

Apakah pengant $y(t) = Ke^{-at}x(t)$ suatu sistem linier? Buktikan!

Jawab: Ya, $y(t) = Ke^{-at}x(t)$ adalah sistem linier

Bukti: Masukkan $x_1(t) \rightarrow y_1(t) = Ke^{-at}x_1(t)$
 Sembarang $x_2(t) \rightarrow y_2(t) = Ke^{-at}x_2(t)$

Sembarang α_1 dan α_2 .
 Kombinasi linier isyarat masukan
 $x(t) = \alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t) \rightarrow y(t) = Ke^{-at}x(t)$

$$\begin{aligned} &= Ke^{-at}[\alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t)] \\ &= Ke^{-at} \cdot \alpha_1 x_1(t) + Ke^{-at} \cdot \alpha_2 x_2(t) \\ &= \alpha_1 Ke^{-at} x_1(t) + \alpha_2 Ke^{-at} x_2(t) \\ &= \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t) \end{aligned}$$

(Kombinasi linier isyarat keluaran)

LTV: Linear Time-Varying

Setiap kombinasi linier isyarat masukan selalu menghasilkan kombinasi linier isyarat keluaran (q.e.d.)

* Apakah suatu penyearah $y(t) = |x(t)|$ termasuk sistem linier? Buktikan!

Jawab: Tidak, penyearah adalah sistem tak linier

Bukti: Masukkan Keluaran
 $x_1 = 1 \rightarrow y_1 = |x_1| = |1| = 1$
 $x_2 = 2 \rightarrow y_2 = |x_2| = |2| = 2$
 $\alpha_1 = 3, \alpha_2 = 4 \rightarrow$ Kombinasi Linier Isyarat Keluaran:
 $\alpha_1 y_1 + \alpha_2 y_2 = 3 \cdot 1 + 4 \cdot 2 = 11$
 Kombinasi Linier Isyarat Masukan
 $x = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 = 3 \cdot 1 + 4 \cdot 2 = 11 \rightarrow y = |x| = |11| = 11$

Bukan bukti

Masukkan Keluaran
 $x_1 = 1 \rightarrow y_1 = |x_1| = |1| = 1$
 $x_2 = 2 \rightarrow y_2 = |x_2| = |2| = 2$
 $\alpha_1 = 0,5 \quad \alpha_2 = -4 \rightarrow$ Kombinasi Linier Isyarat Masukan:
 $\alpha_1 y_1 + \alpha_2 y_2 = 0,5 \cdot 1 + (-4) \cdot 2 = -7,5$
 $x = 0,5 \cdot 1 + (-4) \cdot 2 = -7,5 \rightarrow y(t) = |x| = |-7,5| = 7,5$

Kombinasi Linier Isyarat Masukan tidak menghasilkan Kombinasi linier Isyarat Keluaran

$$y(t) \neq \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t) \quad (q.e.d.)$$

karena $-7,5 \neq 7,5$

* Sistem LINIER dan TAK LINIER

DEFINISI: Suatu sistem dikatakan linier jika kombinasi linier isyarat masukan **selalu** menghasilkan kombinasi linier isyarat keluaran

Maksudnya



Masukkan $x_1(t)$ menghasilkan $y_1(t)$
 Masukkan $x_2(t)$ menghasilkan $y_2(t)$
 Konstanta α_1 dan α_2 (sembarang, bukan nol)

Kombinasi linier isyarat masukan:
 $x(t) = \alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t) \rightarrow y(t) = \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t)$

Selalu (tanpa memilih-milih $x_1(t), x_2(t), \alpha_1$ dan α_2)

* Contoh: * Pengant $y(t) = Kx(t)$, tunjukkan ke-LINIER-annya!

Masukkan Keluaran
 Sembarang $x_1(t) \rightarrow y_1(t) = Kx_1(t)$
 $x_2(t) \rightarrow y_2(t) = Kx_2(t)$
 Sembarang α_1 dan α_2 Kombinasi linier Isyarat Masukan:
 $x(t) = \alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t) \rightarrow y(t) = Kx(t)$

$$\begin{aligned} &= K[\alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t)] \\ &= K\alpha_1 x_1(t) + K\alpha_2 x_2(t) \\ &= \alpha_1 (Kx_1(t)) + \alpha_2 (Kx_2(t)) \\ &= \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t) \end{aligned}$$

(Kombinasi linier Isyarat Keluaran)

Setiap kombinasi linier isyarat masukan SELALU menghasilkan Kombinasi linier isyarat keluaran (q.e.d.)

TERBUKTI

Quod Erat Demonstrandum

LTI = Linear Time Invariant