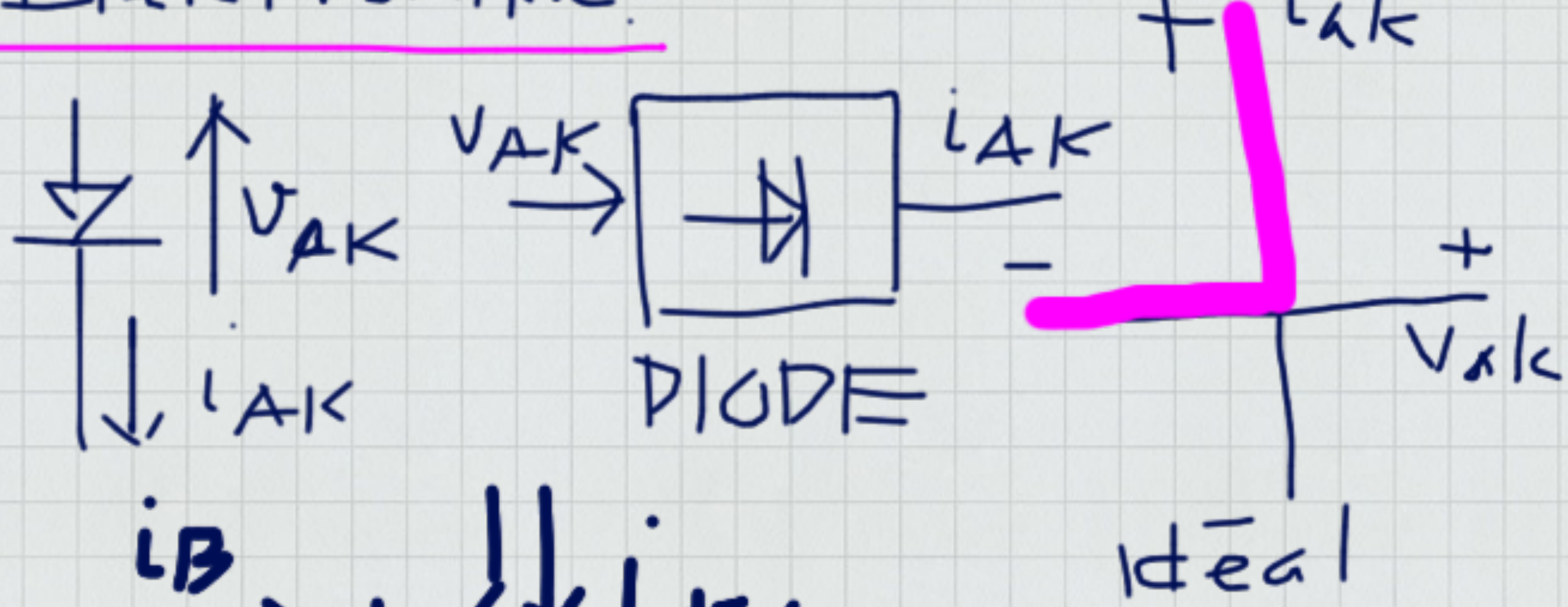
$|x(t)| \leq a$ $\quad$ $y = 0$

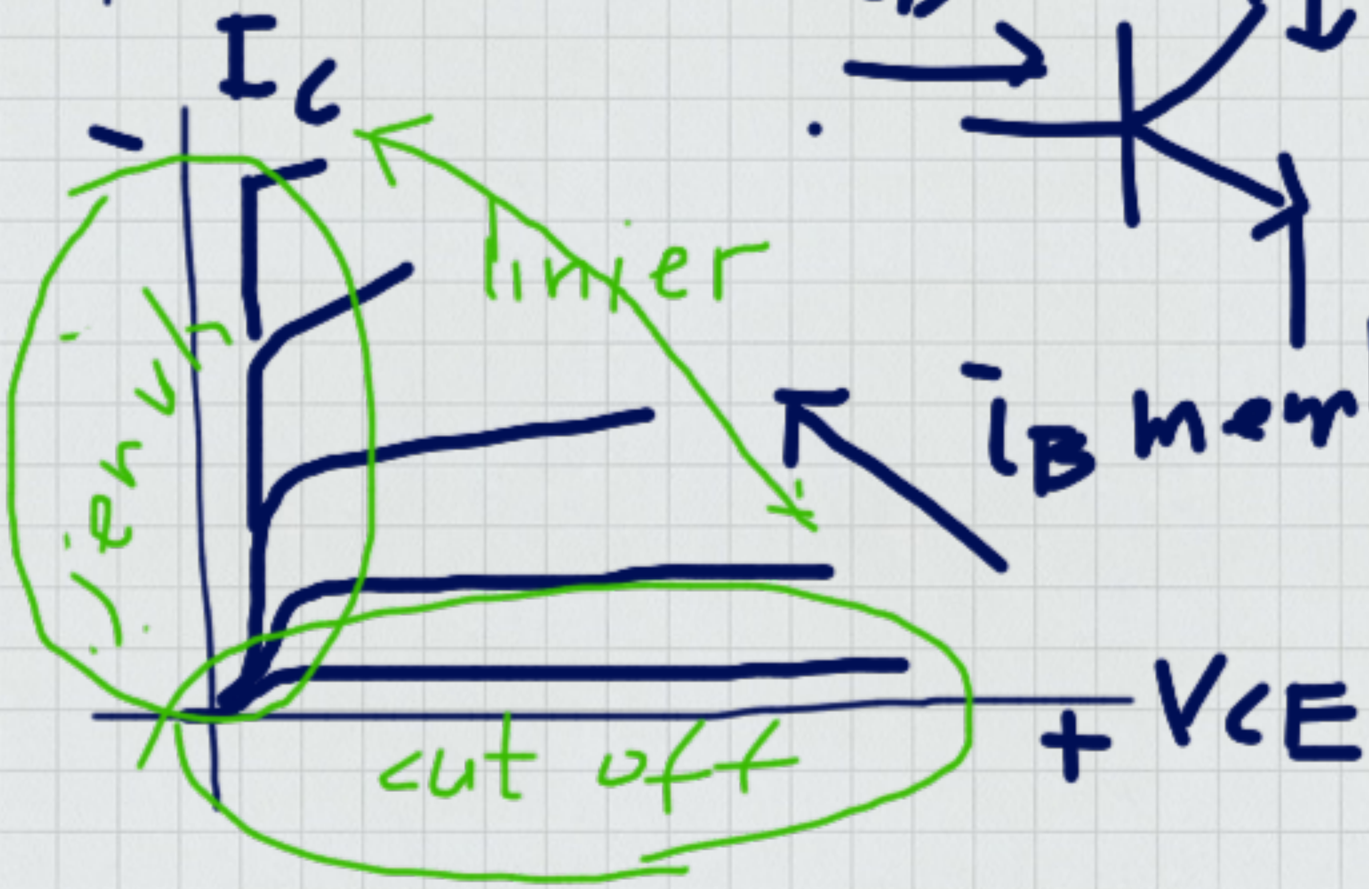
$-a \leq x(t) \leq a$

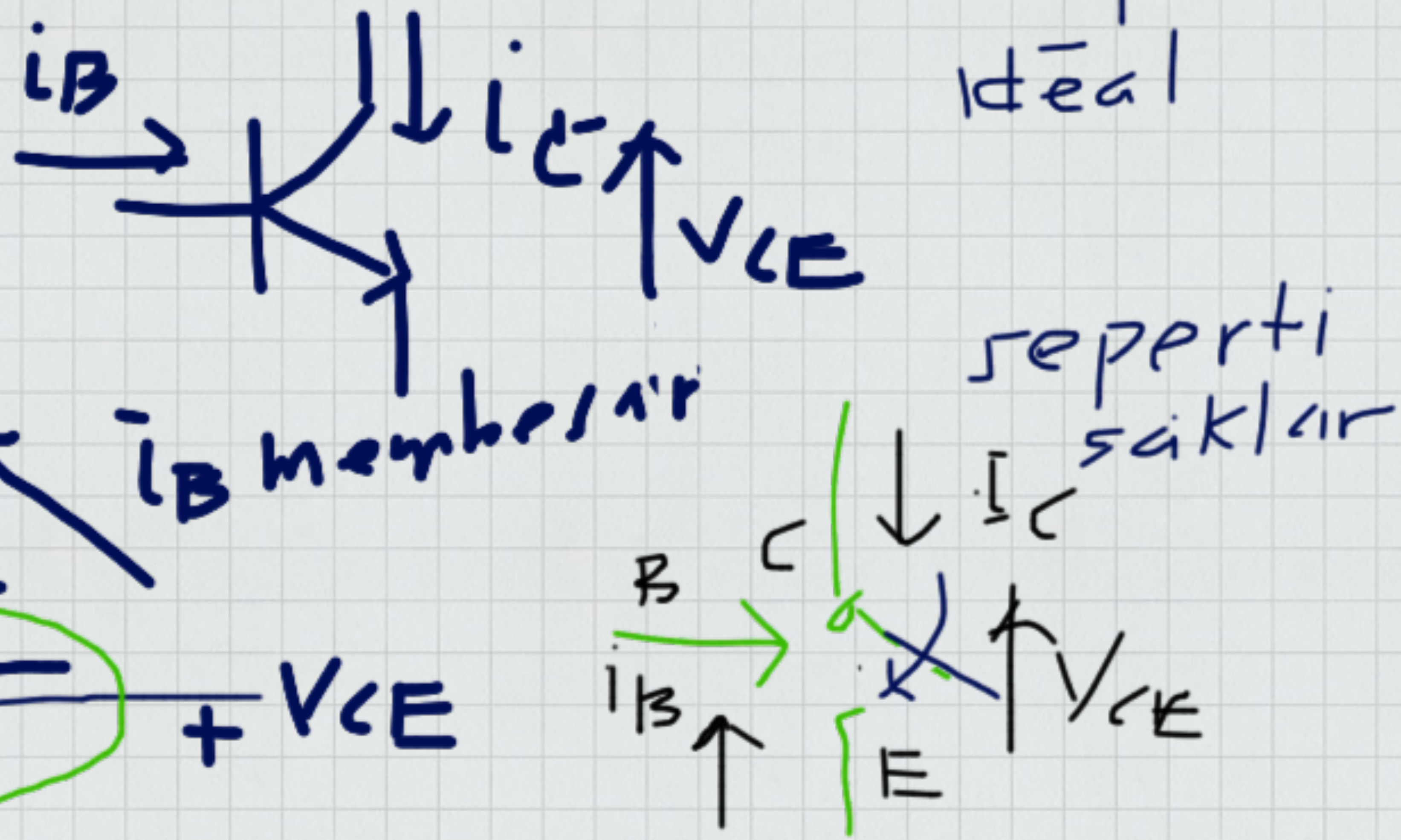
No OUTPUT krn terlalu kecil inputnya.

* Komponen Elektronika:

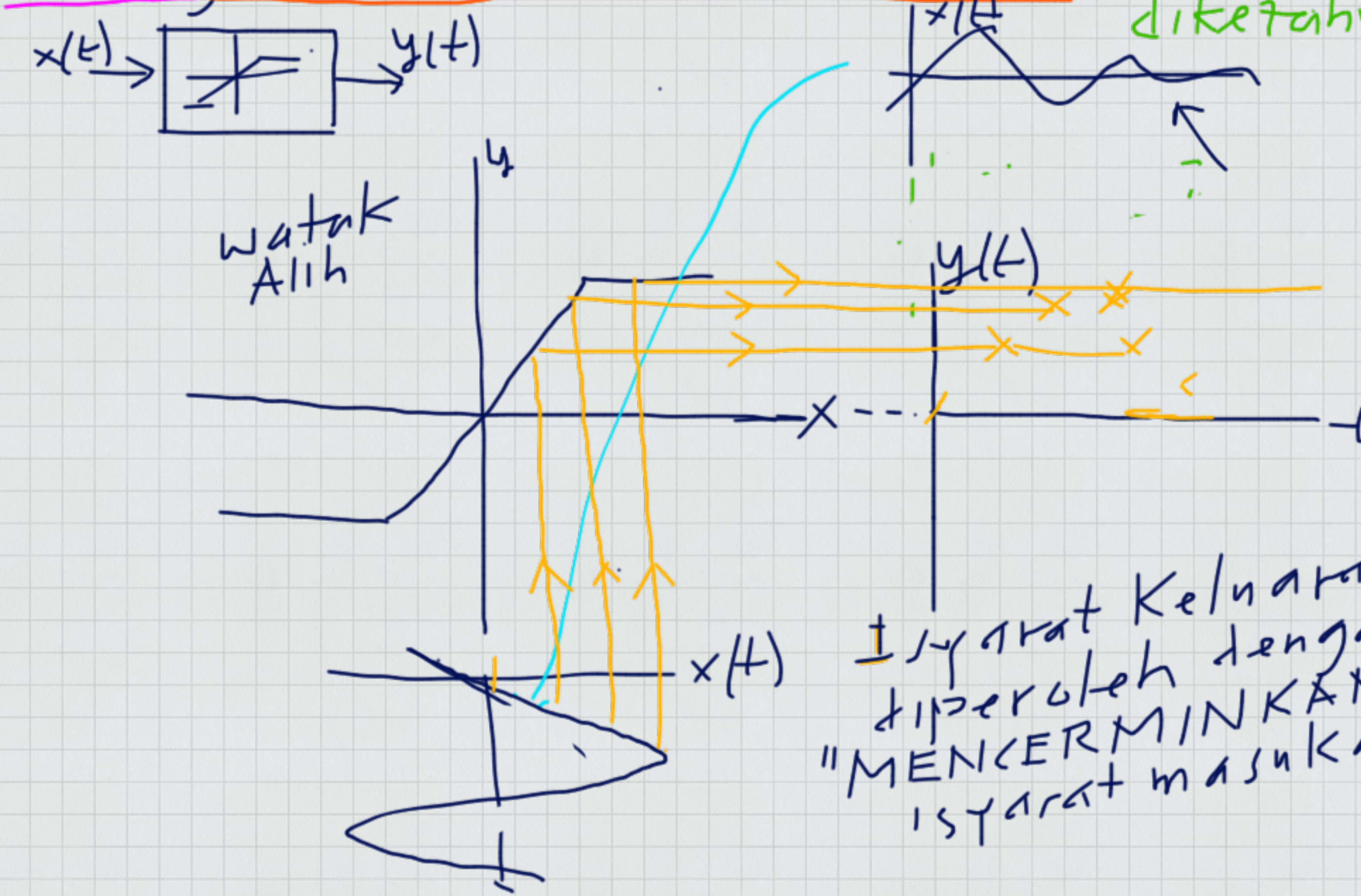








* Kegunaan Model Watak Alih



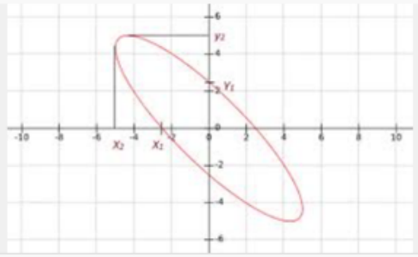
Isyarat Keluaran diperoleh dengan "MENCERMINKAN" isyarat masukan

* Pola Lissajous

TSEL 3G 11.11 lissajous pattern 76%

lissajous pattern

ALL IMAGES VIDEOS NEWS MAPS BOOKS APPS SEARCH TOOLS

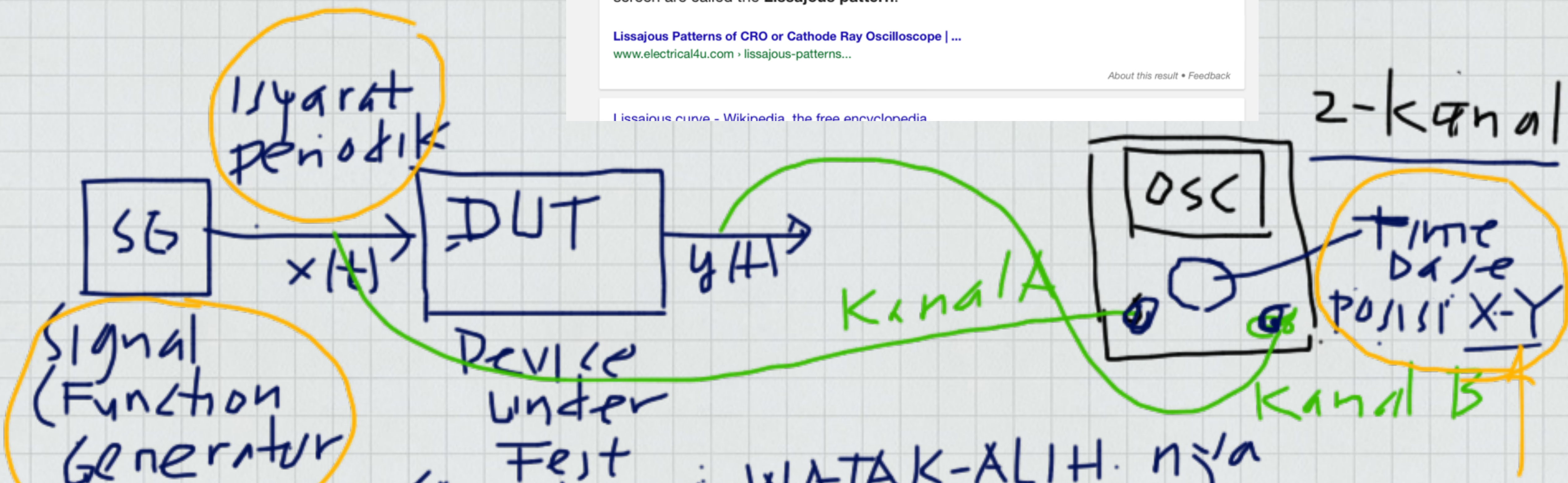


"A simple CRT is shown in **figure** below- When both pairs of the deflection plates (horizontal deflection plates and vertical deflection plates) of CRO (Cathode Ray Oscilloscope) are connected to two sinusoidal voltages, the **patterns** appear at CRO screen are called the **Lissajous pattern**."

Lissajous Patterns of CRO or Cathode Ray Oscilloscope | ...
www.electrical4u.com › lissajous-patterns...

About this result • Feedback

Lissajous curve - Wikipedia, the free encyclopedia



Yang dicari WATAK-ALIH nya

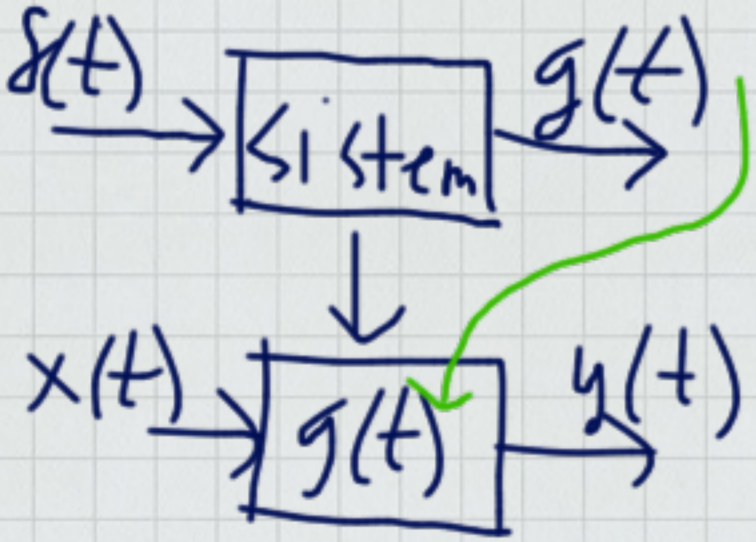
* Pemodelan NISBAH ALIH (Transfer Function)

(pelajari kembali materi: m.k. DASAR SISTEM KENDALI)

⇒ **Apa itu Nisbah Alih ?**

What is a Transfer Function?

Jawaban singkat = Nisbah Alih adalah tanggapan denyut



A Transfer Function is the impulse response.

Δ = DELTA

δ = delta

Nisbah Alih suatu sistem adalah.

--- isyarat keluaran sistem tersebut ketika diberi masukan **ISYARAT DENYUT SATUAN**.

* Apa itu Isyarat Denyut Satuan (Unit Impulse)?

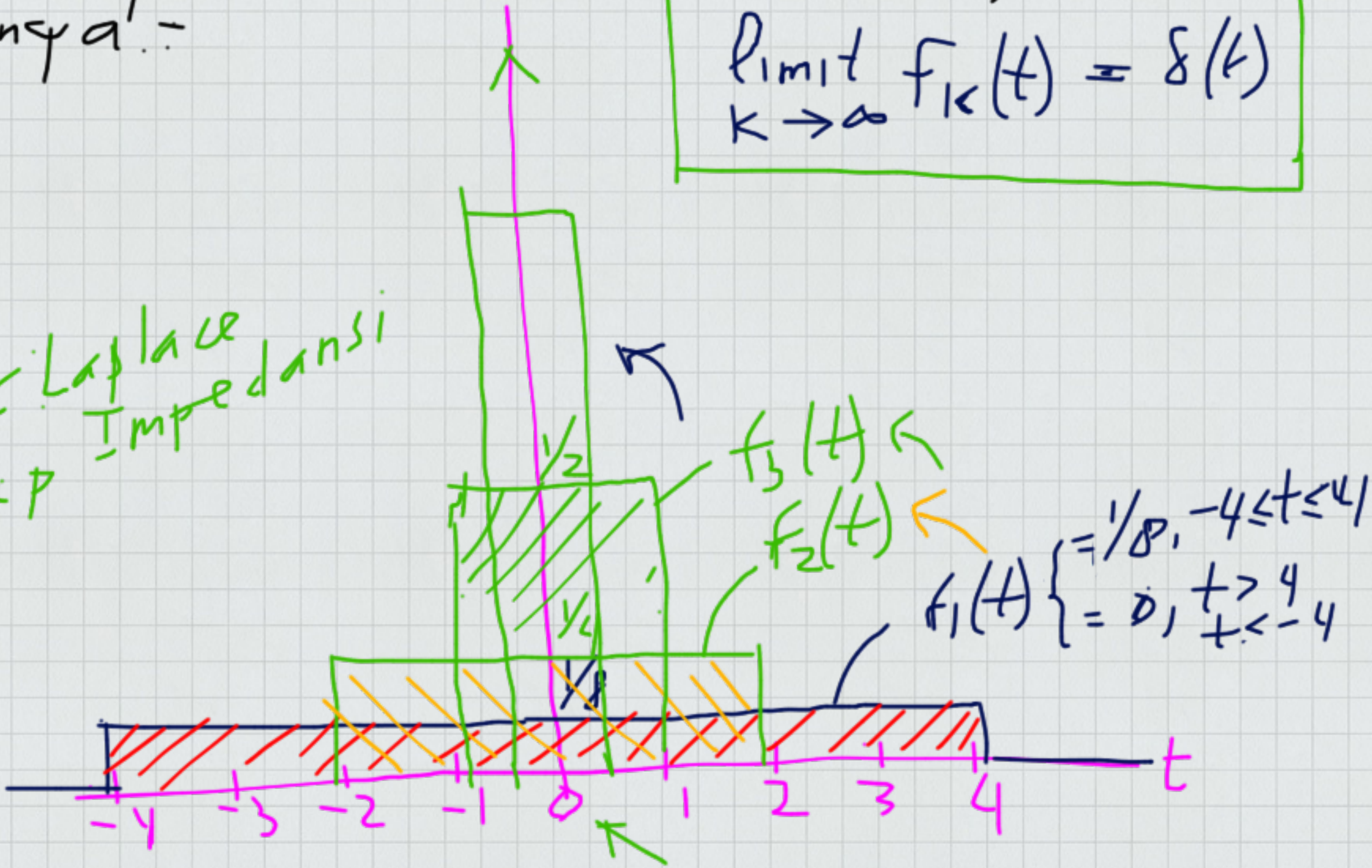
Isyarat Denyut Satuan ($\delta(t)$) adalah isyarat matematis yg secara ideal tidak ada realisasinya secara fisik karena harus memenuhi 2 kriteria:

* hanya ada pada $t=0$, $\delta(t)\begin{cases} =0, & t\neq 0 \\ \neq 0, & t=0 \end{cases}$
* luas bidang antara $\delta(t)$ dan sumbut sama dengan satu satuan luas, $\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\,dt=1$

* Bagaimana membuat $\delta(t)$?

Ada banyak cara membuat $\delta(t)$, salah satunya :

$$\boxed{\lim_{k \to \infty} f_k(t) = \delta(t)}$$



Next :

* Transf Laplace
* Konsep Impedansi

* Bagaimana tanggapan sistem $g(t)$ terhadap isyarat $x(t) \neq \delta(t)$

$$\delta(t) \longrightarrow \boxed{g(t)} \longrightarrow g(t)$$

$$x(t) \longrightarrow \boxed{g(t)} \longrightarrow y(t)$$

$$\cancel{y(t) = g(t) \cdot x(t)}$$

$y(t)$ = konvolusi antara $g(t)$ dan $x(t)$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \cdot g(t-\tau)\, d\tau$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x(t-\tau)\, g(\tau)\, d\tau$$

τ = "tau"

integral konvolusi

* Transf. Laplace

$$x(t) \longrightarrow \boxed{g(t)} \longrightarrow y(t)$$

time domain → konvolusi

$$\cancel{y(t) = g(t)\, x(t)}$$ tidak sahih

Transf. Laplace

$$\underset{\text{real}}{t} \;\underset{\mathcal{L}^{-1}}{\overset{\mathcal{L}}{\rightleftarrows}}\; \underset{\text{imaginary}}{s}$$

$$X(s) \longrightarrow \boxed{G(s)} \longrightarrow Y(s)$$

freq. domain

$$x(t) \underset{\mathcal{L}^{-1}}{\overset{\mathcal{L}}{\rightleftarrows}} X(s)$$

$$y(t) \underset{\mathcal{L}^{-1}}{\overset{\mathcal{L}}{\rightleftarrows}} Y(s)$$

$$g(t) \underset{\mathcal{L}^{-1}}{\overset{\mathcal{L}}{\rightleftarrows}} G(s)$$

sahih ⇒

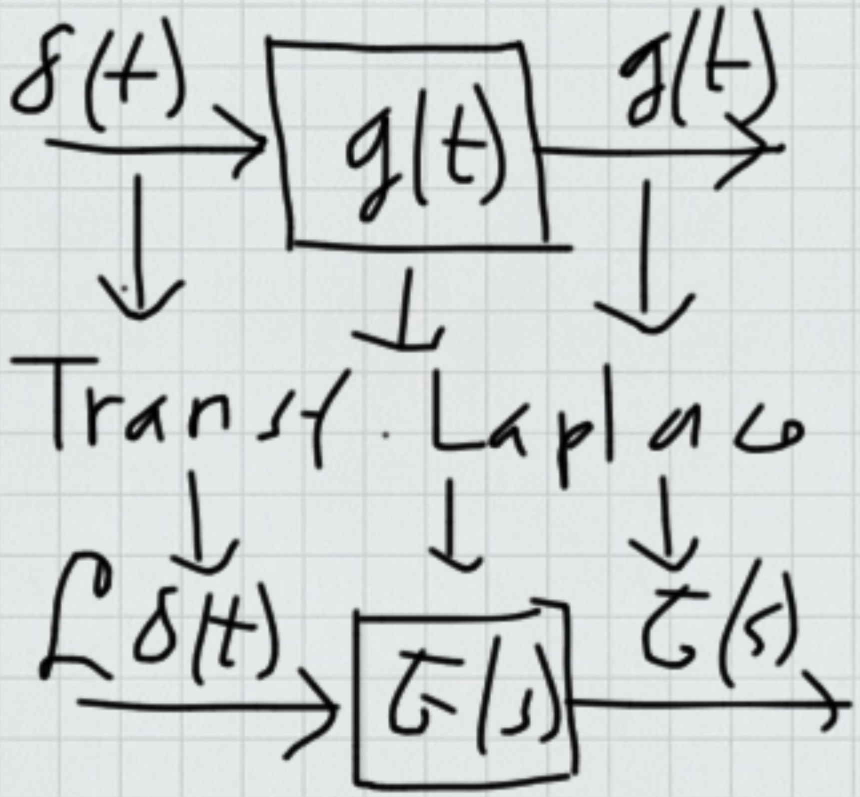
$$\boxed{Y(s) = G(s)\,X(s)}$$

$$\boxed{G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}}$$

Contoh :

* Tentukan transf. Laplace dari $\delta(t)$!

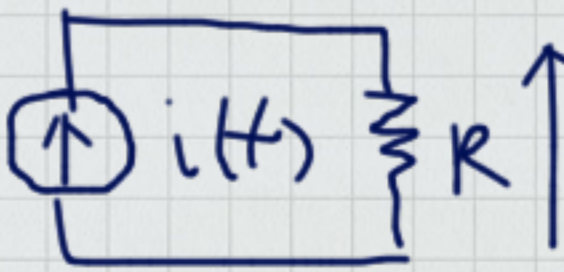
Jawab :



$$\mathcal{L}\,\delta(t) = \frac{G(s)}{G(s)} = 1$$

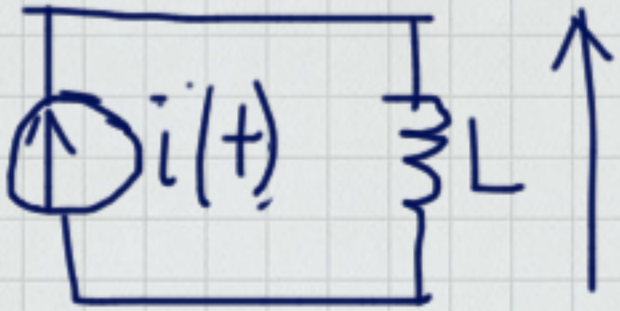
* Konsep Impedansi :

Hukum Ohm :



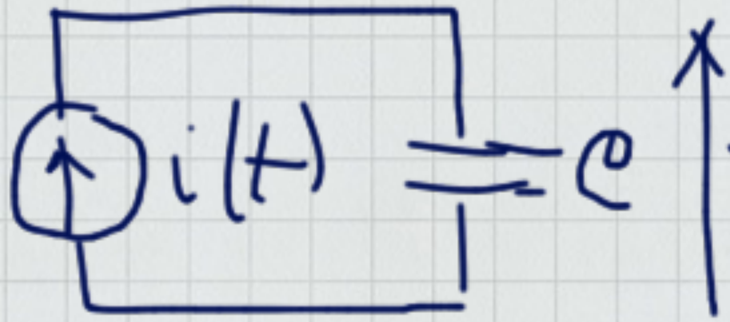
$$v(t) = R\,i(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} V(s) = R\,I(s)$$

$$\text{Impedansi } R = Z_R = \frac{V(s)}{I(s)} = R$$



$$v(t) = L\frac{di(t)}{dt} \xrightarrow{\mathcal{L}} V(s) = L\,s\,I(s)$$

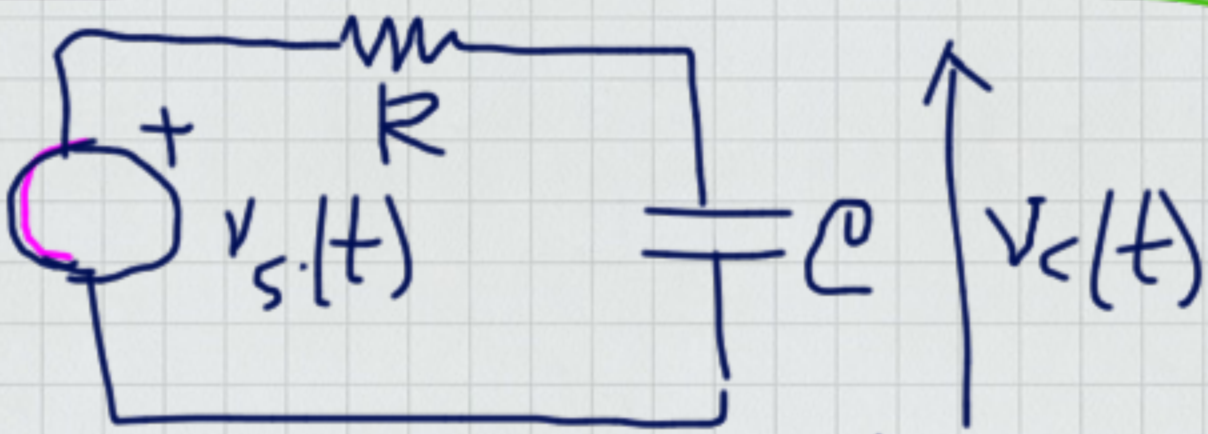
impedansi L $= Z_L = \frac{V(s)}{I(s)} = Ls$



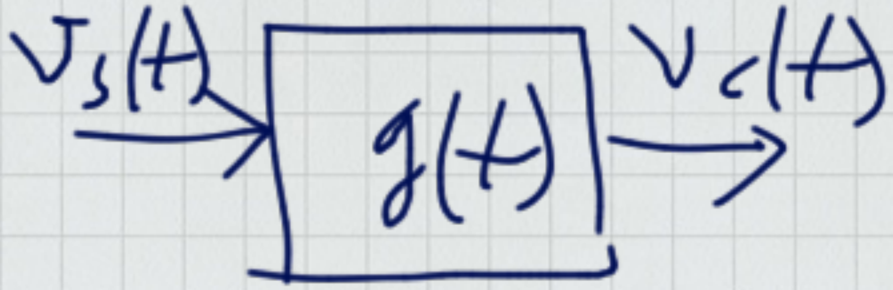
$$v(t) = \frac{1}{C}\int i(t)\,dt \xrightarrow{\mathcal{L}} V(s) = \frac{1}{C}\frac{I(s)}{s}$$

impedansi C $= Z_C = \frac{V(s)}{I(s)} = \frac{1}{Cs}$

* Analisis Rangkaian Listrik



Model Rangkaian Listrik



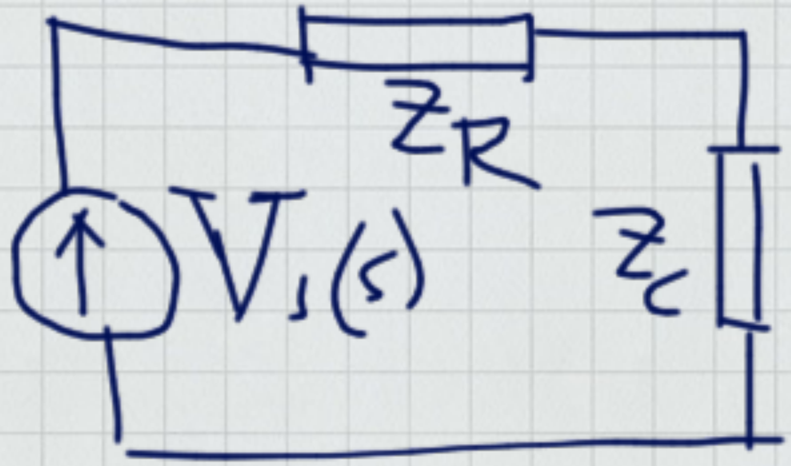
Model Nisbah Alih

$v_c(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} V_c(s)$

$v_s(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} V_s(s)$

$g(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} G(s)$

$V_c(s) = G(s) \cdot V_s(s)$



$V_c(s) = \dfrac{Z_C \, V_s(s)}{Z_R + Z_C}$

$$G(s) = \frac{V_c(s)}{V_s(s)} = \frac{Z_C}{Z_R + Z_C}$$

$$= \frac{1/Cs}{R + 1/Cs} = \frac{1}{RCs + 1}$$

$$\left.\begin{array}{l} R = 1\ M\Omega \\ C = 1\ \mu F \end{array}\right\} RC = 1\ \text{sec.}$$

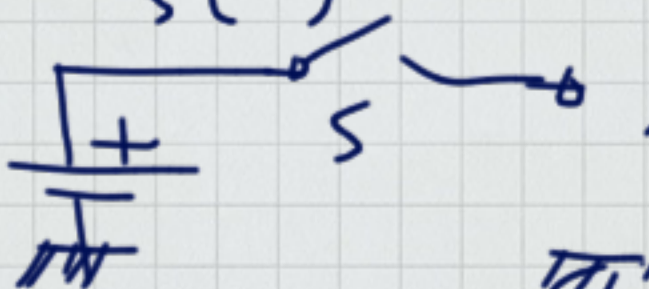
(time constant)

$$G(s) = \frac{1}{s+1}$$

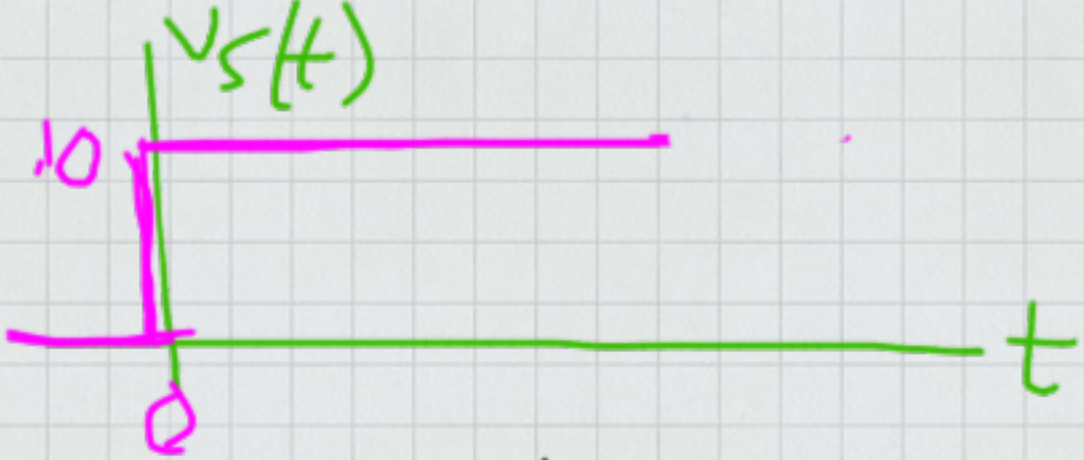
* Analisis Transien $v_s(t) = 10\,u(t) \rightarrow t \geq 0$

Saklar S ditutup pada $t = 0$

10V



$v_s(t) = 10\,u(t)$



$$v_s(t) = 10u(t)$$

$$V_s(s) = \mathcal{L}\, v_s(t) = \mathcal{L}\, 10u(t)$$

$$= 10\,\mathcal{L}\, u(t) = \frac{10}{s}$$

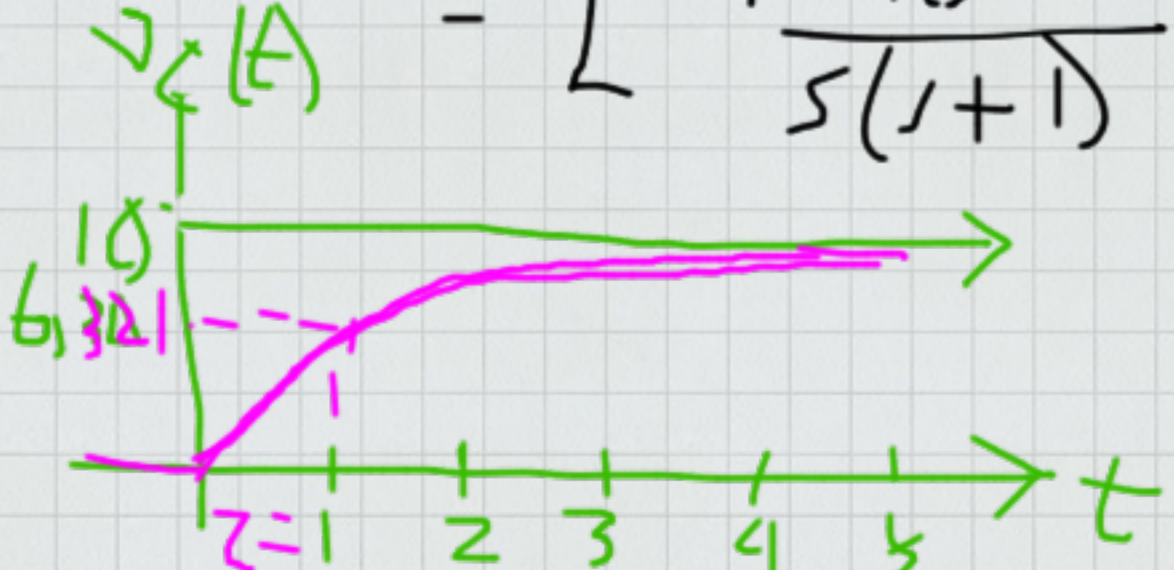
$$G(s) = \frac{1}{s+1} \longrightarrow V_c(s) = G(s)\, V_s(s) = \left(\frac{1}{s+1}\right)\left(\frac{10}{s}\right)$$

$$= \frac{10}{s(s+1)}$$

$$v_c(t) = \mathcal{L}^{-1} V_c(s)$$

$$\frac{1}{s(s+1)} \qquad a = 1$$

$$= \mathcal{L}^{-1} \frac{10}{s(s+1)} = 10\,\mathcal{L}^{-1} \frac{1}{s(s+1)}$$



$$= 10\left(\frac{1}{1}\left(1 - e^{-t}\right)\right)$$

$$= \boxed{10\left(1 - e^{-t}\right)}$$

* Analisis Keadaan Tunak (steady state)

$v_s(t)$ isyarat periodik

- sinusoida murni $v_s(t) = A\sin(\omega t + \phi)$

$\omega = 2\pi f$

- $v_s(t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\omega t + \phi_n)$ ω = frek. fundamental

$\omega = 2\pi f \; . \; f = \frac{1}{T}$ $n\omega,\ n > 1$ = harmonik

T = periode

$\boxed{s = j\omega} \longrightarrow j = \sqrt{-1}$ ω : omega $= 2\pi f,\ f = \frac{1}{T}$

frek. sudut rad/sec

$G(s) \rightarrow G(j\omega) = \frac{1}{j\omega + 1}$

Misalnya: $v_s(t) = 10\sin t \longrightarrow A = 10 \quad \omega = 1 \frac{rad}{sec}$

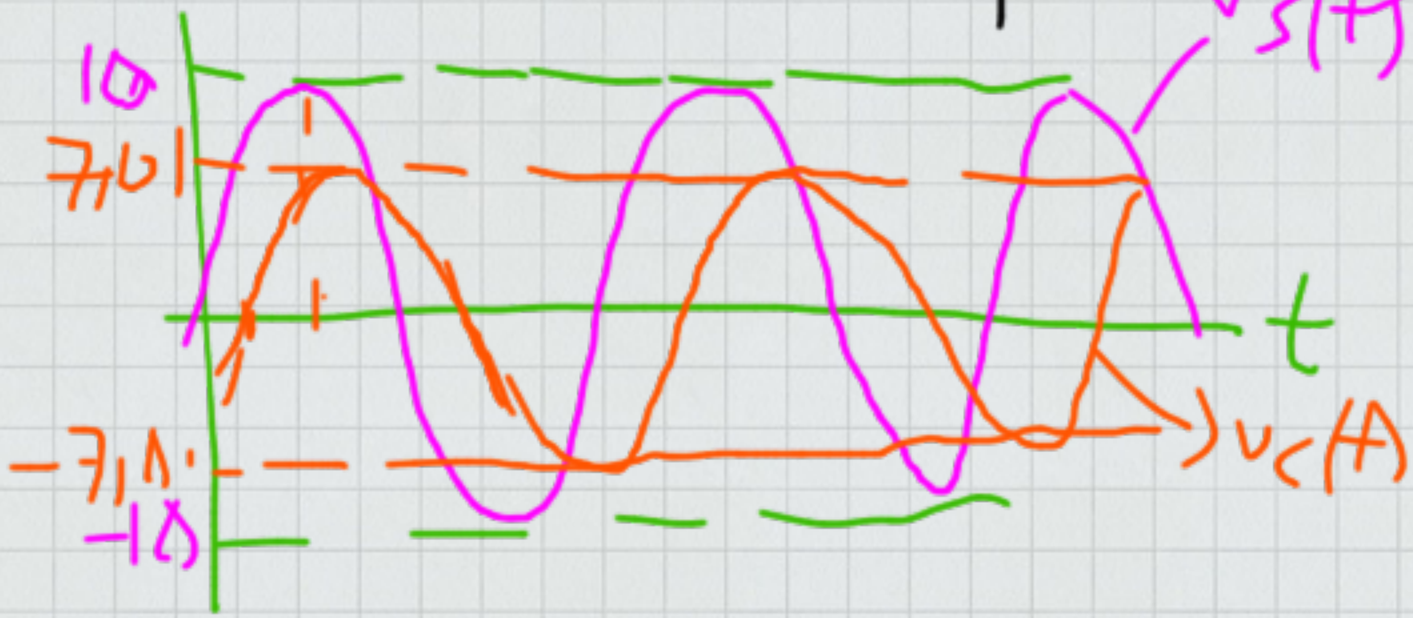
$*$ Gain $= |G(j\omega)| = \left|\frac{1}{j\omega+1}\right| = \frac{1}{\sqrt{\omega^2+1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$*$ Phase $= \angle G(j\omega) = \angle j0+1 - \angle j\omega+1$

$= \tan^{-1}\frac{0}{1} - \tan^{-1}\frac{\omega}{1}$

$= \left(0 - \frac{\pi}{4}\right) rad = -\frac{\pi}{4}$

$v_c(t) = \frac{10}{\sqrt{2}}\sin\left(t - \pi/4\right)$



* Pemodelan RUANG KEADAAN

(State Space)

PD II → Perang "Dingin"

Kelebihan = (dibandingkan model Nisbah Alih)

* Multi Input Multi Output
* Keadaan Internal : (input, output)
  + peubah keadaan
  (state variable)
* Simulasi Komputer ← MATRIX

* "General", bisa memodelkan
  - Sistem Linier ← Time Invariant, Time Varying
  - Sistem Tak Linier

Model Nisbah Alih

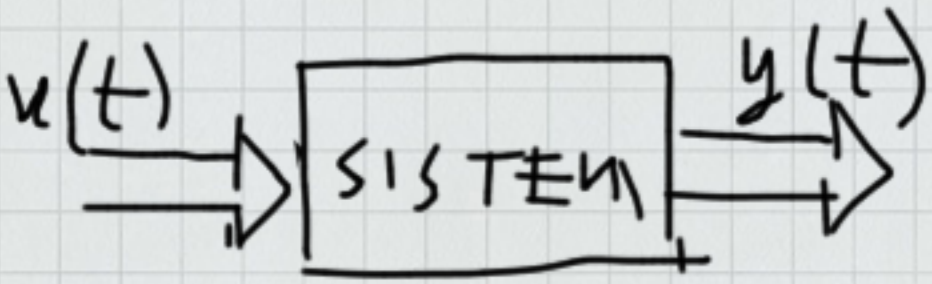
LTI

PEKAN DEPAN 25/05/2016, jam 09:00

UJIAN FINAL (60%) open book
no laptop

- Jangan lupa bawa Tabel Laplace
- Materi = seluruhnya s/d kuliah 18/05/16

Model Ruang Keadaan



Suatu sistem dengan m buah masukan ($m \geq 1$) k buah keluaran ($k \geq 1$)

$$u(t) = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix} \qquad y(t) = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_k \end{bmatrix}$$

$[m \times 1]$

dapat dimodel-kan dengan 2 (dua) persamaan

* Persamaan Keadaan

State Equation

$$\dot{x} = \frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} dx_1/dt \\ dx_2/dt \\ \vdots \\ dx_n/dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \overbrace{\underbrace{A\overset{[n \times 1]}{x(t)}}_{[n\times 1]} + \underbrace{B\overset{[m \times 1]}{u(t)}}_{[n\times 1]}}^{[n \times 1]}$$

"DINAMIKA"

$$= Ax + Bu$$

$$x(t) = x = \text{vektor}[n \times 1]$$

$$\underbrace{= \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}}_{\text{Peubah Keadaan (State Variable)}}$$

Dimensi Matrix A dan B

$\dot{x}$: $[n \times 1]$ $\quad$ $x(t) \cdot (n \times 1]$

$u(t) \cdot [m \times 1]$

maka : $\boxed{A[n \times n],\ B[n \times m]}$

* Persamaan Keluaran (Output Equation)

$$\underset{[k \times 1]}{y(t)} = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_k(t) \end{bmatrix} = C\,x(t) + D\,u(t)$$

$$= \underbrace{Cx + Du}_{[k \times 1]}$$

Dimensi matrix C dan D:

$x\,[n \times 1]$ $\quad u\,[m \times 1]$ $\quad y\,[k \times 1]$

$Cx\,[k \times 1] \longrightarrow \boxed{C\,[k \times n]}$

$Dx\,[k \times 1] \longrightarrow \boxed{D\,[k \times m]}$

Contoh: Tentukan dimensi matrix A, B, C dan D dari sistem dengan 3 masukan, 4 keluaran dan 5 peubah keadaan.

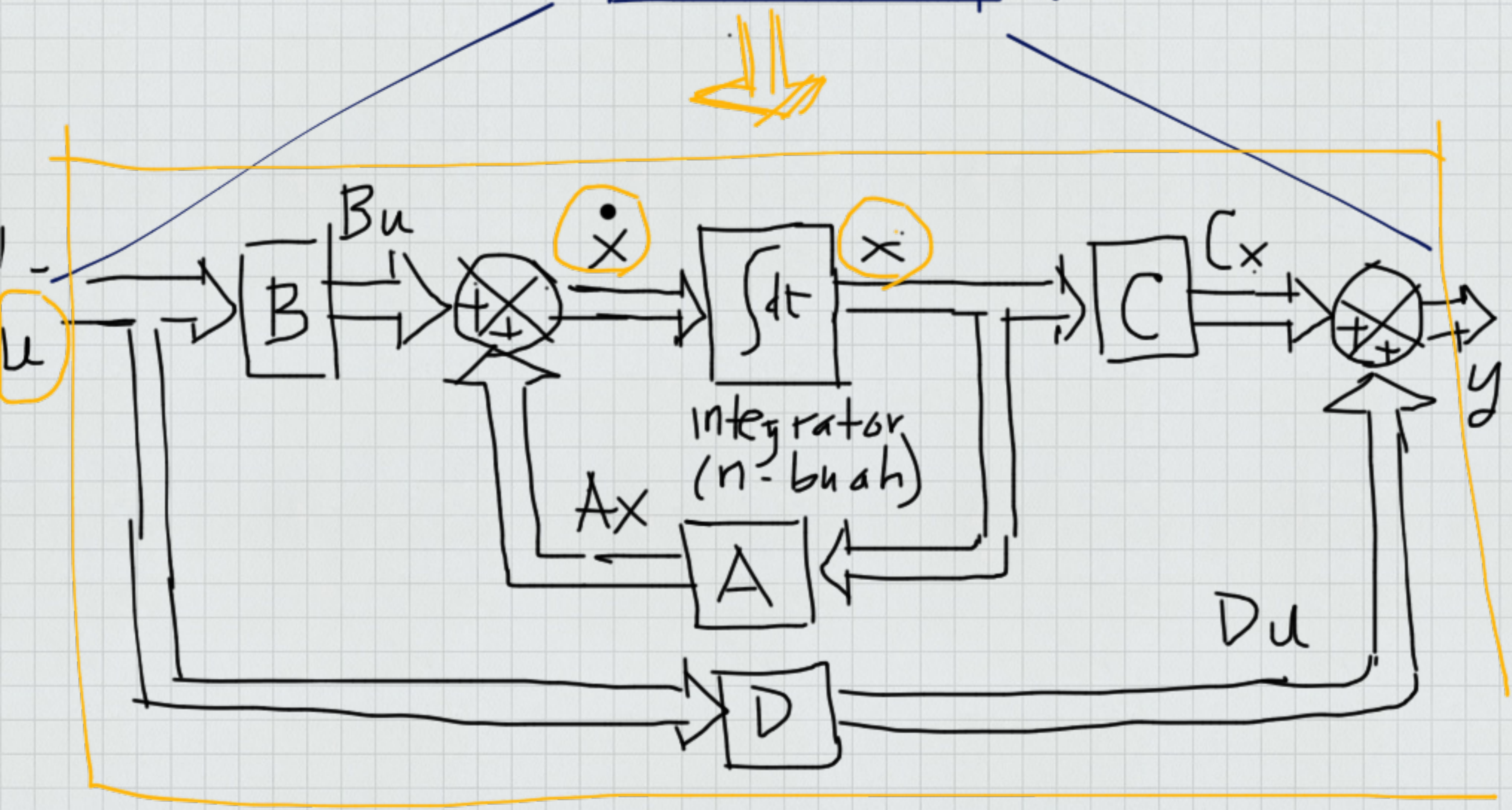
Jawab:

$n = 5 \longrightarrow A\,[5 \times 5]$ $\quad k = 4 \longrightarrow C\,[4 \times 5]$

$m = 3 \longrightarrow B\,[5 \times 3]$ $\quad \longrightarrow D\,[4 \times 3]$

Bagan Kotak

$$u \Rightarrow \boxed{\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned}} \Rightarrow y$$



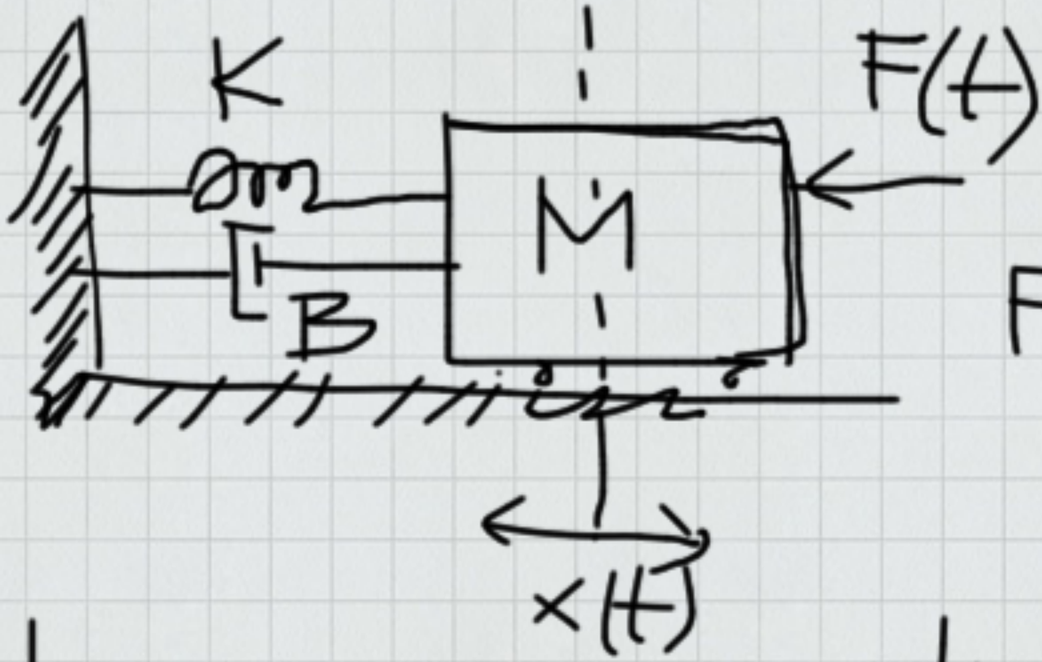
Catatan :

* Jika matrix A, B, C dan D semuanya matrix konstanta yang tidak berubah dengan waktu t → LTI (Linear Time Invariant)
  ↳ jika SISO ⇒ Model Nisbah Alih

* Jika matrix A, B, C dan D ada yang berubah dengan waktu t → LTV (Linear Time Varying)

* Selain di atas → sistem Tak linier

Contoh =



$$F(t) \longrightarrow \boxed{\text{Spring Mass Damper}} \longrightarrow x(t)$$

Hukum Newton :

$$F(t) = M\frac{d^2x(t)}{dt^2} + B\frac{dx(t)}{dt} + Kx(t)$$

Transf. Laplace :

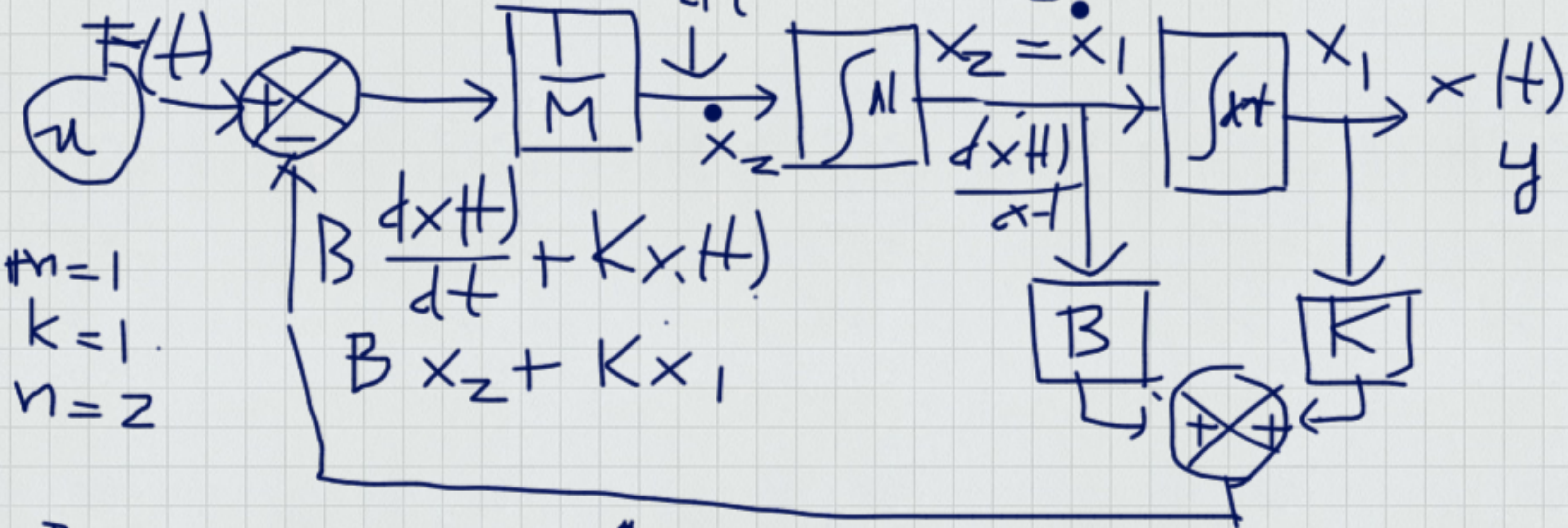
$$F(s) = Ms^2X(s) + BsX(s) + KX(s)$$
$$= (Ms^2 + Bs + K)X(s)$$

$$G(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{Ms^2 + Bs + K} \Longleftarrow \text{Model Nisbah Alih}$$

$$F(s) \longrightarrow \boxed{G(s)} \longrightarrow X(s)$$

Model Ruang Keadaan

Hukum Newton: $\dfrac{d^2x(t)}{dt^2} = \dfrac{1}{M}\left[F(t) - \left(B\dfrac{dx(t)}{dt} + Kx(t)\right)\right]$



$m = 1$
$k = 1$
$n = 2$

Pers. keadaan:

$\dot{x}_1 = x_2$

$\dot{x}_2 = \dfrac{d^2x(t)}{dt^2} = \dfrac{1}{M}\left[u - (Bx_2 + Kx_1)\right]$

$= -\dfrac{K}{M}x_1 - \dfrac{B}{M}x_2 + \dfrac{1}{M}u$

Pers keluaran

$y = x_1$

Dimensi matrix : $A[2\times 2]$, $B[2\times 1]$, $C[1\times 2]$

$D[1\times 1]$

$n=2$

$m=1$

$k=1$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K}{M} & -\frac{B}{M} \end{bmatrix}}_{A[2\times 2]} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \end{bmatrix}}_{B[2\times 1]} u$$

$$y = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}}_{C(1\times 2)} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \underbrace{[0]}_{D[1\times 1]} u$$

TAMAT

Chapter 4

The Laplace Transform

4.1 INTRODUCTION

Several techniques used in solving engineering problems are based on the replacement of functions of a real variable (usually time or distance) by certain frequency dependent representations, or by functions of a complex variable dependent upon frequency. A typical example is the use of Fourier series to solve certain electrical problems. One such problem consists of finding the current in some part of a linear electrical network in which the input voltage is a periodic or repeating waveform. The periodic voltage may be replaced by its Fourier series representation, and the current produced by each term of the series can then be determined. The total current is the sum of the individual currents (superposition). This technique often results in a substantial savings in computational effort.

A transformation technique relating time functions to frequency dependent functions of a complex variable is presented in the next few sections of this chapter. It is called the *Laplace transform*. The application of this mathematical transformation to solving linear constant coefficient differential equations is discussed in the remaining sections, and provides the basis for the analysis and design techniques developed in subsequent chapters.

4.2 THE LAPLACE TRANSFORM

The Laplace transform is defined in the following manner:

Definition 4.1: Let $f(t)$ be a real function of a real variable t defined for $t > 0$. Then

$$\mathcal{L}[f(t)] \equiv F(s) \equiv \lim_{\substack{T\to\infty \\ \epsilon\to 0}} \int_{\epsilon}^{T} f(t)e^{-st}\,dt = \int_{0^+}^{\infty} f(t)e^{-st}\,dt, \qquad 0 < \epsilon < T$$

is called the **Laplace transform** of $f(t)$. s is a complex variable defined by $s \equiv \sigma + j\omega$, where σ and ω are real variables* and $j = \sqrt{-1}$.

Note that the lower limit on the integral is $t = \epsilon > 0$. This definition of the lower limit is sometimes useful in dealing with functions which are discontinuous at $t = 0$. When *explicit* use is made of this limit, it will be abbreviated $t = \lim_{\epsilon\to 0} \epsilon \equiv 0^+$, as shown above in the integral on the right.

The real variable t always denotes *time*.

* The real part σ of a complex variable s is often written as Re(s) (the real part of s) and the imaginary part ω as Im(s) (the imaginary part of s). Parentheses are placed around s only when there is a possibility of confusion.

Definition 4.2: If $f(t)$ is defined and single-valued for $t>0$ and $F(\sigma)$ is absolutely convergent for some real number σ_0, that is,

$$\int_{0^+}^{\infty} |f(t)|\, e^{-\sigma_0 t}\, dt \quad = \quad \lim_{\substack{T\to\infty \\ \epsilon\to 0}} \int_{\epsilon}^{T} |f(t)|\, e^{-\sigma_0 t}\, dt \;<\; +\infty, \qquad 0<\epsilon<T$$

then $f(t)$ is **Laplace transformable** for $\text{Re}(s) > \sigma_0$.

Example 4.1.

The function e^{-t} is Laplace transformable since

$$\int_{0^+}^{\infty} |e^{-t}|\, e^{-\sigma_0 t}\, dt \quad = \quad \int_{0^+}^{\infty} e^{-(1+\sigma_0)t}\, dt \quad = \quad \frac{1}{-(1+\sigma_0)}\, e^{-(1+\sigma_0)t}\Big|_{0^+}^{\infty} \quad = \quad \frac{1}{1+\sigma_0} \;<\; +\infty$$

if $1+\sigma_0 > 0$ or $\sigma_0 > -1$.

Example 4.2.

The Laplace transform of e^{-t} is

$$\mathcal{L}[e^{-t}] \quad = \quad \int_{0^+}^{\infty} e^{-t}\, e^{-st}\, dt \quad = \quad \frac{-1}{(s+1)}\, e^{-(s+1)t}\Big|_{0^+}^{\infty} \quad = \quad \frac{1}{s+1} \qquad \text{for } \text{Re}(s) > -1$$

4.3 THE INVERSE LAPLACE TRANSFORM

The Laplace transform transforms a problem from the real variable time domain into the complex variable s domain. After a solution of the transformed problem has been obtained in terms of s, it is necessary to "invert" this transform in order to obtain the time domain solution. The transformation from the s domain into the t domain is called the *inverse Laplace transform.*

Definition 4.3: Let $F(s)$ be the Laplace transform of a function $f(t)$, $t>0$. The contour integral

$$\mathcal{L}^{-1}[F(s)] \quad \equiv \quad f(t) \quad = \quad \frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(s)\, e^{st}\, ds$$

where $j=\sqrt{-1}$ and $c>\sigma_0$ (σ_0 as given in Definition 4.2) is called the **inverse Laplace transform** of $F(s)$.

It is seldom necessary in practice to perform the contour integration defined in Definition 4.3. For applications of the Laplace transform in this book, it is never necessary. A simple technique for evaluating the inverse transform for most control system problems is presented in Section 4.8.

4.4 SOME PROPERTIES OF THE LAPLACE TRANSFORM AND ITS INVERSE

The Laplace transform and its inverse have several important properties which can be used advantageously in the solution of linear constant coefficient differential equations. They are:

1. The Laplace transform is a *linear transformation* between functions defined in the t domain and functions defined in the s domain. That is, if $F_1(s)$ and $F_2(s)$ are the Laplace transforms of $f_1(t)$ and $f_2(t)$, respectively, then $a_1F_1(s) + a_2F_2(s)$ is the Laplace transform of $a_1f_1(t) + a_2f_2(t)$, where a_1 and a_2 are arbitrary constants.

2. The inverse Laplace transform is a *linear transformation* between functions defined in the s domain and functions defined in the t domain. That is, if $f_1(t)$ and $f_2(t)$ are the inverse Laplace transforms of $F_1(s)$ and $F_2(s)$, respectively, then $b_1f_1(t) + b_2f_2(t)$ is the inverse Laplace transform of $b_1F_1(s) + b_2F_2(s)$, where b_1 and b_2 are arbitrary constants.

3. The Laplace transform of the *derivative* df/dt of a function $f(t)$ whose Laplace trans- form is $F(s)$ is

$$\mathcal{L}[df/dt] = sF(s) - f(0^+)$$

where $f(0^+)$ is the initial value of $f(t)$, evaluated as the one-sided limit of $f(t)$ as approaches zero from positive values.

4. The Laplace transform of the *integral* $\int_0^t f(\tau)\,d\tau$ of a function $f(t)$ whose Laplac transform is $F(s)$ is

$$\mathcal{L}\left[\int_0^t f(\tau)\,d\tau\right] = \frac{F(s)}{s}$$

5. The initial value $f(0^+)$ of the function $f(t)$ whose Laplace transform is $F(s)$ is

$$f(0^+) = \lim_{t\to 0} f(t) = \lim_{s\to\infty} sF(s) \qquad t > 0$$

This relation is called the *Initial Value Theorem.*

6. The final value $f(\infty)$ of the function $f(t)$ whose Laplace transform is $F(s)$ is

$$f(\infty) = \lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{s\to 0} sF(s)$$

if $\lim_{t\to\infty} f(t)$ exists. This relation is called the *Final Value Theorem.*

7. The Laplace transform of a function $f(t/a)$ (*Time Scaling*) is

$$\mathcal{L}[f(t/a)] = aF(as)$$

where $F(s) = \mathcal{L}[f(t)]$.

8. The inverse Laplace transform of the function $F(s/a)$ (*Frequency Scaling*) is

$$\mathcal{L}^{-1}[F(s/a)] = af(at)$$

where $\mathcal{L}^{-1}[F(s)] = f(t)$.

9. The Laplace transform of the function $f(t-T)$ (*Time Delay*) where $T > 0$ an $f(t-T) = 0$ for $t \leq T$, is

$$\mathcal{L}[f(t-T)] = e^{-sT}F(s)$$

where $F(s) = \mathcal{L}[f(t)]$.

10. The Laplace transform of the function $e^{-at}f(t)$ is given by

$$\mathcal{L}[e^{-at}f(t)] = F(s+a)$$

where $F(s) = \mathcal{L}[f(t)]$. (*Complex Translation*)

11. The Laplace transform of the *product of two functions* $f_1(t)$ and $f_2(t)$ is given by t *complex convolution integral*

$$\mathcal{L}[f_1(t)\cdot f_2(t)] = \frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F_1(\omega)\,F_2(s-\omega)\,d\omega$$

where $F_1(s) = \mathcal{L}[f_1(t)]$, $F_2(s) = \mathcal{L}[f_2(t)]$.

12. The inverse Laplace transform of the *product of the two transforms* $F_1(s)$ and F_2 is given by the *convolution integrals*

$$\mathcal{L}^{-1}[F_1(s)\cdot F_2(s)] = \int_{0^+}^{t} f_1(\tau)\,f_2(t-\tau)\,d\tau = \int_{0^+}^{t} f_2(\tau)\,f_1(t-\tau)\,d\tau$$

where $\mathcal{L}^{-1}[F_1(s)] = f_1(t)$, $\mathcal{L}^{-1}[F_2(s)] = f_2(t)$.

Example 4.3.

The Laplace transforms of the functions e^{-t} and e^{-2t} are $\mathcal{L}[e^{-t}] = \dfrac{1}{s+1}$, $\mathcal{L}[e^{-2t}] = \dfrac{1}{s+2}$. Then by Property 1,

$$\mathcal{L}[3e^{-t} - e^{-2t}] = 3\mathcal{L}[e^{-t}] - \mathcal{L}[e^{-2t}] = \frac{3}{s+1} - \frac{1}{s+2} = \frac{2s+5}{s^2+3s+2}$$

Example 4.4.

The inverse Laplace transforms of the functions $\dfrac{1}{s+1}$ and $\dfrac{1}{s+3}$ are

$$\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s+1}\right] = e^{-t}, \qquad \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s+3}\right] = e^{-3t}$$

Then by Property 2,

$$\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{2}{s+1} - \frac{4}{s+3}\right] = 2\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s+1}\right] - 4\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s+3}\right] = 2e^{-t} - 4e^{-3t}$$

Example 4.5.

The Laplace transform of $\dfrac{d}{dt}(e^{-t})$ can be determined by application of Property 3. Since $\mathcal{L}[e^{-t}] = \dfrac{1}{s+1}$ and $\lim\limits_{t\to 0} e^{-t} = 1$, then

$$\mathcal{L}\left[\frac{d}{dt}(e^{-t})\right] = s\left(\frac{1}{s+1}\right) - 1 = \frac{-1}{s+1}$$

Example 4.6.

The Laplace transform of $\displaystyle\int_0^t e^{-\tau}\,d\tau$ can be determined by application of Property 4. Since $\mathcal{L}[e^{-t}] = \dfrac{1}{s+1}$, then

$$\mathcal{L}\left[\int_0^t e^{-\tau}\,d\tau\right] = \frac{1}{s}\left(\frac{1}{s+1}\right) = \frac{1}{s(s+1)}$$

Example 4.7.

The Laplace transform of e^{-3t} is $\mathcal{L}[e^{-3t}] = \dfrac{1}{s+3}$. The initial value of e^{-3t} can be determined by the Initial Value Theorem as $\lim\limits_{t\to 0} e^{-3t} = \lim\limits_{s\to\infty} s\left(\dfrac{1}{s+3}\right) = 1$.

Example 4.8.

The Laplace transform of the function $(1-e^{-t})$ is $\dfrac{1}{s(s+1)}$. The final value of this function can be determined from the Final Value Theorem as $\lim\limits_{t\to\infty}(1-e^{-t}) = \lim\limits_{s\to 0}\dfrac{s}{s(s+1)} = 1$.

Example 4.9.

The Laplace transform of e^{-t} is $\dfrac{1}{s+1}$. The Laplace transform of e^{-3t} can be determined by application of Property 7 (Time Scaling), where $a = \frac{1}{3}$: $\mathcal{L}[e^{-3t}] = \frac{1}{3}\left[\dfrac{1}{(\frac{1}{3}s+1)}\right] = \dfrac{1}{s+3}$.

Example 4.10.

The inverse transform of $\dfrac{1}{s+1}$ is e^{-t}. The inverse transform of $\dfrac{1}{\frac{1}{3}s+1}$ can be determined by application of Property 8 (Frequency Scaling): $\mathcal{L}^{-1}\left[\dfrac{1}{\frac{1}{3}s+1}\right] = 3e^{-3t}$

Example 4.11.

The Laplace transform of the function e^{-t} is $\dfrac{1}{s+1}$. The Laplace transform of the function defined as

$$f(t) = \begin{cases} e^{-(t-2)} & t > 2 \\ 0 & t \leq 2 \end{cases}$$

can be determined by Property 9, with $T = 2$: $\mathcal{L}[f(t)] = e^{-2s}\cdot\mathcal{L}[e^{-t}] = \dfrac{e^{-2s}}{s+1}$.

Example 4.12.

The Laplace transform of $\cos t$ is $\dfrac{s}{s^2+1}$. The Laplace transform of $e^{-2t}\cos t$ can be determined from Property 10 with $a=2$: $\mathcal{L}[e^{-2t}\cos t] = \dfrac{s+2}{(s+2)^2+1} = \dfrac{s+2}{s^2+4s+5}$.

Example 4.13.

The Laplace transform of the product $e^{-2t}\cos t$ can be determined by application of Property 11 (Complex Convolution). That is, since $\mathcal{L}[e^{-2t}] = \dfrac{1}{s+2}$ and $\mathcal{L}[\cos t] = \dfrac{s}{s^2+1}$, then

$$\mathcal{L}[e^{-2t}\cos t] = \frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty}\left(\frac{\omega}{\omega^2+1}\right)\left(\frac{1}{s-\omega+2}\right)d\omega = \frac{s+2}{s^2+4s+5}$$

The details of this contour integration are not carried out here because they are too complicated (see, for example, Reference [5]) and unnecessary. The Laplace transform of $e^{-2t}\cos t$ was very simply determined in Example 4.12 using Property 10. There are, however, many instances in more advanced treatments of automatic control in which complex convolution can be used effectively.

Example 4.14.

The inverse Laplace transform of the function $F(s) = \dfrac{s}{(s+1)(s^2+1)}$ can be determined by application of Property 12. Since $\mathcal{L}^{-1}\left[\dfrac{1}{s+1}\right] = e^{-t}$ and $\mathcal{L}^{-1}\left[\dfrac{s}{s^2+1}\right] = \cos t$, then

$$\mathcal{L}^{-1}\left[\left(\frac{1}{s+1}\right)\left(\frac{s}{s^2+1}\right)\right] = \int_{0^+}^{t} e^{-(t-\tau)}\cos\tau\,d\tau = e^{-t}\int_{0^+}^{t} e^{\tau}\cos\tau\,d\tau = \tfrac{1}{2}(\cos t + \sin t - e^{-t})$$

4.5 SHORT TABLE OF LAPLACE TRANSFORMS

The following is a short table of Laplace transforms. It is not complete, but when used in conjunction with the properties of the Laplace transform described in Section 4.4 and the partial fraction expansion techniques described in Section 4.7, it is adequate to handle all of the problems in this book. A more complete table of Laplace transform pairs is found in the Appendix.

TABLE 4.1

Time Function		Laplace Transform
Unit Impulse	$\delta(t)$	1
Unit Step	$u(t)$	$1/s$
Unit Ramp	t	$1/s^2$
Polynomial	t^n	$n!/s^{n+1}$
Exponential	e^{-at}	$\dfrac{1}{s+a}$
Sine Wave	$\sin\omega t$	$\dfrac{\omega}{s^2+\omega^2}$
Cosine Wave	$\cos\omega t$	$\dfrac{s}{s^2+\omega^2}$
Damped Sine Wave	$e^{-at}\sin\omega t$	$\dfrac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2}$
Damped Cosine Wave	$e^{-at}\cos\omega t$	$\dfrac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}$

Appendix

SOME LAPLACE TRANSFORM PAIRS USEFUL FOR CONTROL SYSTEMS ANALYSIS

$F(s)$	$f(t) \quad t > 0$	
1	$\delta(t)$	unit impulse
e^{-Ts}	$\delta(t-T)$	delayed impulse
$\dfrac{1}{s+a}$	e^{-at}	
$\dfrac{1}{(s+a)^n}$	$\dfrac{1}{(n-1)!}t^{n-1}\,e^{-at}$	$n = 1, 2, 3, \ldots$
$\dfrac{1}{(s+a)(s+b)}$	$\dfrac{1}{b-a}(e^{-at} - e^{-bt})$	
$\dfrac{s}{(s+a)(s+b)}$	$\dfrac{1}{a-b}(ae^{-at} - be^{-bt})$	
$\dfrac{s+z}{(s+a)(s+b)}$	$\dfrac{1}{b-a}[(z-a)e^{-at} - (z-b)e^{-bt}]$	
$\dfrac{1}{(s+a)(s+b)(s+c)}$	$\dfrac{e^{-at}}{(b-a)(c-a)} + \dfrac{e^{-bt}}{(c-b)(a-b)} + \dfrac{e^{-ct}}{(a-c)(b-c)}$	
$\dfrac{s+z}{(s+a)(s+b)(s+c)}$	$\dfrac{(z-a)e^{-at}}{(b-a)(c-a)} + \dfrac{(z-b)e^{-bt}}{(c-b)(a-b)} + \dfrac{(z-c)e^{-ct}}{(a-c)(b-c)}$	
$\dfrac{\omega}{s^2+\omega^2}$	$\sin \omega t$	
$\dfrac{s}{s^2+\omega^2}$	$\cos \omega t$	
$\dfrac{s+z}{s^2+\omega^2}$	$\sqrt{\dfrac{z^2+\omega^2}{\omega^2}}\sin(\omega t + \phi) \qquad \phi \equiv \tan^{-1}(\omega/z)$	
$\dfrac{s \sin\phi + \omega \cos\phi}{s^2+\omega^2}$	$\sin(\omega t + \phi)$	
$\dfrac{1}{(s+a)^2+\omega^2}$	$\dfrac{1}{\omega}e^{-at}\sin \omega t$	

$F(s)$	$f(t) \qquad t > 0$
$\dfrac{1}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$	$\dfrac{1}{\omega_d} e^{-\zeta\omega_n t} \sin \omega_d t \qquad \omega_d \equiv \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$
$\dfrac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2}$	$e^{-at} \cos \omega t$
$\dfrac{s+z}{(s+a)^2 + \omega^2}$	$\sqrt{\dfrac{(z-a)^2 + \omega^2}{\omega^2}}\, e^{-at} \sin (\omega t + \phi) \qquad \phi \equiv \tan^{-1}\left(\dfrac{\omega}{z-a}\right)$
$\dfrac{1}{s}$	$u(t)$ or 1 unit step
$\dfrac{1}{s} e^{-Ts}$	$u(t-T)$ delayed step
$\dfrac{1}{s}(1 - e^{-Ts})$	$u(t) - u(t-T)$ rectangular pulse
$\dfrac{1}{s(s+a)}$	$\dfrac{1}{a}(1 - e^{-at})$
$\dfrac{1}{s(s+a)(s+b)}$	$\dfrac{1}{ab}\left(1 - \dfrac{be^{-at}}{b-a} + \dfrac{ae^{-bt}}{b-a}\right)$
$\dfrac{s+z}{s(s+a)(s+b)}$	$\dfrac{1}{ab}\left(z - \dfrac{b(z-a)e^{-at}}{b-a} + \dfrac{a(z-b)e^{-bt}}{b-a}\right)$
$\dfrac{1}{s(s^2+\omega^2)}$	$\dfrac{1}{\omega^2}(1 - \cos \omega t)$
$\dfrac{s+z}{s(s^2+\omega^2)}$	$\dfrac{z}{\omega^2} - \sqrt{\dfrac{z^2+\omega^2}{\omega^4}} \cos (\omega t + \phi) \qquad \phi \equiv \tan^{-1}(\omega/z)$
$\dfrac{1}{s(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)}$	$\dfrac{1}{\omega_n^2} - \dfrac{1}{\omega_n\omega_d} e^{-\zeta\omega_n t} \sin (\omega_d t + \phi)$ $\omega_d \equiv \omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \qquad \phi \equiv \cos^{-1}\zeta$
$\dfrac{1}{s(s+a)^2}$	$\dfrac{1}{a^2}(1 - e^{-at} - ate^{-at})$
$\dfrac{s+z}{s(s+a)^2}$	$\dfrac{1}{a^2}[z - ze^{-at} + a(a-z)te^{-at}]$
$\dfrac{1}{s^2}$	t unit ramp
$\dfrac{1}{s^2(s+a)}$	$\dfrac{1}{a^2}(at - 1 + e^{-at})$
$\dfrac{1}{s^n} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$	$\dfrac{t^{n-1}}{(n-1)!} \qquad 0! = 1$

1. Zadeh
McGr
2. Hartl
the Li
3. Bliss,
Soc. A
4. Reicha
(Germ
5. McLac
Unive
6. Churc
New Y
7. Desoe
on Cir
8. Spiege
9. Krall,
Societ
pp. 64
10. Elgerd
Zero L
actions

B.2 TABLE OF z-TRANSFORMS

$\mathcal{F}(s)$ is the Laplace transform of $f(t)$ and $F(z)$ is the z-transform of $f(nT)$. Unless otherwise noted, $f(t) = 0$, $t < 0$ and the region of convergence of $F(z)$ is outside a circle $r < |z|$ such that all poles of $F(z)$ are inside r.

Table B.2

Number	$\mathcal{F}(s)$	$f(nT)$	$F(z)$
1	—	$1,\ n=0;\ 0\ n \neq 0$	1
2	—	$1,\ n=k;\ 0\ n \neq k$	z^{-k}
3	$\frac{1}{s}$	$1(nT)$	$\frac{z}{z-1}$
4	$\frac{1}{s^2}$	nT	$\frac{Tz}{(z-1)^2}$
5	$\frac{1}{s^3}$	$\frac{1}{2!}(nT)^2$	$\frac{T^2}{2}\frac{z(z+1)}{(z-1)^3}$
6	$\frac{1}{s^4}$	$\frac{1}{3!}(nT)^3$	$\frac{T^3}{6}\frac{z(z^2+4z+1)}{(z-1)^4}$
7	$\frac{1}{s^m}$	$\lim_{a\to 0}\frac{(-1)^{m-1}}{(m-1)!}\frac{\partial^{m-1}}{\partial a^{m-1}}e^{-anT}$	$\lim_{a\to 0}\frac{(-1)^{m-1}}{(m-1)!}\frac{\partial^{m-1}}{\partial a^{m-1}}\frac{z}{z-e^{-aT}}$
8	$\frac{1}{s+a}$	e^{-anT}	$\frac{z}{z-e^{-aT}}$
9	$\frac{1}{(s+a)^2}$	nTe^{-anT}	$\frac{Tze^{-aT}}{(z-e^{-aT})^2}$
10	$\frac{1}{(s+a)^3}$	$\frac{1}{2}(nT)^2e^{-anT}$	$\frac{T^2}{2}e^{-aT}\frac{z(z+e^{-aT})}{(z-e^{-aT})^3}$
11	$\frac{1}{(s+a)^m}$	$\frac{(-1)^{m-1}}{(m-1)!}\frac{\partial^{m-1}}{\partial a^{m-1}}(e^{-anT})$	$\frac{(-1)^{m-1}}{(m-1)!}\frac{\partial^{m-1}}{\partial a^{m-1}}\frac{z}{z-e^{-aT}}$
12	$\frac{a}{s(s+a)}$	$1-e^{-anT}$	$\frac{z(1-e^{-aT})}{(z-1)(z-e^{-aT})}$

Number	$\mathcal{F}(s)$	$f(nT)$	$F(z)$
13	$\frac{a}{s^2(s+a)}$	$\frac{1}{a}(anT-1+e^{-anT})$	$\frac{z[(aT-1+e^{-aT})z+(1-e^{-aT}-aTe^{-aT})]}{a(z-1)^2(z-e^{-aT})}$
14	$\frac{b-a}{(s+a)(s+b)}$	$(e^{-anT}-e^{-bnT})$	$\frac{(e^{-aT}-e^{-bT})z}{(z-e^{-aT})(z-e^{-bT})}$
15	$\frac{s}{(s+a)^2}$	$(1-anT)e^{-anT}$	$\frac{z[z-e^{-aT}(1+aT)]}{(z-e^{-aT})^2}$
16	$\frac{a^2}{s(s+a)^2}$	$1-e^{-anT}(1+anT)$	$\frac{z[z(1-e^{-aT}-aTe^{-aT})+e^{-2aT}-e^{-aT}+aTe^{-aT}]}{(z-1)(z-e^{-aT})^2}$
17	$\frac{(b-a)s}{(s+a)(s+b)}$	$be^{-bnT}-ae^{-anT}$	$\frac{z[z(b-a)-(be^{-aT}-ae^{-bT})]}{(z-e^{-aT})(z-e^{-bT})}$
18	$\frac{a}{s^2+a^2}$	$\sin anT$	$\frac{z\sin aT}{z^2-(2\cos aT)z+1}$
19	$\frac{s}{s^2+a^2}$	$\cos anT$	$\frac{z(z-\cos aT)}{z^2-(2\cos aT)z+1}$
20	$\frac{s+a}{(s+a)^2+b^2}$	$e^{-anT}\cos bnT$	$\frac{z(z-e^{-aT}\cos bT)}{z^2-2e^{-aT}(\cos bT)z+e^{-2aT}}$
21	$\frac{b}{(s+a)^2+b^2}$	$e^{-anT}\sin bnT$	$\frac{ze^{-aT}\sin bT}{z^2-2e^{-aT}(\cos bT)z+e^{-2aT}}$
22	$\frac{a^2+b^2}{s((s+a)^2+b^2)}$	$1-e^{-anT}\left(\cos bnT+\frac{a}{b}\sin bnT\right)$	$\frac{z(Az+B)}{(z-1)(z^2-2e^{-aT}(\cos bT)z+e^{-2aT})}$ $A = 1-e^{-aT}\cos bT-\frac{a}{b}e^{-aT}\sin bT$ $B = e^{-2aT}+\frac{a}{b}e^{-aT}\sin bT-e^{-aT}\cos bT$

NAMA ________________________ No. STAMBUK __________________ Kons.:______

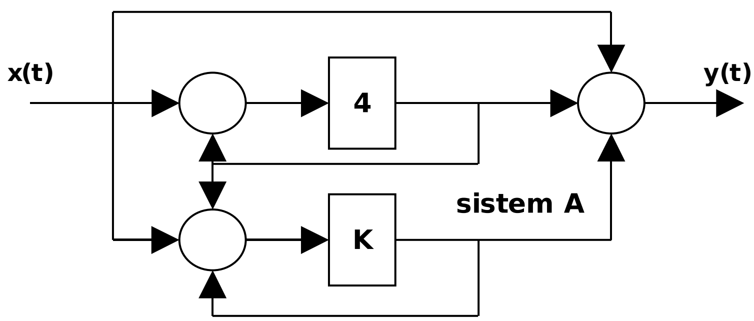
Kerjakan semua soal pada tempat yang disediakan di lembaran ini juga, bila tidak cukup, gunakan halaman kosong di sebaliknya. Hemat-hematlah tempat dengan mengatur tulisan anda sekecil mungkin

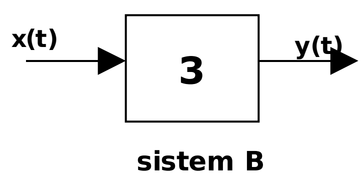
1. Jawaban **tepat** bernilai +**3**, jawaban **sesat –1**, tidak menjawab mendapat nilai nol saja:

Dalam matakuliah ini SISTEM adalah proses apa saja yang melakukan ________________ isyarat ______________ menjadi isyarat keluaran. UNHAS bisa dianggap SISTEM dengan masukan ___________________ dan luaran para wisudawan, sedangkan suatu penyearah dianggap SISTEM dengan masukan tegangan AC dan keluaran ______________. Masukan yang tidak dikehendaki disebut ________________, sedangkan keluaran yang tidak dikehendaki disebut____________________. SISTEM sendiri di-representasikan dengan alat matematik ____________________. Suatu SISTEM dikatakan __________________ jika memiliki *inverse*, tapi suatu ________________ tidak bisa dikatakan *inverse* dari suatu penyearah (*rectifier*), sebab penyearah sendiri merupakan sistem yang ________________, buktinya masukan $\pm$ 2 Volt, sama-sama menghasilkan keluaran + 2 Volt.

2. Jawablah pertanyaan-pertanyaan di bawah ini pada tempat yang disediakan, jika tidak cukup, gunakan halaman kosong di sebaliknya. Kerjakan soal-soal yang mudah dahulu, tapi *point*-nya besar!

Tentukan nilai K agar sistem A setara dengan sistem B (*10 point*):





Jawab:

Jika **x(t)** adalah isyarat masukan dan **y(t)** adalah isyarat luaran, apakah **PERBEDAAN** antara **sistem I**: **y(t) = tx(t-1)** dengan **sistem II**: **y(t) = (t-1)x(t)**? Terangkan! [Petunjuk: gunakan kata-kata kunci**: sistem tanpa ingatan** dan **sistem dengan ingatan**] (*5 point*)

Jawab:

Jika **x(k)** isyarat masukan dan **y(k)** isyarat luaran, apakah **Sistem1: y(k)=4y(k+2)+5x(k+3)** dan **Sistem2: y(k)=4y(k+3)+5x(k+2)** dua-duanya merupakan **sistem non-kausal**? Terangkan! (*5 point*)

Jawab:

516TEE2 ANALISIS ISYARAT DAN SISTEM **UJIAN I** **100 menit OPEN BOOK, NO LAPTOP**

NAMA ________________________ **No. STAMBUK** __________________ **Kons.:**______

Kerjakan semua soal pada tempat yang disediakan di lembaran ini juga, bila tidak cukup, gunakan halaman kosong di sebaliknya. Hemat-hematlah tempat dengan mengatur tulisan anda sekecil mungkin

---

Jika **$x(t)$** adalah isyarat masukan dan **$y(t)$** adalah isyarat luaran, linier-kah suatu **modulator amplitude $y(t) = x(t)[\sin(100t)]$** ? Jawab dulu pertanyaannya, lalu buktikan!

<u>*Jawab*</u> (*lingkari yang benar*): YA – TIDAK (<u>*5 point*</u>)

<u>*Bukti*</u>: <u>Isyarat Masukan ------------------> Isyarat Luaran</u>

(*isilah*) *sembarang* $x_1(t)$ ---------> $y_1(t) =$ ________

dan $x_2(t)$ ---------> $y_2(t) =$ ________

sembarang α_1 *dan* α_2 ---------> $\alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t) =$ ______________

$x(t) = \alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t)$ ---------> $y(t) =$ ____________________________

____

Jadi ____________________karena____

____(*5 point*)

Suatu sistem dinyatakan dengan hubungan antara isyarat masukan **$x(t)$** dan isyarat luaran **$y(t)$** sebagai berikut: **$y(t) = x(t)$** untuk **$x(t) \geq 0$,** dan **$y(t) = 0$** untuk **$x(t) < 0$.** Apakah sistem ini linier?

<u>*Jawab*</u> (*lingkari yang benar*): YA – TIDAK (<u>*5 point*</u>)

<u>*Bukti*</u>: <u>Isyarat Masukan ------------------> Isyarat Luaran</u>

(*isilah*) $x_1(t) =$ ________ ---------> $y_1(t) =$ ________

$x_2(t) =$ ________ ---------> $y_2(t) =$ ________

$\alpha_1 =$ _____ $\alpha_2 =$ ______ ---------> $\alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t) =$ ________

$x(t) = \alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t) =$ _______ ---> $y(t) =$ ________

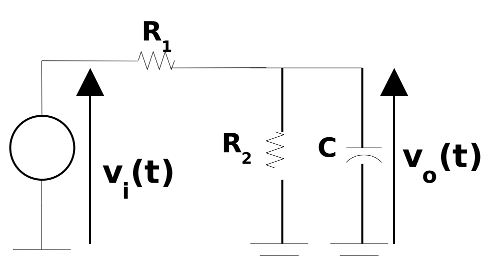
Jadi ____________________karena____

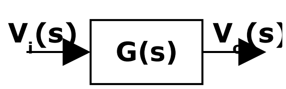
____(*5 point*)

Gambarkan dengan teliti model watak alih (*transfer characteristics*) dari sistem di atas dalam suatu salib sumbu (*10 point*)

<u>*Gambar*</u>:

Suatu rangkaian **filter pasif** terdiri dari 2 resistor dan 1 kapasitor, sebagai berikut:





$V_i(s) =$ **$v_i(t)$**

$V_o(s) =$ **$v_o(t)$**

(a) Jika diketahui **$R_1 = 100\ K\Omega$, $C = 10\ \mu F$,** dan **$R_2 = 4.7\ K\Omega$,** maka dengan konsep impedansi, maka tentukanlah **$G(s) = V_o(s)/V_i(s)$!** (*5 point*)

(b) Jika **$v_i(t)$** isyarat undak satuan **$u(t)$**, maka tentukanlah **$v_o(t)$!** (*10 point*)

(c) Jelaskan beberapa kelebihan Model Nisbah Alih dibandingkan dengan Model Ruang Keadaan ! (*5 point*)

<u>*Jawab*</u>:

(a)

335D402 SISTEM LINIER **MIDTEST** **100 menit OPEN BOOK**

NAMA: ________________________________ No. STAMBUK ________________

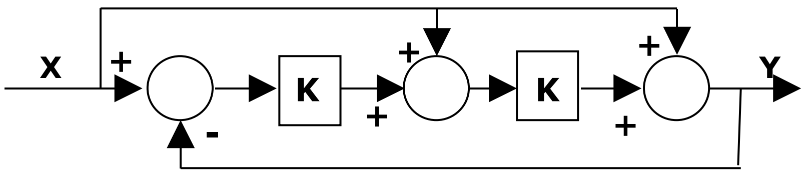
Kerjakan semua soal pada tempat yang disediakan di lembaran ini juga, bila tidak cukup, gunakan halaman kosong di sebaliknya. Hemat-hematlah tempat dengan mengatur tulisan anda sekecil mungkin

I. Pilihlah **SALAH SATU** saja jawaban yang paling benar dengan melingkari "*" di depannya. Jawaban **tepat** bernilai **+4**, jawaban **sesat -2**, tidak menjawab ya **0** saja.

- Proses apa saja yang melakukan transformasi isyarat masukan menjadi isyarat keluaran disebut: *** SISTEM * SUB-SISTEM * OBYEK * Bukan ketiganya**
- Sebuah generator pembangkit tenaga listrik adalah suatu SISTEM dengan masukan energi mekanik dan keluarannya energi: *** magnet * panas * cahaya * listrik**
- Suatu antenna pemancar adalah suatu sistem dengan keluaran gelombang elektromagnetik dan masukannya berupa gelombang: *** radio * elektromagnetik * cahaya * listrik**
- Penguat yang "*low-batt*" dengan masukan **x(t)** dan keluarannya **y(t),** di-model-kan dengan persamaan $\mathbf{y(t) = Ke^{-t}\,[x(t)]}$**.** Maka Penguat ini bisa dikatakan sebagai sistem: *** tanpa ingatan * linier * time-varying * Ketiganya benar**
- Dalam sistem **UPS** (*Uninterruptable Power Supply*), yang menjadi "***inverse***" dari peralatan Penyearah (*Rectifier*) adalah: *** Inverter * Batere * Transformator * Tidak ada**
- Dari 3 (tiga) komponen rangkaian listrik **R**, **L** dan **C**, maka yang bisa menjadi sistem **dengan ingatan** adalah: *** R dan L saja * R dan C saja * L dan C saja * Ketiga-tiganya**
- Jika kombinasi linier isyarat masukan suatu sistem selalu menghasilkan kombinasi linier isyarat keluaran, maka sistem itu adalah sistem * tak linier * linier * kausal * non-kausal
- **Kausalitas** sangat penting diperhatikan dalam perancangan *** sistem digital kombinatorik * sistem digital sekuensial * sistem analog * sistem apa saja**
- Gejala-gejala berikut, misalnya, bisa diakibatkan oleh ke-tidak-linier-an sistem: *** harmonik pada jala-jala * distorsi isyarat * frekuensi pembawa liar * ketiganya benar**
- Ketika pengamat ingin melihat suatu sistem tak linier seolah-olah tampak linier, maka bisa digunakan metode: *** aljabar linier * linierisasi * pemodelan * Ketiganya benar**

II. Jawablah soal-soal berikut ini pada tempat yang telah disediakan, jika tidak cukup, gunakan halaman kosong di balik halaman ini:

2.1. Agar **sistem A** setara dengan **sistem B**, **Y** = **1,4 X**, maka tentukanlah **K !**



Jawab (10 *point*): **sistem A** **sistem B**

2.2. Jika **x(t)** isyarat masukan dan **y(t)** isyarat luaran, apakah suatu modulator amplitude **y(t)=5[x(t)]sin(ωt)** merupakan sistem yang ***time-varying***? Jelaskan!

Jawab (lingkari yang benar): YA – TIDAK (5 *point*)

Penjelasan (5 *point*):

NAMA: ________________________________ **No. STAMBUK** ________________

Kerjakan semua soal pada tempat yang disediakan di lembaran ini juga, bila tidak cukup, gunakan halaman kosong di sebaliknya. Hemat-hematlah tempat dengan mengatur tulisan anda sekecil mungkin

2.3. Jika **x(t)** adalah isyarat masukan dan **y(t)** adalah isyarat luaran, apakah suatu sistem **y(t)=5sin[x(t)],** **x(t)** dalam [**radian**], dapat dikatakan sebagai sistem yang **invertible**? Jelaskan!

Jawab (lingkari yang benar): YA – TIDAK(5 *point*)

Penjelasan (5 *point*):

2.4. Jika **x(t)** adalah isyarat masukan dan **y(t)** adalah isyarat luaran, linier-kah sistem **y(t)=5sin[x(t)],** **x(t)** dalam [**radian**], pada soal 2.3.?

Jawab (lingkari yang benar): YA – TIDAK (5 *point*)

Bukti: Isyarat Masukan ------------------→ Isyarat Luaran

(isilah) $x_1(t)$ = ________ ---------→ $y_1(t)$ = ________

$x_2(t)$ = ________ ---------→ $y_2(t)$ = ________

K_1 = _____ K_2 = ______ ------------→ $K_1 y_1(t) + K_2 y_2(t)$ = ________

$x(t) = K_1 x_1(t) + K_2 x_2(t)$ = ________ ---→ $y(t)$ = ________

Jadi ____ karena_________________

____ (5 *point*)

2.5. Jika **x(t)** adalah isyarat masukan dan **y(t)** adalah isyarat luaran, **linierisasikan** dengan pendekatan garis singgung pada titik kerja **P(0,0)** sistem **y(t)=5sin[x(t)],** **x(t)** dalam [**radian**]. Setelah itu, linierisasikan pula sistem yang sama dengan pendekatan yang sama pada titik kerja **Q(π,0)**. Lalu **tunjukkan** – dengan **bukti** yang nyata - mana di antara kedua linierisasi tersebut yang benar-benar menghasilkan sistem linier dan mana yang tidak!

Jawab:

Persamaan masukan-keluaran: **y** = **f(x)** = ______________________

Arah garis singgung: - pada semua titik (x,y) : **a** = ______________________

- pada titik **P(0,0)** = ______________________

- pada titik **Q(π,0)** = ______________________

Linierisasi pada titik **P(0,0)** (*5 point*):

Hasil Linierisasi: **y(t)** = ________ (lingkari yang benar): LINIER – TIDAK

Bukti (*5 point*):

Linierisasi pada titik **Q(π,0)** (*5 point*):

Hasil Linierisasi: **y(t)** = ___________ (lingkari yang benar): LINIER – TIDAK

Bukti (*5 point*):

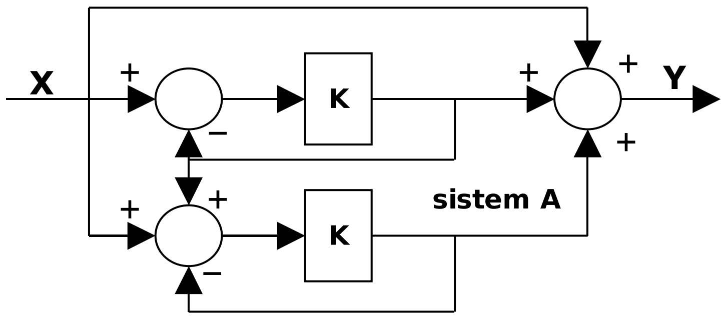
516TEE2 ANALISIS ISYARAT DAN SISTEM **UJIAN II** **2011-s** **100 menit OPEN *BOOK, NO LAPTOP***

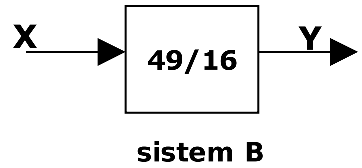
NAMA ________________________ No. STAMBUK __________________ Kons.:______

Kerjakan semua soal pada tempat yang disediakan di lembaran ini juga, bila tidak cukup, gunakan halaman kosong di sebaliknya. Hemat-hematlah tempat dengan mengatur tulisan anda sekecil mungkin

Jawablah pertanyaan-pertanyaan di bawah ini pada tempat yang disediakan, jika tidak cukup, gunakan halaman kosong di sebaliknya. Kerjakan soal-soal yang mudah dahulu, tapi *point*-nya besar!

Tentukan nilai K agar sistem A setara dengan sistem B (*10 point*):





Jawab:

Jika **x(t)** adalah isyarat masukan dan **y(t)** adalah isyarat luaran, tunjukkan dengan pembuktian bahwa sistem **y(t) = (t-1) x(t-1)** adalah suatu **sistem *time varying*** dengan ingatan! (*10 point*)

Jawab:

Jika **x(k)** isyarat masukan dan **y(k)** isyarat luaran, apakah **Sistem1:** $y(t)=[x(t)]^2$ dan **Sistem2:** $y(t)=[x(t)]^3$ dua-duanya merupakan **sistem *non-invertible***? Terangkan! (*10 point*)

Jawab:

Jika **x(t)** adalah isyarat masukan dan **y(t)** adalah isyarat luaran, linier-kah suatu **differensiator** $y(t) = dx(t)/dt$? Jawab dulu pertanyaannya, lalu buktikan!

Jawab (*lingkari yang benar*): YA – TIDAK (*5 point*)

Bukti: Isyarat Masukan -------------------> Isyarat Luaran

(*isilah*) *sembarang* $x_1(t)$ ----------> $y_1(t) =$ _________

dan $x_2(t)$ ----------> $y_2(t) =$ _________

sembarang α_1 *dan* α_2 ----------> $\alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t) =$ _______________

$x(t) = \alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t)$ ----------> $y(t) =$ _____________________________

____

Jadi _____________________karena____

____(*5 point*)

NAMA ________________________ No. STAMBUK __________________ Kons.:_____

Kerjakan semua soal pada tempat yang disediakan di lembaran ini juga, bila tidak cukup, gunakan halaman kosong di sebaliknya. Hemat-hematlah tempat dengan mengatur tulisan anda sekecil mungkin

Suatu sistem dinyatakan dengan hubungan antara isyarat masukan **x(t)** dan isyarat luaran **y(t)** sebagai berikut: **y(t) = 10** untuk **x(t) ≤ 0**, **y(t) = - 10** untuk **x(t) > 0..** Apakah sistem ini linier?

2011-s

Jawab (*lingkari yang benar*): YA – TIDAK (*5 point*)

Bukti: Isyarat Masukan ------------------> Isyarat Luaran

(*isilah*) **$x_1(t)$ = ________ ---------> $y_1(t)$ = ________**

$x_2(t)$ = ________ ---------> $y_2(t)$ = ________

α_1 = _____ α_2 = ______ ---------> $\alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t)$ = ________

$x(t) = \alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t)$ = _______ ---> $y(t)$ = ________

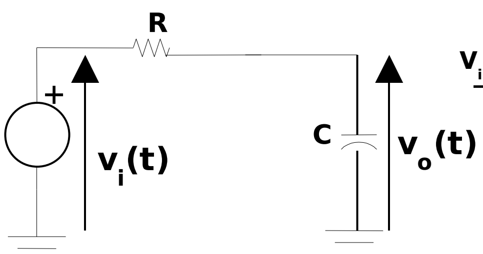
Jadi ____________________karena____

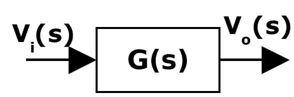
____(*5 point*)

Gambarkan dengan teliti model watak alih (*transfer characteristics*) dari sistem di atas dalam suatu salib sumbu (*10 point*)

Gambar (gunakan halaman kosong di sebaliknya):

Suatu rangkaian **FILTER PASIF RC** terdiri dari 1 resistor dan 1 kapasitor, sebagai berikut:





$V_i(s)$ = $v_i(t)$

$V_o(s)$ = $v_o(t)$

(a) Jika diketahui **R** = 2**00 KΩ**, **C** = 5 **μF,** maka dengan konsep impedansi, maka tentukanlah **G(s)= $V_o(s)/V_i(s)$!** (5 *point*)

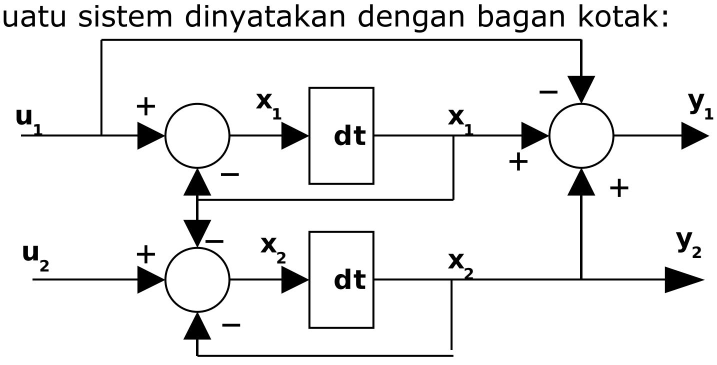
(b) Jika **$v_i(t)$** isyarat undak satuan **u(t)**, maka tentukanlah **$v_o(t)$!** (*10 point*)

(c) Jika **$v_i(t)$ = 10sin(100t),** isyarat sinusoida, maka tentukanlah **$v_o(t)$!** (*10 point*)

(Jawaban soal FILTER PASIF RC di halaman kosong di sebalik)

Model Ruang Keadaan (*State Space*) dari suatu sistem dinyatakan dengan bagan kotak:

a. Tentukan **dimensi** matrix-matrix **A, B**, **C** dan **D** ! (5 *point*)
b. Tentukan persamaan keadaan (*5 point*) dan persamaan luaran (*5 point*) sambil menentukan elemen-elemen dari matrix-matrix **A, B**, **C** dan **D !**



Persamaan Keadaan : **x = Ax + Bu** dan Persamaan Luaran : **y = Cx + D**

Jawab:

a.