

Apakah penguat $y(t) = K e^{-at} x(t)$ suatu sistem linier? Buktikan!

Jawab: Ya, $y(t) = K e^{-at} x(t)$ adalah sistem linier

Bukti: Masukan $\rightarrow$ Keluaran
 Sebarang $x_1(t) \rightarrow y_1(t) = K e^{-at} x_1(t)$
 $x_2(t) \rightarrow y_2(t) = K e^{-at} x_2(t)$

Sebarang α_1 dan α_2

Kombinasi linier isyarat masukan

$$x(t) = \alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t) \rightarrow y(t) = K e^{-at} x(t)$$

$$= K e^{-at} [\alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t)]$$

$$= \alpha_1 K e^{-at} x_1(t) + \alpha_2 K e^{-at} x_2(t)$$

$$= \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t)$$

(kombinasi linier isyarat keluaran)

Sehingga kombinasi linier isyarat masukan selalu menghasilkan kombinasi linier isyarat keluaran (q.e.d.)

* Suatu komparator (penbandingan) mempunyai karakteristik sbb

$$y(t) = \begin{cases} 1, & x(t) > 0 \\ -1, & x(t) < 0 \end{cases}$$

(a) Linierkah komparator di atas? (b) Buktikan!

* Jawab: (a) Tidak, komparator di atas adalah sistem tak linier (b) Buktikan:

Masukan $\rightarrow$ Keluaran

$$x_1(t) = -2 \rightarrow y_1(t) = -1$$

$$x_2(t) = 2 \rightarrow y_2(t) = 1$$

$$\alpha_1 = 1, \alpha_2 = 2 \rightarrow y(t) = -1 + 2(1) = 1$$

$$x(t) = \alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t) = -2 + 4 = 2$$

$$= -2 + 4 = 2 \rightarrow y(t) = 1$$

$$y(t) \neq \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t)$$

$$\text{Karna } -1 \neq 1$$

Jadi sistem tak linier karena kombinasi linier isyarat masukan tidak menghasilkan kombinasi linier isyarat keluaran (q.e.d.)

* Suatu modulasi amplitudo (AM) mempunyai keluaran sbb $y(t) = x(t) \sin(2\pi f_c t)$

fe frekuensi pembawa (carrier)

(a) Linierkah sistem AM di atas? (b) Buktikan!

Jawab: (a) Sistem AM adalah sistem linier (b) Buktikan

Masukan $\rightarrow$ Keluaran

$$\text{Sebarang } x_1(t) \rightarrow y_1(t) = x_1(t) \sin(2\pi f_c t)$$

$$x_2(t) \rightarrow y_2(t) = x_2(t) \sin(2\pi f_c t)$$

$$\text{Sebarang } \alpha_1 \text{ dan } \alpha_2 \rightarrow y(t) = \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t)$$

$$= \alpha_1 x_1(t) \sin(2\pi f_c t) + \alpha_2 x_2(t) \sin(2\pi f_c t)$$

$$= (\alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t)) \sin(2\pi f_c t)$$

$$= x(t) \sin(2\pi f_c t) = y(t)$$

Jadi sistem AM di atas adalah sistem linier karena kombinasi linier isyarat masukan selalu menghasilkan kombinasi linier isyarat keluaran

Bandingkan dengan modulator fasa

$$y(t) = A \sin(2\pi f_c t + x(t))$$

Buktikan bahwa modulator fasa adalah sistem tak linier!

Bukti: Masukan $\rightarrow$ Keluaran

$$\text{Pada } t = 0$$

$$x_1(t) = \frac{\pi}{2} \rightarrow y_1(t) = A \sin(x_1(t)) = A \sin \frac{\pi}{2} = A$$

$$x_2(t) = \frac{\pi}{3} \rightarrow y_2(t) = A \sin(x_2(t)) = A \sin \frac{\pi}{3} = 0,866 A$$

$$\alpha_1 = 2 \text{ dan } \alpha_2 = 3 \rightarrow \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t) = 2A + 3(0,866)A = 4,598 A$$

$$x(t) = \alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t) = 2 \cdot \frac{\pi}{2} + 3 \cdot \frac{\pi}{3} = 2\pi \rightarrow y(t) = A \sin(x(t)) = A \sin 2\pi = 0$$

Terbukti sistem tak linier karena pada $t=0$ dan kombinasi linier isyarat masukan yang tidak menghasilkan kombinasi linier isyarat keluaran (q.e.d.)

* Sistem LINIER dan TAK LINIER

DEFINISI: Suatu sistem dikatakan linier jika kombinasi linier isyarat masukan selalu menghasilkan kombinasi linier isyarat keluaran

Maksudnya



Masukan $x_1(t)$ menghasilkan $y_1(t)$

Masukan $x_2(t)$ menghasilkan $y_2(t)$

Konstanta α_1 dan α_2 (sebarang, bukan nol)

Kombinasi linier isyarat masukan

$$x(t) = \alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t) \rightarrow y(t) = \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t)$$

(tanpa memilih-milih $x_1(t), x_2(t), \alpha_1$ dan α_2)

kombinasi linier isyarat keluaran

Selalu

* Contoh

* Penguat $y(t) = Kx(t)$, tunjukkan ke-LINIER-annya!

Masukan $\rightarrow$ Keluaran

$$\text{Sebarang } x_1(t) \rightarrow y_1(t) = Kx_1(t)$$

$$x_2(t) \rightarrow y_2(t) = Kx_2(t)$$

$$\text{Sebarang } \alpha_1 \text{ dan } \alpha_2 \rightarrow y(t) = \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t)$$

$$= \alpha_1 Kx_1(t) + \alpha_2 Kx_2(t)$$

$$= K(\alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t))$$

$$= Kx(t)$$

Setiap kombinasi linier isyarat masukan SELALU menghasilkan kombinasi linier isyarat keluaran (q.e.d.)

TERBUKTI! Qued Erat Demonstrandum

LTII = Linear Time Invariant

* Apakah suatu penyearah $y(t) = |x(t)|$ termasuk sistem linier? Buktikan!

Jawab: Tidak, penyearah adalah sistem tak linier

Bukti: Masukan $\rightarrow$ Keluaran

$$x_1 = 1 \rightarrow y_1 = |x_1| = |1| = 1$$

$$x_2 = 2 \rightarrow y_2 = |x_2| = |2| = 2$$

$$\alpha_1 = 3, \alpha_2 = 4 \rightarrow \text{Kombinasi linier isyarat masukan}$$

$$x(t) = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 = 3 + 4 = 7$$

$$y(t) = |x(t)| = |7| = 7$$

$$\text{Kombinasi linier isyarat masukan}$$

$$x_1 = 1, x_2 = 2 \rightarrow y_1 = 1, y_2 = 2$$

$$\alpha_1 = 0,5, \alpha_2 = -4 \rightarrow \text{Kombinasi linier isyarat masukan}$$

$$x(t) = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 = 0,5 - 8 = -7,5$$

$$y(t) = |x(t)| = |-7,5| = 7,5$$

$$y(t) \neq \alpha_1 y_1 + \alpha_2 y_2$$

$$\text{Karna } 7 \neq -7,5$$

Jadi sistem tak linier karena kombinasi linier isyarat masukan tidak menghasilkan kombinasi linier isyarat keluaran (q.e.d.)

* Latihan

Tunjukkan apakah sistem-sistem berikut linier atau tidak!

* INTEGRATOR $y(t) = \int x(t) dt$

* DIFFERENSATOR $y(t) = \frac{dx(t)}{dt}$

* Penguat dengan "OFFSET" $y(t) = Kx(t) + a$

* Penguat jenuh (saturating amp) $y(t) = \begin{cases} Kx(t), & |x(t)| \leq a \\ -Ka, & x(t) > a \\ Ka, & x(t) < -a \end{cases}$

* Penguat logaritmik (log amp) $y(t) = K \log |x(t)|, x(t) \neq 0$

* Modulator Frekuensi (FM) $y(t) = A \sin(2\pi [f_c + x(t)]t)$

